



Phys. Spr.
607 nh

Schumann

10 / VII

Einführung
in die
neuere Elektrizitätslehre
in
elementar mathematischer Behandlung.

Für höhere Schulen sowie zum Studium
für angehende Elektrotechniker

von

Dr. Hans Schumann,

Rektor u. Professor f. Mathem. u. Physik a. d. k. Industrieschule München.

Eleg. gebd. in Orig.-Einband m. Golddruck
Mk. 4.—.

MÜNCHEN & LEIPZIG.

Wissenschaftlicher Verlag von Dr. E. Wolff.

1898.

1067

*Für Studierende an Hochschulen und höheren
Lehranstalten!*

*Allen, welche sich an der Hand anerkannt vorzüglicher, von Autoritäten
empfohlener, dabei leicht und verständlich geschriebener Lehrbücher in
das Gebiet der Chemie, Physik, Botanik einführen wollen, sind nach-
stehende Bücher bestens zu empfehlen:*

Repetitorium der Experimentalphysik
für Studierende auf Hochschulen.

Von

Dr. L. Weber,

o. ö. Professor der Physik an der Universität Kiel.

16¹/₂ Bogen 8⁰ mit 121 Abbildungen. Preis brosch. Mk. 3.20,
gebunden Mk. 4.—.

Der Verfasser, eine Autorität auf dem Gebiete der Physik, hat in
diesem Buche ein Werk geschaffen, welches durch **prägnante Kürze und Klar-
heit des Textes, sehr instruktive Abbildungen, dispositionsartige Inhalts-
angabe der einzelnen Kapitel am Rande des Textes** sich bald als unentbehr-
lich für jeden Studierenden zum Examen einbürgern wird.

Die »Zeitschrift des allg. österr. Apothekervereins« schreibt
darüber: **Dieses Buch ist für den Studierenden ein ungemein wertvoller Behelf.**

»Südd. Apothekerzeitung«: Das Repetitorium kann unbedingt
empfohlen werden.

Im Frühjahr 1898 wird erscheinen:

Lehrbuch der Chemie.

Von

Prof. Dr. Lipp,

Professor am Polytechnikum in München.

Mit zahlreichen Abbildungen. Preis gebd. Mk. 3.50.

Einführung
in die
neuere Elektrizitätslehre
in
elementar mathematischer Behandlung.

Für höhere Schulen sowie zum Studium
für angehende Elektrotechniker

von

Dr. Hans Schumann,

Rektor u. Professor f. Mathem. u. Physik a. d. k. Industrieschule München.

MÜNCHEN & LEIPZIG.

Wissenschaftlicher Verlag von Dr. E. Wolff.

1898.



Vorwort.



DER Verfasser beabsichtigt, mit vorliegendem Lehrbuche allen denen, die sich ohne Hilfe höherer Rechnung eine genauere Kenntniss der elektrischen Gesetze aneignen wollen, ein leichtfaßliches Hilfsmittel zu bieten.

Dasselbe soll namentlich Anfängern, die sich der Elektrotechnik widmen wollen, die notwendige theoretische Grundlage vermitteln, sie mit den Begriffen Potential und Kraftlinien vertraut machen und ihnen die damit verbundenen Vorteile zur quantitativen Bestimmung der in Betracht kommenden Größen erschließen. Zur Erleichterung dieses Zieles sind den einzelnen Abschnitten entsprechende Aufgaben samt Lösung angereiht worden.

Der Verfasser war besonders darauf bedacht, die elektrischen Vorgänge und die wichtigsten Messungsmethoden in präziser, verständlicher Weise zu besprechen und die hauptsächlichen Formeln, die dem Physiker sowohl wie dem Elektrotechniker unerläßlich sind, in befriedigender Weise abzuleiten.

Während der erste Abschnitt, »Die Elektrostatik«, eine Umarbeitung einer von dem Verfasser im Jahre 1889 veröffentlichten Programmschrift ist, wurden die übrigen Abschnitte mit Berücksichtigung verschiedener vorzüglicher Lehrbücher, unter denen die von Silvanus Thompson, Warburg und Holzt besonders erwähnt seien, sowie unter Verwendung eigener Erfahrungen im physikalischen Unterrichte neu bearbeitet.

Da der Wechselstrom in neuerer Zeit zu großer Bedeutung gelangt ist, hat es der Verfasser auch versucht, die Grundgesetze desselben und die Vorgänge in einem Transformator, zum Teil auch an der Hand von Diagrammen, zu erläutern.

Indem der Verfasser das Werkchen mit dem Wunsche, dasselbe möge auch ein bescheiden Teil zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse beitragen, der Öffentlichkeit übergibt, drängt es ihn noch, Herrn Professor und Privatdozenten Dr. Donle für seine gütige Mitwirkung bei der Korrektur, sowie dem Verlage für die schöne Ausstattung des Buches besten Dank auszusprechen.

München im Dezember 1897.

Dr. Schumann.

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt.

Elektrostatik.

Kapitel	Seite
1. Elektrizität durch Reibung	1
2. Entgegengesetzte Elektrizitäten	2
3. Leiter und Nichtleiter	2
4. Elektroskop	3
5. Elektrisierbarkeit der verschiedenen festen Körper durch Reibung	4
6. Influenz	4
7. Theorien der Elektrizität	6
8. Erklärung der Influenzerscheinung nach der Franklin'schen Theorie	7
9. Sitz der Elektrizität in Leitern	7
10. Kraftwirkung zweier elektrischer Körper	8
11. Dimension der statischen Elektrizitätseinheit	9
12. Potential	9
13. Resultierende Kraft	11
14. Elektromotorische Kraft	11
15. Bedingung des elektrischen Gleichgewichts auf einem Kon- duktor	12
16. Niveauflächen	13
17. Kraftlinien	14
18. Gauß'scher Satz	19
19. Anwendungen des Gauß'schen Satzes	20
20. Coulomb'scher Satz und elektrostatischer Druck	22
21. Verteilung der Elektrizität auf einem Leiter und die Wirkung von Spitzen	24
22. Feldstärke in der Nähe einer elektrisch geladenen Ebene von unbegrenzter Ausdehnung	25
23. Mathematischer Ausdruck für das Potential	26
24. Messung des Potentials mit dem Goldblattelektroskop	27
25. Das von einer geladenen Kugel erzeugte Potential	30

— VI —

Kapitel	Seite
26. Das absolute und das Quadrantenelektrometer von Thomson	31
27. Kapazität	33
28. Theorie der Leydener Flasche	35
29. Plattenkondensator	36
30. Elektrische Energie	39
31. Energie von Leydener Flaschen	41
32. Theorie des Thomson'schen Quadrantenelektrometers . .	43
33. Elektrische Batterie	44
34. Kapazität parallel geschalteter Flaschen und einer Kaskaden- batterie	45
35. Entladung einer Batterie	47
36. Elektrische Maschinen	49
37. Volta'scher Elektrophor	49
38. Winters Elektrisiermaschinen	50
39. Thomson'sche Wasserinfluenzmaschine	51
40. Theorie der Influenzmaschine	52
41. Holtz'sche Influenzmaschine	54
42. Selbsterregende Influenzmaschine von Töpler	55
43. Dielektrika	56
44. Elektrostatischer Auftrieb	59
45. Atmosphärische Elektrizität und Gewitter	61

II. Abschnitt.

Magnetismus.

46. Grunderscheinungen	63
47. Coulombs Gesetz	64
48. Magnetische Induktion	65
49. Paramagnetismus und Diamagnetismus	66
50. Hysteresis und permanente Magneten	71
51. Erdmagnetismus	75
52. Wirkung eines Magnetstabes auf eine in der Verlängerung seiner Axe gelegene magnetische Masse μ und eine kleine Magnetnadel. Vergleichung magnetischer Momente . .	76
53. Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus und des Momentes eines Magnetstabes	78
54. Potential in einem Punkte außerhalb eines magnetischen Blattes	80

III. Abschnitt.

Elektrische Ströme.

55. Entstehung elektrischer Ströme	82
56. Volta'sche Zellen	84
57. Elektrolyse	90

Kapitel	Seite
58. Die Faraday'schen Gesetze der Elektrolyse und die Voltameter	92
59. Galvanische Polarisation	94
60. Berechnung der elektromotorischen Kräfte galvanischer Elemente aus den elektrolytischen Prozessen	96
61. Konstante Elemente	98
62. Akkumulatoren	101
63. Ohm'sches Gesetz	104
64. Hintereinander gereihte Leiter	105
65. Nebeneinander gereihte Leiter	107
66. Gruppierung der galvanischen Elemente	108
67. Anwendungen des Ohm'schen Gesetzes	110
68. Widerstandsmessung	111
69. Ermittlung elektromotorischer Kräfte	115
70. Bestimmung der Kapazität eines Kondensators	117
71. Thermoelektrizität und Peltiereffekt	118
72. Joule'sche Wärme	119
73. Glühlampen	120
74. Bogenlampen	122

IV. Abschnitt.

Elektromagnetismus.

75. Die Gesetze von Biot, Savart und Laplace	124
76. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes und Einheit der Stromstärke im elektromagnetischen Maße	127
77. Tangentenbussole	129
78. Galvanometer	131
79. Äquivalenz eines Kreisstromes mit einem magnetischen Blatte	134
80. Solenoid und magnetischer Kreisstrom	135
81. Tragkraft und Induktion eines Elektromagneten	138
82. Telegraphie und elektrisches Lätwerk	140
83. Wirkung eines Magnetfeldes auf einen geradlinigen beweglichen Stromleiter	141
84. Energie eines magnetischen Blattes sowie eines Kreisstromes und Solenoides in einem magnetischen Felde	143
85. Ponderomotorische Wirkung elektrischer Ströme aufeinander und Ampères Magnetentheorie	146

V. Abschnitt.

Induktion.

86. Induktion in geradlinigen Leitern	148
87. Einheit der elektromotorischen Kraft im elektromagnetischen Maße	151
88. Induktion in Flächen umschließenden Leitern	152

Kapitel	Seite
89. Messung eines Stromstoßes durch das ballistische Galvanometer	154
90. Induktion in Solenoiden	156
91. Bestimmung des Koeffizienten der gegenseitigen Induktion .	158
92. Induktion in körperlichen Leitern	159
93. Selbstinduktion und Extraströme	160
94. Induktionsapparate von Rühmkorff und Tesla	162
95. Geißler'sche Röhren, Kathoden- und Röntgenstrahlen . .	165
96. Die Faraday'sche Scheibe als Typus einer elektrischen Maschine	166
97. Gramme'sche Maschine	168
98. Trommelinduktor von Hefner	170
99. Vergleich des Gramme'schen Ring- und des Hefner'schen Trommelinduktors	172
100. Verschiedene Schaltungsweisen von Dynamomaschinen . .	173
101. Elektrische Kraftübertragung	177

VI. Abschnitt.

Wechselströme.

102. Erzeugung von Wechselströmen und Abhängigkeit ihrer elektromotorischen Kräfte	181
103. Einfluß der Selbstinduktion bei Wechselströmen	186
104. Berechnung der Werte des resultierenden Stromes und seiner Phasenverzögerung	188
105. Elektrodynamometer	190
106. Zusammenhang der bei Wechselströmen vorkommenden Größen	193
107. Der Kondensator im Stromkreise einer Wechselstrommaschine	194
108. Die Leistung eines Wechselstromes	198
109. Wattmeter und Zerlegung des Stromes in Komponenten .	199
110. Drehstrom-Motoren	201
111. Transformatoren	203
112. Telephon und Mikrophon	207

I. Abschnitt.

Elektrostatik.

1. Elektrizität durch Reibung. Wenn man einen Glaskörper mit einem wollenen Tuche reibt, so erhält derselbe die Fähigkeit, leichte Körperchen anzuziehen. Durch die Reibung wird also nicht allein Wärme erzeugt, sondern neben ihr noch ein weiteres Agens, welches Elektrizität genannt wird. Wie aber der Körper, der eine andere Temperatur hat als seine Umgebung, nach kürzerer oder längerer Zeit die Temperatur seiner Umgebung annimmt, indem er durch Leitung oder Strahlung Wärme abgibt oder erhält, so verliert der geriebene Körper, der sich in einem anderen elektrischen Zustande (Potential) befindet, als seine Umgebung, nach einer gewissen Zeit seine Fähigkeit, andere Körperchen anzuziehen und kehrt wieder in den neutralen Zustand seiner Umgebung zurück.

2. Entgegengesetzte Elektrizitäten. Reibt man eine Glas- und eine Kautschukplatte aneinander, so zeigen diese Körper, so lange sie vereinigt sind und sich mit ihren Reibungsflächen berühren, keinerlei elektrische Eigenschaft. Sobald dieselben aber getrennt werden, zieht jeder der beiden Körper Stofffasern oder Papierschnitzchen an, es zeigt sich jeder von beiden elektrisch. Nach der Trennung sind also zwei Agentien vorhanden, deren Summe vor der Trennung keine Wirkung nach aussen gezeigt hat, so wenig als wenn vor der Trennung das Agens Null auf den vereinigten Körpern gewesen wäre. Diese Erscheinung tritt bei jeder Wiederholung auf; nach jeder Vereinig-

ung zeigen die Körper keine Wirkung, nach jeder Trennung sind beide elektrisch. Untersucht man jedoch ihre Wirkung auf einen dritten elektrisierten Körper, so findet man ihr Verhalten gegen diesen verschieden. Während der eine der beiden ersten Körper diesen dritten anzieht, stößt der andere ihn ab. Wählt man als dritten Körper einen auf eine Spitze zu legenden Kautschukstab, der auf dieser ohne Schwierigkeit pendeln kann, so findet man, daß die Kautschukplatte diesen abstößt, während die Glasplatte ihn anzieht. Nimmt man als dritten Körper dagegen einen auf die Spitze zu legenden Glasstab, so wird dieser von der Kautschukplatte angezogen, dagegen von der Glasplatte abgestoßen. Man sieht also hieraus, daß die beiden Elektrizitäten entgegengesetztes Verhalten zeigen und mit Rücksicht auf die erwähnten Erscheinungen nennt man die eine der beiden Elektrizitäten positiv, die andere negativ und zwar ist man übereingekommen, die Glaselektrizität positiv und die Harzelektrizität negativ zu nennen.

Andere Körper zeigen sich gleichfalls, wenn sie gerieben werden, elektrisch und ihre Elektrizität zeigt entweder die Eigenschaft der Glas- oder der Harzelektrizität. Im ersteren Falle nennt man den Körper positiv, im letzteren Falle negativ elektrisch.

3. Leiter und Nichtleiter. Nimmt man ein Stück Seide und einen Körper aus Metall in die Hand und reibt sie aneinander, so zeigt nach ihrer Trennung wohl die Seide, nicht aber das Metall die elektrischen Eigenschaften. Ist jedoch ein Metallcylinder auf einem Glasfuße befestigt und reibt man ihn jetzt mit Seide, ohne jedoch das Metall mit der Hand direkt zu berühren, so zeigt sich stets das Metall entgegengesetzt elektrisch, wie die Seide. Was nun die Verteilung des elektrischen Agens betrifft, so übt ein längerer Seidestreifen, an einem Ende gerieben, mit seinem anderen nicht geriebenen Ende keinerlei wahrnehmbare elektrische Wirkung aus, dagegen zeigt sich an beiden Enden des Metallstabes auf dem gläsernen Fuße Elektrizität, gleichviel an welcher Stelle derselbe gerieben wurde. Wir schließen hieraus, daß das elektrische Agens wohl zunächst an den Reibungsflächen entsteht, daß aber Metall die Fähigkeit

hat, dieses Agens leicht fortzuleiten, während die Seide diese Eigenschaft nicht besitzt.

Nach diesen Erscheinungen halten wir es auch nicht für denkbar, daß in unserem obigen Versuche, bei welchem wir das Metallstück mit der Hand gefaßt und gerieben haben, nur die Seide elektrisch geworden, auf das Metall jedoch keinerlei Agens gekommen sei, vielmehr halten wir dafür, dass das erzeugte Metallagens sich sofort auf den ganzen Metallkörper verbreitet hat und von diesem durch unseren Körper nach der Erde fortgeflossen ist. Mit dem durch Reibung erzeugten Agens des Metalls wurde also der Erdkörper geladen und auf ihm ist seine Wirkung nach der Verteilung auf eine so gewaltige Masse unter die Grenze der Wahrnehmung geschwunden. Nach diesem Versuche zeigen die Körper gegen die Elektrizität ein verschiedenes Verhalten; die einen leiten dieselbe rasch und gut fort, sie sind Leiter oder Konduktoren der Elektrizität, die andern verweigern der Elektrizität den Uebergang nach anderen Orten, sie sind Nichtleiter, Isolatoren. Metalle sind gute Leiter; Seide, Luft, Glas, Kautschuk, Siegellack, Paraffin etc. gute Isolatoren. Es muß jedoch hiebei gleich bemerkt werden, daß auch die besten Leiter noch der Elektrizität einen gewissen Widerstand entgegensetzen, während andererseits auch die besten Isolatoren mit der Zeit Elektrizität fortleiten, und wenn, wie zu Anfang erwähnt, elektrisierte Körper mit der Zeit ihre Elektrizität verlieren, so ist dies nur die Folge ihrer unvollständigen Isolierung.

4. Elektroskop. Setzen wir eine Metallkugel verbunden mit einem Metallstabe, der an seinem unteren Ende zwei Gold- oder Aluminiumblättchen trägt (Fig. 1) mit einem isolierenden Kautschuk- oder Siegellackpfropfen in einen weiten Glaskolben mit engem Halse, so erhalten wir hiemit ein Instrument, welches mit ziemlicher Empfindlichkeit Elektrizitätsmengen, die der Metallkugel mitgeteilt werden, anzeigt. Es verbreitet sich nämlich die dem Knopfe mit-

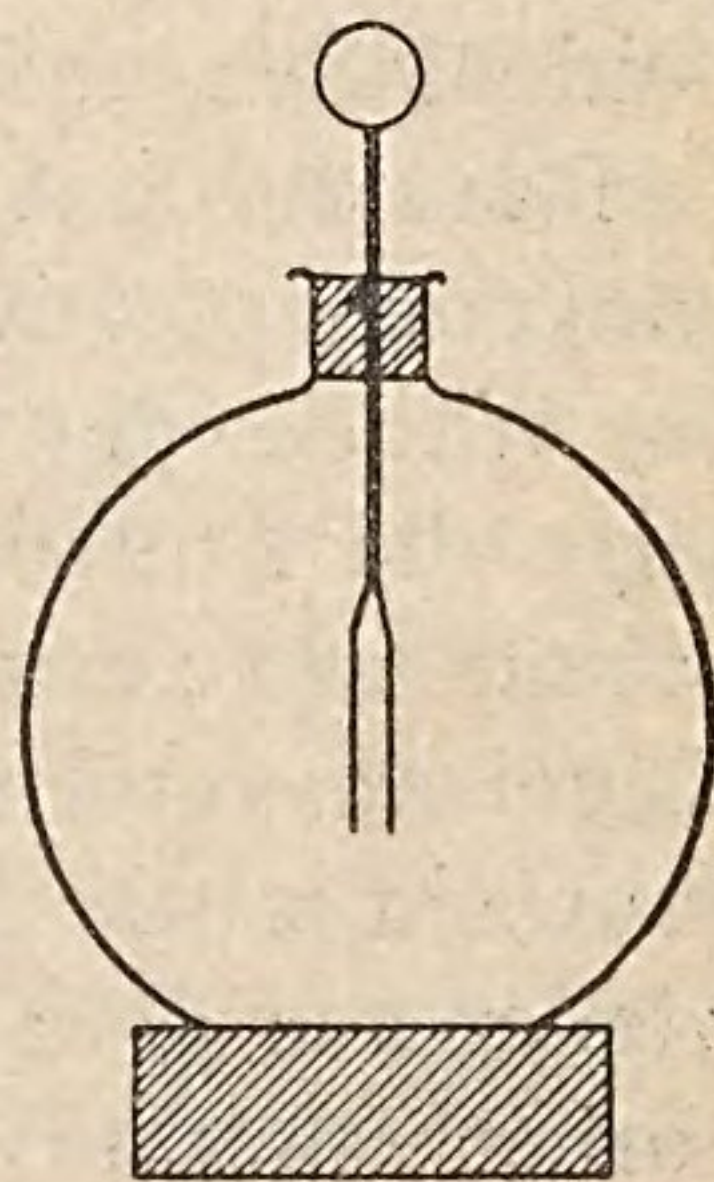


Fig. 1.

geteilte Elektrizität auch über die beiden Blättchen und infolge derselben zeigen diese einen kleineren oder größeren Ausschlag je nach dem Grade des Unterschiedes ihres elektrischen Zustandes von dem ihrer Umgebung.

5. Elektrisierbarkeit der verschiedenen festen Körper durch Reibung. Es läßt sich mit Hilfe eines empfindlichen Elektroskops zeigen, daß zwei Körper durch Reibung elektrisch werden, sobald dieselben nur irgend welche Verschiedenheit zeigen. Ganot hat durch Versuche gefunden, daß die Isolatoren sich in eine Reihe ordnen lassen, in der die voranstehenden Substanzen mit irgend einer nachfolgenden gerieben um so stärker positiv elektrisch werden, je weiter sie von letzterer abstehen.

Diese Reihe ist:

Katzenfell	Flanell
Glas	Baumwolle
Elfenbein	Schellak
Seide	Kautschuk
Bergkrystall	Harz
Die Hand	Gutta Percha
Holz	Metalle
Schwefel	Schießbaumwolle.

6. Influenz. Das nachstehende Experiment, welches wir Faraday verdanken, lehrt uns, daß man Körper nicht bloß durch Reibung, sondern auch durch Influenz elektrisieren kann. Hängt man ein unelektrisches Metallgefäß (Fig. 2) und seinen Deckel an Seidenfäden auf und bringt man in das Innere des Gefäßes durch Aufsetzen des Deckels eine an diesem hängende positiv geladene Metallkugel, ohne aber die Wände des Gefäßes mit ihr zu berühren, so zeigt die Außenwand des Gefäßes positive Elektrizität und zwar in unveränderter Stärke, wenn die Kugel an verschiedene Orte im Innern des Gefäßes gebracht wird. Nimmt man die elektrische Kugel wieder aus dem Gefäß heraus, so verschwindet die vorherbemerkte Elektrizität wieder und das Gefäß zeigt sich wieder vollständig unelektrisch.

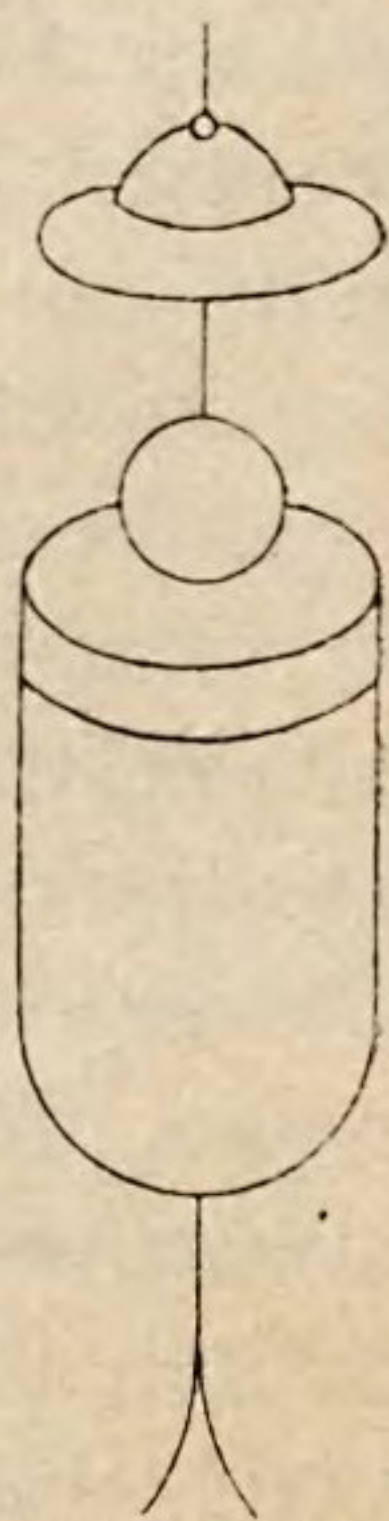


Fig. 2.

Verbindet man dasselbe bei einem wiederholten Versuche durch einen Draht mit einem zweiten in gleicher Weise aufgehängten Gefäße, so zeigt sich nun auch dieses positiv elektrisch. Es ist durch Leitung elektrisch geworden. Dagegen ist die Elektrizität auf dem ersten Gefäße vermindert. Unterbricht man nun die Drahtleitung, so zeigt sich das zweite Gefäß auch nachher noch in gleicher Stärke positiv elektrisch. Das erste Gefäß erscheint jedoch so lange unelektrisch, als die elektrische Metallkugel noch im Innern des Gefäßes sich befindet. Sobald jedoch dieselbe herausgenommen und von beiden Gefäßen entfernt wird, zeigt sich das erste Gefäß negativ geladen. Eine kurze Verbindung beider Gefäße macht jedoch beide Gefäße wieder unelektrisch. Die beiden entgegengesetzten Elektrizitätsmengen, welche durch Induktion getrennt wurden, waren also an Größe einander gleich. Die Metallkugel hat, wenn sie aus dem Gefäße herausgenommen wird, dabei jedoch keine Spur von ihrer ursprünglichen Elektrizität verloren.

Wiederholt man nun den ersten Versuch noch einmal, bringt man also abermals die positiv elektrische Kugel in das Innere des isolierten Gefäßes, so zeigt sich zuerst wieder die äußere Fläche des Gefäßes positiv elektrisch. Bringt man nun die Kugel einen Augenblick mit der inneren Gefäßwand in Berührung, so ist die Kugel, nachdem sie aus dem Gefäße herausgenommen, vollkommen unelektrisch, während die äußere Fläche des Gefäßes noch in gleicher Stärke positiv elektrisch ist. Die Kugel konnte nach dem Vorausgegangenen nur dadurch unelektrisch werden, daß ihre Elektrizität durch die Berührung der Leiter mit einer zweiten ebenso großen Menge negativer Elektrizität vereinigt und dadurch neutralisiert wurde.

Diese Experimente lehren uns demnach: Wenn eine Elektrizitätsmenge $+m$ in das mit Luft erfüllte Innere eines vollständig geschlossenen Leiters an eine beliebige Stelle gebracht wird, so erzeugt sie auf der Innenfläche des vorher unelektrischen Leiters eine gleich große Menge entgegengesetzter Elektrizität $-m$ und auf der Außenfläche eine zweite ebenso große Menge gleichartiger Elektrizität $+m$. Diese

letztere kann durch Leitung auf jeden beliebigen Körper fortgeführt werden, während der induzierende Körper die entgegengesetzte noch auf der Innenfläche angezogen hält. Erst wenn der induzierende Körper nach Ableitung der Elektrizität auf der Außenfläche wieder aus dem Gefäße herausgenommen ist, zeigt sich auch die entgegengesetzte Elektrizität. Die influenzierte Elektrizität auf der Innenfläche wird gewöhnlich Influenz-Elektrizität I. Art, die auf der Außenfläche solche II. Art genannt.

Wird dasselbe Experiment mit einem Gefäße angestellt, welches nicht vollkommen umschlossen ist, so treten hiebei die Erscheinungen in gleicher Weise auf, nur mit dem Unterschiede, daß die Influenz-Elektrizität I. Art und die influenzierende Elektrizität sich nicht vollständig bei der Berührung ihrer Leiter neutralisieren, sondern daß die influenzierende Elektrizität von größerer Quantität ist, als die induzierte. Die beiden induzierten Elektrizitäten lassen sich jedoch auch in diesem Falle als von gleicher Quantität nachweisen. Sobald man nämlich ihre Träger durch einen Draht miteinander verbindet, zeigen sich beide wieder unelektrisch.

7. Theorien der Elektrizität. Zur Erklärung der bis jetzt beschriebenen Erscheinungen wird gewöhnlich die Simmer-sche Hypothese benützt, nach welcher sich in jedem unelektrischen Körper zwei entgegengesetzt wirkende elektrische Fluida von gleicher Menge befinden und dies von solchem Vorrat, daß kein Elektrisierungsprozeß den Körper vollständig einer Elektrizitätsart berauben kann.

Es ist jedoch nicht notwendig, zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen zwei verschiedene Elektrizitätsarten anzunehmen. Nach der Hypothese von Franklin läßt sich eine vollkommen befriedigende Erklärung auch unter Annahme von nur einem elektrischen Fluidum erreichen.

Jeder Körper besitzt in seinem unelektrischen Zustande eine gewisse Menge Elektrizität; wird demselben nun noch ein Überfluß hievon beigebracht, so zeigt er sich positiv elektrisch, wird ihm dagegen ein Teil hievon entzogen, so zeigt er sich negativ elektrisch. Zur Erklärung der Anziehungs-

und Abstoßungserscheinungen muß jedoch hiezu noch eine weitere Annahme gemacht werden, nämlich: eine Elektrizitätseinheit stößt eine Elektrizitätseinheit ab, ebenso stößt die Masseneinheit die Masseneinheit ab. Dagegen besteht zwischen einer Elektrizitätseinheit und einer Masseneinheit Anziehungskraft und zwar sind diese letzteren Kräfte gegen die ersteren überwiegend.

8. Erklärung der Influenz-Erscheinung nach der Franklin'schen Theorie. Nach dieser letzteren Theorie erklärt sich der Vorgang bei der Influenz auf folgende Weise:

Wird der positiv geladene Körper *A* dem unelektrischen isolierten Konduktor *B* genähert (Fig. 3), so stößt der Ueberfluß der Elektrizität auf *A* die in den Massen von *B* beherbergte Elektrizität ab, so daß diese den von der punktierten Linie begrenzten Raum einnimmt. So zeigt sich das Ende α

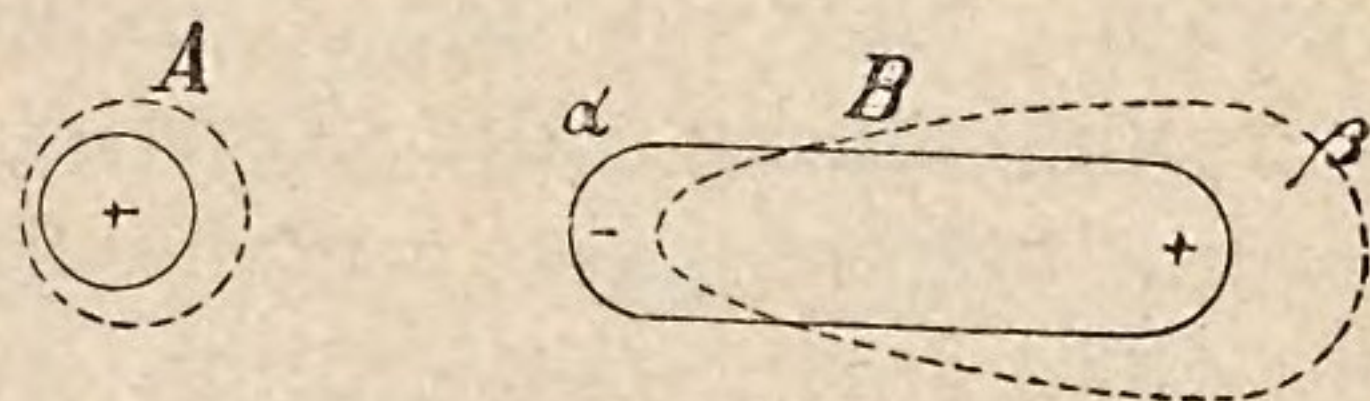


Fig. 3.

negativ und das Ende β positiv elektrisch. Zwischen der positiven und negativen Zone wird eine solche unelektrische bestehen, welche den Konduktor *B* in einen positiven und negativen Teil zerlegt. Die Elektrizität auf *A* muß auch auf der gegen *B* zugewandten Seite dichter sein, da die Elektrizität auf *A* nicht mehr von der Elektrizität auf α abgestoßen und von der Masse angezogen und so im Gleichgewicht gehalten wird, sondern nach dem Zurücktreten der Elektrizität von α gegen β die Anziehung der Masse überwiegend ist.

9. Sitz der Elektrizität in Leitern. Das vorzügliche Leitungsvermögen der Metalle führt uns zu der Vermutung, daß die Elektrizität auf Konduktoren nicht im Inneren, sondern lediglich auf der Oberfläche derselben sich befinden könne. Diese Vermutung bestätigt sich in der That sowohl für massive als hohle Körper. Für letztere hat sie Faraday experimentell aufs unzweideutigste bewiesen. Er befestigte ein Insektennetz aus Draht auf einen isolierenden Glasfuß. Mit einem Seidenfaden konnte man dasselbe nach Belieben umstülpen. Wurde dasselbe elektrisch, so zeigte es, mit einem Probescheibchen

berührt, außen Elektrizität, innen aber keine Spur hiervon. Stülpte man dasselbe um, so trat sofort alle Elektrizität auf die vorige innere, jetzt äußere Fläche, während sich die vorher äußere elektrische Fläche jetzt als innere Fläche vollständig unelektrisch zeigte.

Um diesen fundamentalen Satz, daß die Elektrizität nicht in das Innere eines Leiters eindringt, auch für massive Körper zu beweisen, stellte Coulomb eine Metallkugel auf eine isolierte Stütze und ließ zwei sie genau umschließende Halbkugeln mit isolierenden Griffen herstellen. Bedeckte er die Kugel mit den Hüllen und elektrisierte er sie, so erschien sie doch vollkommen unelektrisch, wenn die Hüllen abgenommen wurden. Die auf den Konduktor geleitete Elektrizität fand sich vollständig, die Zerstreuung wegen mangelhafter Isolierung abgerechnet, auf den beiden Halbkugeln. Hierbei war es vollkommen gleichgültig, ob die Hüllen und die Kugel aus Blei, Kupfer oder einem anderen Metall gemacht waren, oder ob die Kugel eine vergoldete Holzkugel war.

10. Kraftwirkung zweier elektrischer Körper. Die Gesetze, nach welchen elektrische Körper sich anziehen oder abstoßen,

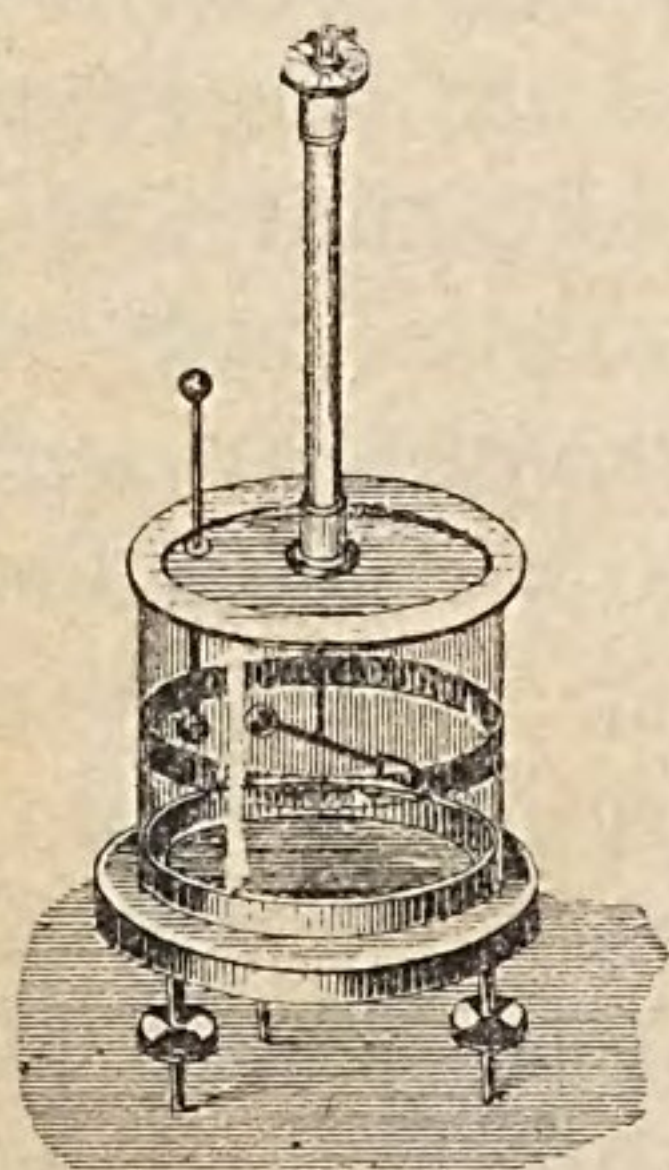


Fig. 4.

verdanken wir Coulomb. Er hat dieselben mit der Torsionswage (Fig. 4) festgestellt, indem er mit den bekannten Drehungskräften eines gedrehten Fadens die unbekannten Anziehungs- und Abstoßungskräfte gemessen hat. Er brachte an das untere Ende eines oben festgeklemmten Fadens einen horizontalen Arm, der um denselben als Axe schwingen konnte. Dieser Arm trug an seinem Ende einen elektrisierten Körper und ein zweiter seitlich aufgestellter elektrischer Körper brachte eine Drehung des Fadens um einen bestimmten meßbaren

Winkel hervor. Aus der Größe dieses Winkels und den konstanten Größen des Instruments läßt sich die Kraft berechnen. Coulomb fand auf diese Weise, daß sich die elektrischen Kräfte ausdrücken lassen durch die Formel

$$F = \pm \frac{e_1 e_2}{r^2},$$

wobei F die Kraft, e die Elektrizitäts-Mengen der beiden Körper, r ihre Entfernung bedeutet und das Zeichen $+$ Abstossung und $-$ Anziehung anzeigt.

Die Anziehung eines unelektrischen Körpers durch einen elektrischen folgt demselben Gesetze nach vorhergegangener Induktion.

11. Dimension der statischen Elektrizitätseinheit. Aus diesem Gesetze ergibt sich, daß die elektrostatische Einheit der Elektrizität die Elektrizitätsmenge ist, welche auf eine gleich große Menge in der Entfernung 1 die Kraft 1 ausübt. Unter letzterer (Dyn) versteht man bekanntlich die Kraft, welche der Masse 1 in der Zeiteinheit (Sekunde) die Geschwindigkeit 1 (1 cm) verleiht. Wie also

$$\text{Kraft} = \frac{\text{Masse} \times \text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Masse} \times \text{Weg}}{\text{Zeit} \cdot \text{Zeit}} = \frac{M L}{T^2}$$

gesetzt wird, so ist die Quantität der Elektrizität bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{M L}{T^2} = \frac{e^2}{L^2}, \text{ woraus } e = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}.$$

In der Praxis benützt man als Einheit 1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ absolute elektrostatische Einheiten.

12. Das Potential. Denken wir uns auf einer kleinen Kugel eine positiv elektrische Masse e und außer ihr noch die positive Elektrizitätsmenge 1, so übt die erstere auf letztere eine Abstößungskraft aus. Sobald man nun die Menge 1 der ersteren näher bringen will, muß man diese Abstößungskraft auf dem betreffenden Weg überwinden; man muß eine gewisse Arbeit leisten, gerade als ob zwischen der Menge e und der Menge 1 eine Feder sich befände, welche bei der Annäherung der letzteren an die erstere zusammengedrückt werden müßte. Diese Arbeit wird in der Nähe von e für eine gewisse Distanzverkürzung grösser sein, als in weiterer Entfernung von e auf

die gleiche Distanzverkürzung, da im ersteren Falle eine größere Abstoßungskraft zu überwinden ist, als in letzterem. Durch die Arbeit, welche man nun aufzuwenden hat, um die positive Elektrizitätseinheit aus unendlicher Ferne bis zu einem gewissen Punkte P zu bringen, wird nun das Potential der Menge e im Punkte P gemessen. Wäre die auf der kleinen Kugel vorhandene Masse $-e$, so würden die elektrischen Anziehungskräfte selbst die Arbeit leisten; es wäre also eine negative Arbeit von derselben Größe wie vorher aufzuwenden, um die positive Elektrizitätseinheit aus unendlicher Entfernung nach dem Punkte P zu bringen, oder im Punkte P existierte ein negatives Potential.

Sind anstatt der einen Elektrizitätsmenge e verschiedene Mengen in beliebiger Verteilung vorhanden, so wird eine andere positive oder negative Arbeit notwendig sein, um die positive Elektrizitätseinheit in den Punkt P aus dem Unendlichen zu bringen. Wie groß diese aber auch sein mag, sie hängt nur ab von den vorhandenen Elektrizitätsmengen und von der Lage des Punktes P gegen dieselben, nicht aber von dem Weg, auf welchem sie aus unendlicher Ferne nach P gebracht wird. Beträgt dieselbe in einem gewissen Falle V Arbeitseinheiten, so sagt man, das Potential im Punkte P beträgt V Potentialeinheiten. Man sieht, wie in der Wärmelehre die Temperatur einer Masse auf die in der Masse vorhandene Wärmemenge schließen läßt, so läßt das an einem Punkte existierende Potential auf die diesen Punkt beeinflussenden Elektrizitätsmengen schließen. Man erkennt hiebei aber auch einen Unterschied. Während nämlich das Potential an einem Punkte von allen den Punkt beeinflussenden Elektrizitätsmengen abhängt, ist die Temperatur eines materiellen Punktes durch die in demselben befindliche Wärmemenge bestimmt. Während also von verschiedenen Raumteilchen einer homogenen Masse stets dasjenige die höchste Temperatur hat, in welchem die größte Wärmemenge sich befindet, kann es leicht vorkommen, daß ein Punkt, an dem gar keine Elektrizität sich befindet, doch ein höheres Potential besitzt, als ein mit Elektrizität geladener.

13. Resultierende Kraft. Nehmen wir der Einfachheit halber wieder an, es befinde sich im Raume lediglich eine auf einer

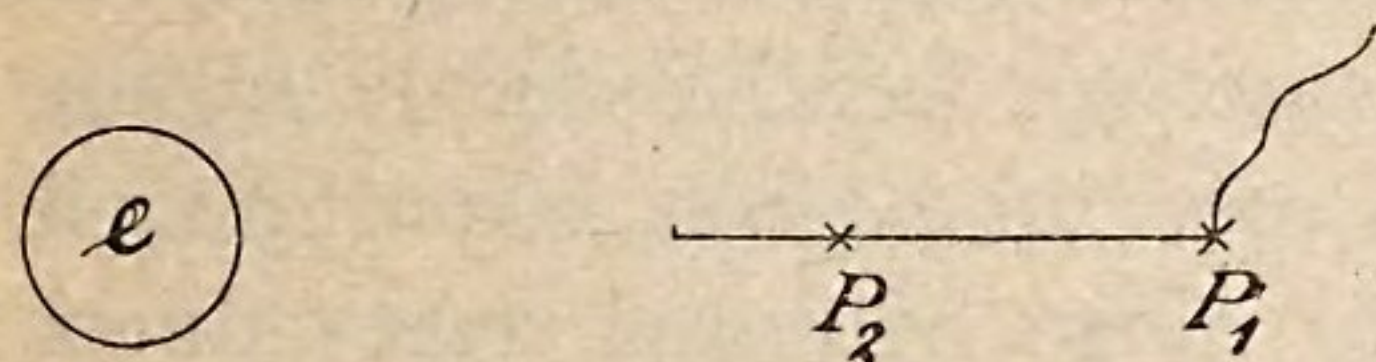


Fig. 5.

kleinen Kugel angesammelte Elektrizitätsmenge e , und die positive Elektrizitäts-Einheit werde von dem entfernteren Punkte P_1 nach dem näher gelegenen P_2 gebracht, so be-

merkt man sofort, daß die von e auf die Einheit ausgeübte Kraft in jedem Punkte zwischen P_1 und P_2 eine andere ist; sie ist am kleinsten in P_1 , wächst von Punkt zu Punkt der geradlinigen Strecke d und ist am größten in P_2 . (Fig. 5.) Bezeichnen wir die mittlere Kraft zwischen P_1 und P_2 mit K , so ist die Arbeit, welche für die Annäherung der Einheit von P_1 nach P_2 geleistet werden muß $= Kd$. Ist nun das Potential in diesen Punkten V_1 und V_2 , so ist die Arbeit auch nach dem vorigen $V_2 - V_1$, woraus $Kd = V_2 - V_1$ und $K = \frac{V_2 - V_1}{d}$,

d. h. die mittlere resultierende Kraft zwischen zwei Punkten ist gleich der Potentialdifferenz an diesen Punkten dividiert durch deren Entfernung.

14. Elektromotorische Kraft. Es verdankt die Elektrizitätseinheit im Punkte P_2 ihre Lage einem größeren Arbeitsaufwande als im Punkte P_1 . Deshalb besitzt sie aber auch in P_2 eine größere Fähigkeit, Arbeit zu leisten, als in P_1 , sie hat in P_2 eine größere potentielle Energie als in P_1 . Wie nun eine zwischen einem festen Punkte e und einem beweglichen Punkte P_2 eingeklemmte Feder sofort die Lage $e P_1$ einnimmt, wenn sie in letzterer eine geringere potentielle Energie erhält, als ihr in ersterer zukam, so bewegt sich auch die Elektrizitätseinheit sogleich von dem Orte höheren Potentials P_2 nach dem Orte niedrigeren Potentials P_1 , sobald man die beiden Punkte durch einen Leiter verbindet und so der Elektrizität die Fortbewegung ermöglicht. Bei dieser Bewegung leistet die Elektrizitätseinheit die vorher auf sie verwendete Arbeit $V_2 - V_1$, welche in P_2 als Energie aufgespeichert war, indem sie eine diesem Betrage äquivalente Wärmemenge in der

Leitung erzeugt, woferne sie keine andere Arbeit zu verrichten Gelegenheit hat. Selbstverständlich hat das, was wir von der Elektrizitätseinheit gezeigt haben, auch seine volle Gültigkeit von jeder beliebigen Elektrizitätsmenge, welche durch irgend eine Ursache in P_2 ein höheres Potential besitzt, als wenn sie nach P_1 gebracht würde. Sobald diese beiden Punkte durch einen Leiter verbunden werden, strömt die in P_2 befindliche Menge von der Stelle höheren Potentials nach der Stelle niederen Potentials P_1 .

Die Arbeit, welche von den elektrischen Kräften auf die Elektrizitätseinheit geleistet wird, wenn diese sich auf einem gewissen Wege zwischen zwei Punkten unter deren Einfluße bewegt, heißt die elektromotorische Kraft zwischen diesen zwei Punkten. Sie wird deshalb durch die Differenz der Potentiale am Anfang und Ende des Weges gemessen, sie ist zwischen P_2 und $P_1 = V_2 - V_1$.

Der Umstand, daß Kraftresultierende und elektromotorische Kraft durch eine Potentialdifferenz ausgedrückt werden, läßt sich dazu benützen, für das Potential einen bequemerem Nullpunkt einzuführen. Man wählt in der Praxis hiezu das Potential der Erde anstatt des Potentials eines unendlich entfernten Punktes. Hat also ein Punkt P das Potential V , so heißt dies: die elektromotorische Kraft zwischen dem Punkte P und der Erde ist V .

Die Analogie mit dem absoluten und dem in der Praxis üblichen Nullpunkte ist ersichtlich.

15. Bedingung des elektrischen Gleichgewichtes auf einem Konduktor. Ist irgend ein Leiter mit Elektrizität geladen und haben alle seine Punkte dasselbe Potential, so wird die Elektrizität auf ihr sich in Ruhe befinden, da die elektromotorische Kraft zwischen je zwei Punkten Null ist. Umgekehrt ersehen wir, daß auf einem endlichen Leiter, der mit Elektrizität geladen wird, diese sich so verteilt, daß jeder Punkt auf seiner Oberfläche und in seinem Innern das gleiche Potential erhält. Denn wäre an einem Punkte P_1 ein höheres Potential als an einem anderen P_2 , so würde sofort eine bewegende Kraft zwischen ihnen auftreten und es würde so lange Elektrizität

in der Richtung von P_1 nach P_2 fließen, bis das Potential an beiden Punkten gleich geworden wäre.

16. Niveaflächen. Verbindet man sämtliche Punkte, welche das gleiche Potential haben, so erhält man eine Fläche, welche Niveafläche genannt wird.

Kennt man für eine vorhandene Elektrizitätsmenge A die Niveaflächen, welche den Potentialen 1, 2, 3 u. s. f. entsprechen, so kennt man auch die Kraft, welche sie an jedem Punkte des Raumes ausübt.

Die Kraft ist offenbar an jedem Punkte normal zu der durch den Punkt gehenden Niveafläche gerichtet (Fig. 6). Denn würde sie schief wirken, so könnten wir sie in zwei Komponenten, normal und tangential, zur Fläche zerlegen und letztere würde in der Fläche eine Elektrizitätsbewegung der gedachten Einheit veranlassen, was aber mit der Definition einer Niveafläche im Widerspruche stehen würde.

Ueber die Größe der Kraft entscheidet die Entfernung der zunächstliegenden Niveaflächen. Man erkennt nämlich leicht, daß diese in der Nähe der Elektrizitätsmenge A näher aneinander liegen, als in größerer Entfernung, und da die Arbeit $Kd = 1$ geleistet werden muß, um die Menge 1 von einer entfernteren Niveafläche auf die nächst nähere zu bringen, so ist die zwischen zwei benachbarten Niveaflächen wirkende Kraft umgekehrt proportional ihrer Entfernung.

Befindet sich die Menge A auf einer kleinen Kugel, so sind die Niveaflächen konzentrische Kreise.

Befinden sich mehrere, teils positive, teils negative Mengen im Raume, so ist das Potential in einem Punkte abhängig von ihrer Gesamtwirkung und die Niveaflächen werden schwer konstruierbar sein. Sind sie jedoch einmal bekannt, so geben sie stets ein deutliches Bild von der Kraftwirkung in jedem Punkte.

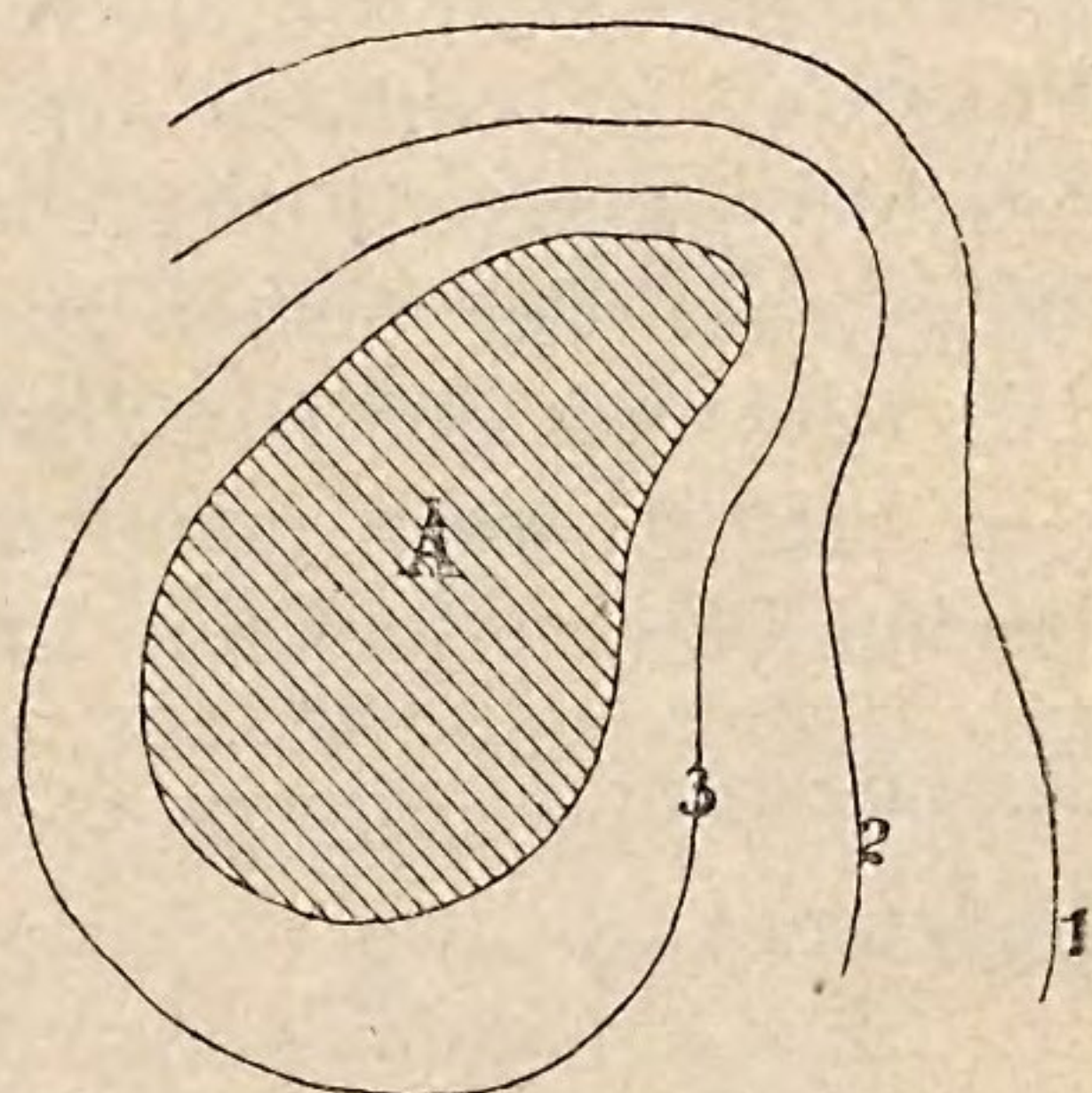


Fig. 6.

Eine Konduktorfläche ist nach dem Vorhergehenden stets auch eine Niveaufläche.

17. Kraftlinien. Noch bessere Orientierung über die Beschaffenheit eines elektrischen Feldes gewähren die Kraftlinien.

Um über das Wesen und den Wert dieser von Faraday in die Wissenschaft eingeführten Hilfslinien eine richtige Vorstellung zu erhalten, mögen erst zwei einfachste Fälle betrachtet werden.

Denken wir uns zwei gleich große ebene Metallplatten von großer Ausdehnung mittelst isolierender Stützen einander parallel gestellt, und die eine mit positiver Elektrizität bis zum Potential V_1 geladen, so wird die andere hiedurch ein niedrigeres Potential V_2 erhalten und eine zwischen beide Platten gebrachte positive Elektrizitätseinheit wird auf dem kürzesten Wege von der ersten zur zweiten Platte getrieben werden. Die Richtung der Kraft wird also für jeden Punkt zwischen den Platten, wenn man vom Rande absieht, normal zu den beiden Platten sein und die Größe derselben wird im ganzen Raume sein $F = \frac{V_1 - V_2}{d}$ wenn d die Entfernung der Platten bedeutet.

Heißt man nun den Weg, den die positive Einheit unter dem Einflusse der resultierenden Kraft zurücklegt, eine Kraftlinie, so macht man sich nach der Angabe von Faraday von der Größe dieser Kraft dadurch eine Vorstellung, daß man sich die Kraftlinien in solcher Zahl gezogen denkt, daß durch einen auf der Richtung der Kraft senkrecht stehenden Quadratcentimeter sovieler derselben gehen, als die Größe der Kraft Einheiten zählt.

Ist die eine Platte auf das Potential vom Werte $= 10$ Einheiten gebracht, während die andere Platte das Potential 0 besitzt, und ist die Entfernung der beiden Platten 0,3 cm, so beträgt die resultierende Kraft zwischen denselben 33,3 Dyn.

Man hat sich also in diesem Falle so viele Kraftlinien gezogen zu denken, daß jeder auf der Krafrichtung senkrecht stehende Quadratcentimeter von 33 Kraftlinien durchdrungen wird. Man sagt dann, die Feldstärke an dem betreffenden Punkte beträgt 33,3 Dyn.

$V_1 - V_2 =$
 $10 - 0$
 $= 10$
 $\frac{10}{0.3}$
 $= 33.3$

Ein Feld, welches in jedem Punkte konstant ist, in welchem also die Kraftlinien sämtlich parallel und in gleichen Abständen laufen, nennt man homogen.

Weiß man in einem anderen Falle, daß in einem homogenen Felde eine auf der Krafrichtung senkrecht stehende Fläche von S qcm von N Kraftlinien durchdrungen wird, so beträgt die Feldstärke desselben $\frac{N}{S}$ Dyn.

Besitzt ein homogenes Feld die Intensität E , so gehen durch eine auf der Krafrichtung senkrecht stehende Fläche von S qcm $E S$ Kraftlinien und man sagt: der durch die Fläche S gehende Kräftestrom

$$N = E S.$$

Ist eine Ebene S so gerichtet, daß ihre Normale mit der Krafrichtung den Winkel α bildet, so ist, wenn die Feldstärke E Dyn beträgt, der durch sie gehende Kräftestrom

$$N = E S \cos \alpha.$$

Man versteht also unter dem durch ein Flächenstück gehenden Kräftestrom das Produkt aus Kraft, die man sich durch die entsprechende Anzahl von Kraftlinien veranschaulicht, multipliziert mit der Projektion von S auf die zur Krafrichtung senkrecht stehende Ebene.

Denken wir uns einen Massenpunkt mit der elektrischen Menge $+e$ geladen (Fig. 7), so wird die an irgend einen ihm benachbarten Punkt gebrachte positive Einheit in radialer Richtung von ihr abgestoßen. Die Wege, die unter dem Einfluße der von e auf die positive Einheit von dieser zurückgelegt werden, also die hier bestehenden Kraftlinien sind demnach Radien, die von dem Punkte, worauf sich e befindet, ausgehen und mit zunehmender Entfernung von e stets weiter auseinanderlaufen.

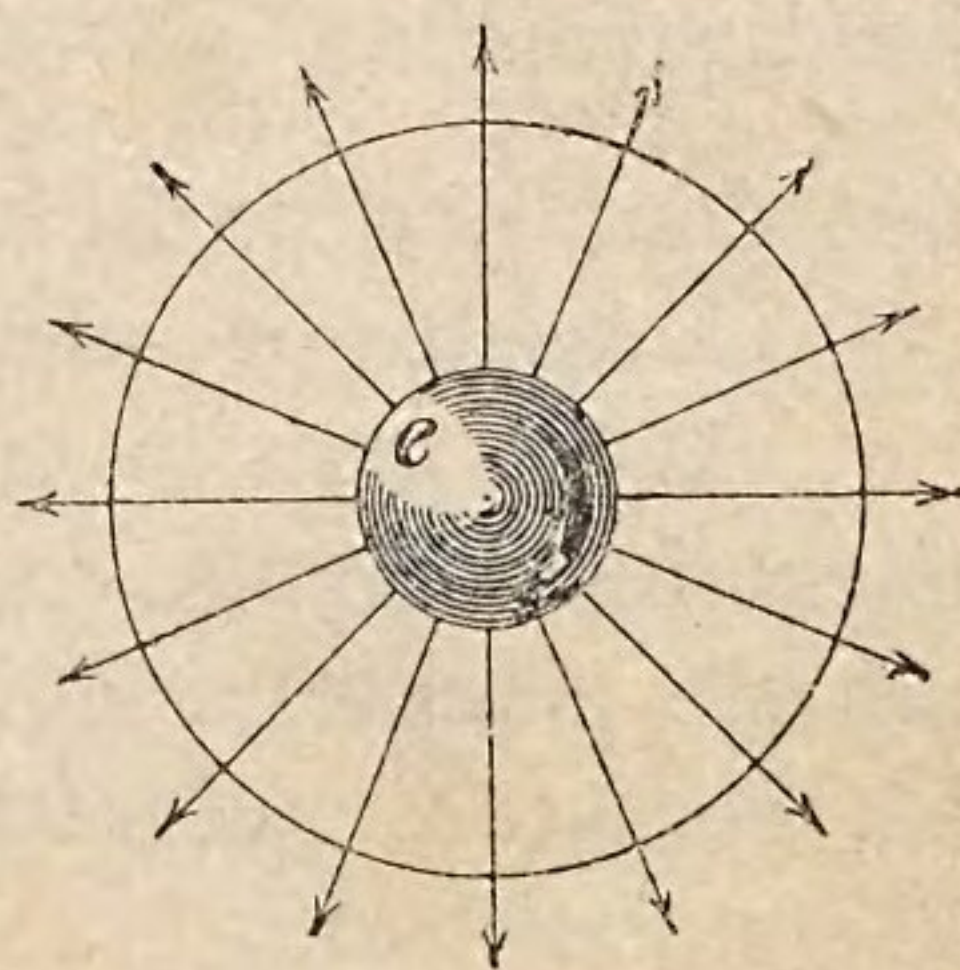


Fig. 7.

Um sich die elektrische Kraft in der Entfernung 1 cm von e zu veranschaulichen, denke man sich um e mit dem Radius 1 cm

$$\frac{N}{S} = E$$

eine Kugel gelegt, und nach jedem durch die positive Einheit gehenden Quadratcentimeter dieser Kugeloberfläche e Kraftlinien in der Richtung der Radien, entsprechend der Größe Kraft $= e$, gezogen. Da jedes Element der Kugeloberfläche auf den es treffenden Radien senkrecht steht, so erfüllen die Teile der Kugeloberfläche die Anforderung, welche an den zweiten Faktor des Kraftstromes gestellt werden. Der Kräftestrom, der durch 2 qcm der Kugeloberfläche geht, ist $N = 2e$ und der durch die Gesamtoberfläche dringende

$$N = 4\pi e.$$

Denkt man sich diesen Kräftestrom durch die entsprechenden Kraftlinien ins Unendliche verlängert, so ist durch diese Kraftlinien für jeden Punkt des Raumes nicht bloß die Richtung, sondern auch die Größe der von e erzeugten Feldstärke veranschaulicht. Während erstere mit der Richtung der durch den betreffenden Punkt gehenden Kraftlinie zusammenfällt, ist letztere wieder durch die Zahl der Kraftlinien bestimmt, die durch einen im Punkte befindlichen Quadratcentimeter der Kugeloberfläche um e dringen.

Ist der betreffende Punkt von e um r entfernt, so gehen durch einen solchen Quadratcentimeter $\frac{e}{r^2}$ Kraftlinien und so groß ist in der That die dort existierende elektrische Kraft.

Der durch letztere Kugeloberfläche dringende Gesamtkräftestrom ist $\frac{e}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi e$ d. h. ebenso groß wie durch die mit dem Radius 1 cm um e gelegte Kugeloberfläche.

Derselbe ist also unabhängig vom Radius.

Weiß man in einem anderen Falle, daß der von einer Elektrizitätsmenge e ausgehende, durch eine mit dem Radius R um sie gelegte Kugeloberfläche gehende Kraftstrom $4\pi e = N$ ist, so ist die elektrische Feldstärke an einem Punkte dieser Kugeloberfläche

$$E = \frac{4\pi e}{4R^2\pi} = \frac{e}{R^2} = \frac{N}{4R^2\pi}.$$

Ist z. B. $e = \frac{80}{3 \cdot 10^9}$ Coulomb $= 80$ a. E., so ist der Kraftstrom

durch eine um e als Mittelpunkt gelegte Kugeloberfläche $N=4\pi \cdot 80=1005$ und die Kraft an einem um 4 cm von e entfernten Punkte

$$E = \frac{4\pi \cdot 80}{4 \cdot 16\pi} = 5 \text{ Dyn.}$$

Man sieht also schon aus diesen zwei einfachen Fällen, daß der Zweck der von Faraday eingeführten Kraftlinien darin besteht, daß man sich von den an den verschiedenen Punkten des Raumes vorhandenen elektrischen Kräften ein geometrisches Bild vermittelt Linien macht, welche uns ihrerseits wieder Richtung und Größe der Kraft im ganzen Raume erschließen.

Wenn das elektrische Feld von mehreren elektrischen Mengen erzeugt wird, so kann man für den Fall, daß diese Mengen sich auf Massenpunkten befinden, für jeden Punkt des Raumes die Kräfte, welche von jeder einzelnen Menge auf den Punkt ausgeübt werden, sowie nach der Regel des Kräfteparallelogramms die Resultante dieser Kräfte der Größe und Richtung nach bestimmen. Die Kraftlinien werden im allgemeinen Kurven sein und die Intensität der Kraft wird sich von Stelle zu Stelle ändern. Sie wird dann gewöhnlich nicht mehr für einen ganzen Quadratcentimeter, sondern nur mehr für einen Bruchteil eines solchen konstant sein. In diesem Falle denkt man sich nach diesem Bruchteil soviel Kraftlinien gezogen, als ihm im Verhältnis des ganzen Quadratcentimeters zukommen und die Zahl der Kraftlinien, welche den ganzen Quadratcentimeter durchdringen, gibt die mittlere Kraft für die in ihm liegenden Punkte an. Die Richtung der Kraft in einem Punkte fällt dann mit der Tangente zusammen, welche in diesem Punkte an die durch ihn gehende Kraftlinie gelegt werden kann.

Sind die elektrischen Mengen nicht in Punkten angehäuft, sondern auf mehreren Flächen verteilt, so wird es sehr schwierig sein, die Feldstärke für jeden Punkt zu berechnen und die Kraftlinien zu konstruieren.

In der Praxis bietet die Vorstellung der Kraftlinien einen großen Behelf für die Beurteilung der Feldstärke im Raume und der daraus sich ergebenden Folgerungen. In den meisten Fällen genügt für die Vorstellung der Kraftlinien schon die

Überlegung, welchen Weg unter den gegebenen Verhältnissen die positive Einheit an den verschiedenen Punkten des Raumes einschlagen wird.

Die Kraftlinien, wie sie durch zwei gleich stark, aber entgegengesetzt geladene Kugeln und bei der Influenzierung einer Kugel B durch den Konduktor A erzeugt werden, sind in untenstehenden Figuren 8 und 9 gezeichnet. Später wird noch angegeben werden, auf welche Weise die ersteren geometrisch konstruiert werden können.

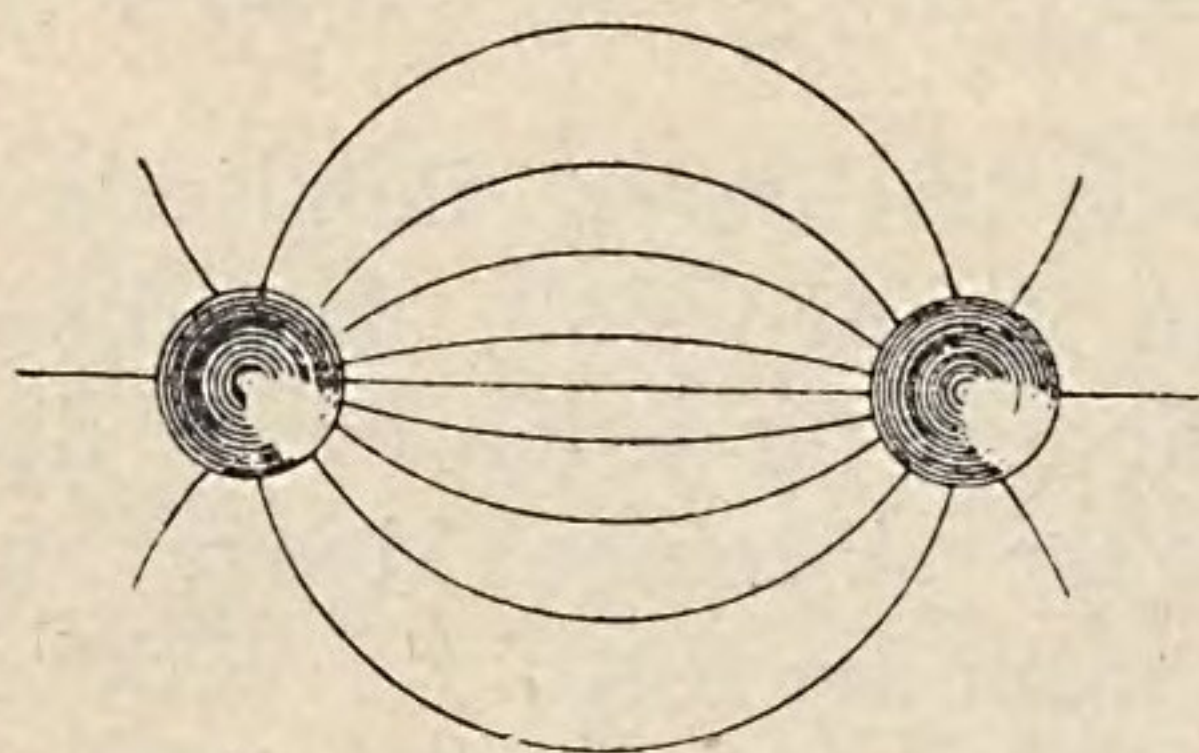


Fig. 8.

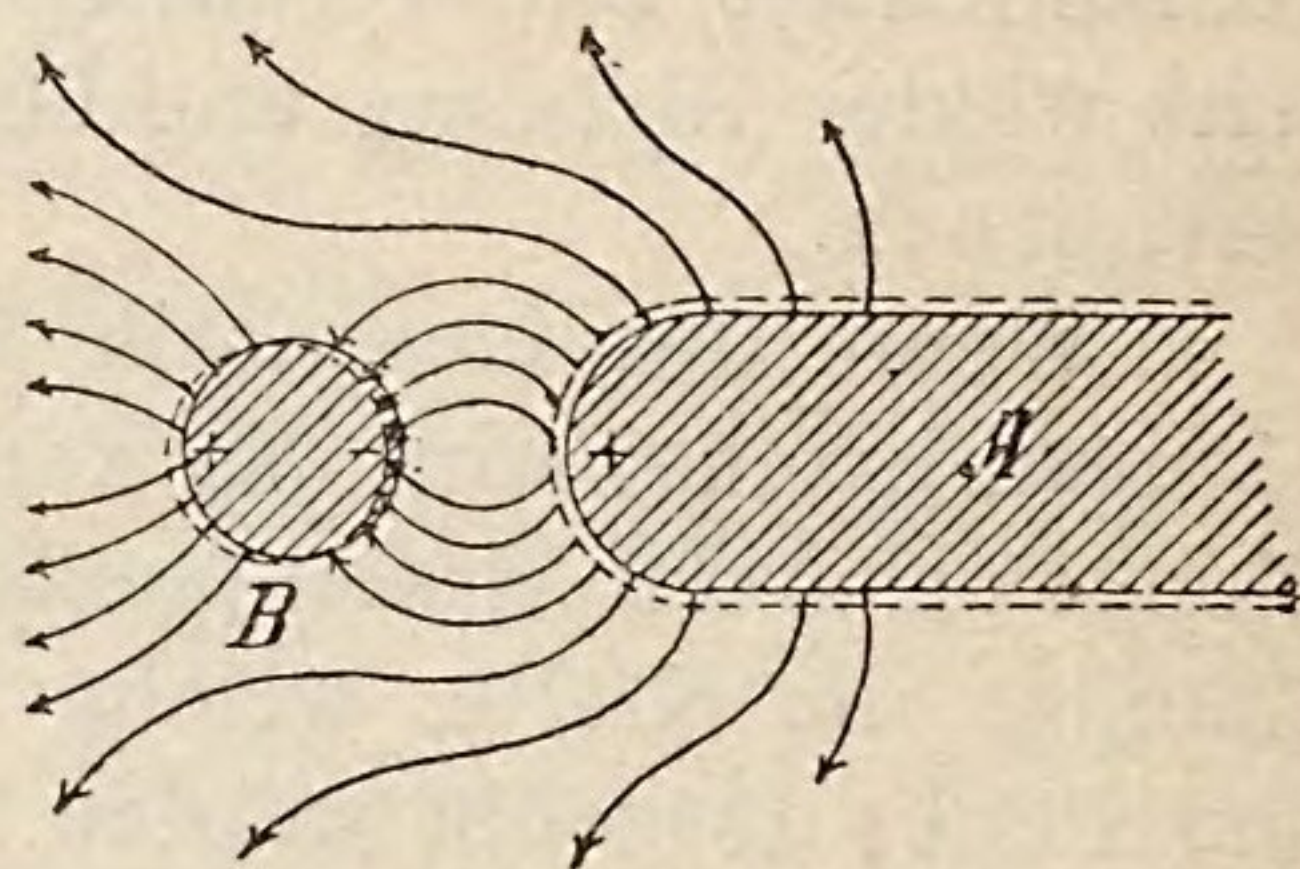


Fig. 9.

Die Kraftlinien werden stets von positiven Mengen auslaufen und in negativen Mengen oder im Unendlichen endigen. In das Innere eines Leiters erstrecken sie sich nicht, da hier die Kraft Null ist. Sie werden von anderen im Felde befindlichen positiven Mengen abgelenkt und von negativen angezogen und dies um so stärker, je größer und näher dieselben sind. Nimmt auf ihrem Wege die Kraft zu, so nähern sie sich einander, nimmt sie ab, so gehen sie weiter auseinander. Unter allen Umständen werden sie die Niveauflächen im Raume senkrecht durchschneiden.

Zum Schlusse sei noch folgende Bemerkung gemacht: stellen wir uns irgend eine elektrische Masse e und eine ihrer Niveauflächen vor und denken wir uns den ganzen Raum innerhalb dieser zu einem Leiter erstarrt, so wird die Menge e in der Richtung der Kraftlinien sich auf die Niveauflächen begeben und die nun von ihr in den äußeren Raum verlaufenden Kraftlinien sind die Fortsetzung der von der ursprünglichen Menge bis zur Niveaufläche reichenden, also die gleichen, wie die von dieser direkt ausgehenden. Wir sehen

hieraus, die Wirkung einer Elektrizitätsmenge außerhalb einer ihrer Niveauflächen ist die gleiche, als wenn diese Menge auf einer mit dieser Niveaufläche zusammenfallenden Konduktorfläche verteilt wäre.

Nach diesen Betrachtungen, die für das Folgende von höchster Wichtigkeit sind, möge nun noch ein von Gauß aufgestellter Satz über Kräfteströme, der für die nächsten Sätze unentbehrlich ist, eine Stelle finden.

18. Gaußischer Satz. Wie schon oben gezeigt wurde, ist der durch eine Kugeloberfläche von einer im Mittelpunkt befindlichen Elektrizitätsmenge e aus geschickte Kraftstrom $= 4\pi e$.

Gauß hat nun gezeigt, daß der durch eine beliebige geschlossene Fläche gehende Kraftstrom $= 4\pi \Sigma e$ beträgt, wenn Σe die Summe der von der Fläche eingeschlossenen Elektrizitätsmengen bedeutet.

Befindet sich innerhalb der Fläche F die Menge e , so ist der durch das sehr kleine von e um r entfernte Flächenelement S dringende

Kräftestrom $= K \cdot S \cos \delta = \frac{e}{r^2} S \cos \delta$,

wenn δ der Winkel ist, den die Kraft-

richtung in S mit der Normalen von S einschließt (Fig. 10).

Denkt man sich um e eine Kugel mit dem Radius 1 und eine zweite mit dem Radius r beschrieben, so schneiden die nach der Begrenzung von S laufenden Kraftlinien aus diesen je ein Flächenstück aus, welches durch den dazu gehörigen Körperwinkel ω bzw. durch $r^2 \omega$ gemessen wird. Letzteres ist aber auch $= S \cos \delta$, mithin $\omega = \frac{S \cos \delta}{r^2}$. Der durch S fließende

Kräftestrom ist demnach

$$N = \frac{e}{r^2} S \cos \delta = e \omega.$$

Beziehen wir in gleicher Weise auch die Kraftströme, welche durch alle übrigen Elemente S der Fläche F gehen, auf die um e beschriebene Kugel mit dem Radius 1 und addieren wir diese

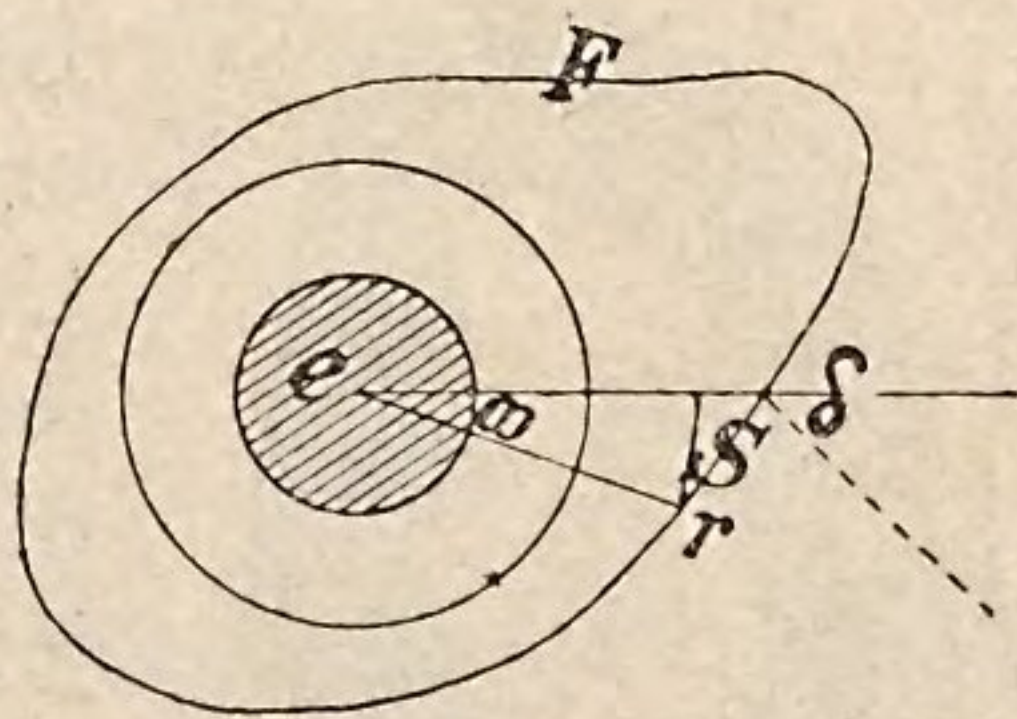


Fig. 10.

Ströme, so ergibt sich der durch die ganze Fläche F austretende Kraftstrom $N = e \Sigma \omega = 4\pi e$.

Ist e negativ, so geht der Strom von außen nach innen. Befinden sich im Innern die Mengen $e_1 + e_2 - e_3 + \dots$, so superponieren sich die einzelnen Ströme und der gesamte austretende Kräftestrom ist:

$$N = 4\pi \Sigma e.$$

Sind die positiven Mengen überwiegend, so gehen auch mehr Kraftlinien von innen nach außen durch die Fläche, als umgekehrt.

19. Anwendungen des Gaußischen Satzes. a) Denkt man sich in die Höhlung des Leiters C die elektrischen Mengen

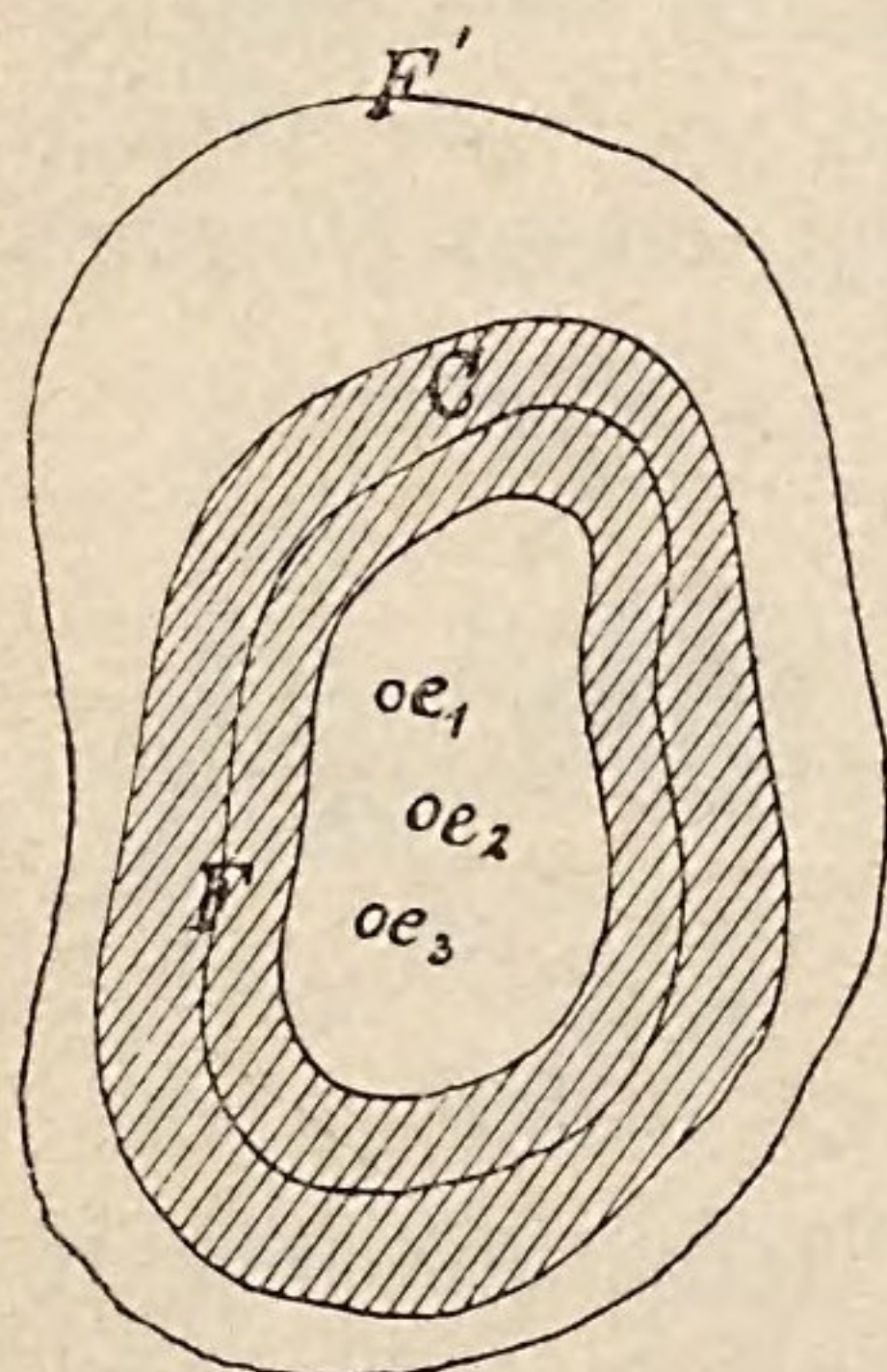


Fig. 11.

Σe gebracht, so wird auf der Innenseite des Leiters ungleichnamige und auf der Außenseite gleichnamige Elektrizität durch Influenz erzeugt (Fig. 11). Nennen wir die erstere $-\Sigma e'$, so ist die letztere $+\Sigma e'$. Um nun zu erfahren, wie groß $\Sigma e'$, denken wir uns im Innern des Leiters C die Fläche F gelegt, dann ist, da in jedem Punkte im Innern eines Leiters die Kraft Null ist, der durch F gehende Kräftestrom

$$0 = 4\pi (\Sigma e - \Sigma e').$$

Dies ist aber nur möglich, wenn

$$\Sigma e' = \Sigma e.$$

Die in einem Leiter induzierte Elektrizitätsmenge ist also der induzierenden an Größe gleich, wenn die letztere vom Leiter vollkommen umschlossen ist.

Der durch eine um den Leiter C gelegte Fläche F' gehende Kräftestrom ist

$$N = 4\pi \Sigma e.$$

b) Denken wir uns von zwei benachbarten isolierten Leitern den einen positiv geladen, so wird der andere auf der ihm zugewandten Seite durch Influenz negativ elektrisch.

Die von einem Flächenteile mit der Menge e_1 ausgehenden Kraftlinien werden dann auf einem korrespondierenden

Flächenteile des zweiten Leiters endigen. (Fig. 12.) Um nun zu erfahren, wie groß die darauf befindliche Menge $-e_2$ ist, schneide man die in beide Leiter verlängerte Krafröhre in S_1 und S_2 ab; dann ist der aus der Oberfläche der von S_1 und S_2 begrenzten Krafröhre austretende Kraftstrom

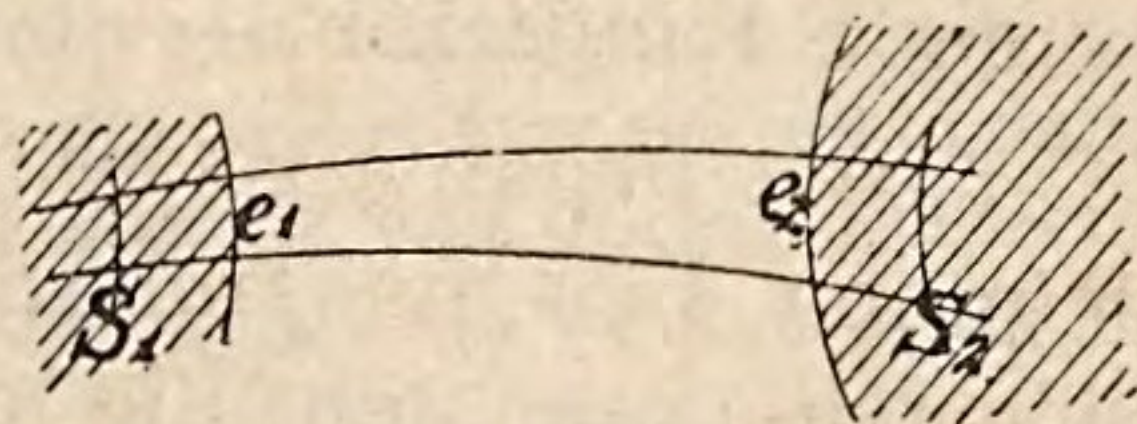


Fig. 12.

$$0 = 4\pi(e_1 - e_2),$$

woraus $e_1 = e_2$ folgt; d. h. auf zwei korrespondierenden Flächenteilen zweier elektrischen Leiter befinden sich gleichgroße, aber entgegengesetzte Elektrizitätsmengen.

c) Um das Verhältnis der Feldstärke an zwei Punkten einer Krafröhre zu erfahren, schneide man die Krafröhre durch zwei senkrecht zu den Kraftlinien stehende Flächen S und S' , also durch zwei Niveauflächen, welche durch diese Punkte gehen, ab, dann ist der durch die Begrenzung der Krafröhre gehende Kraftstrom

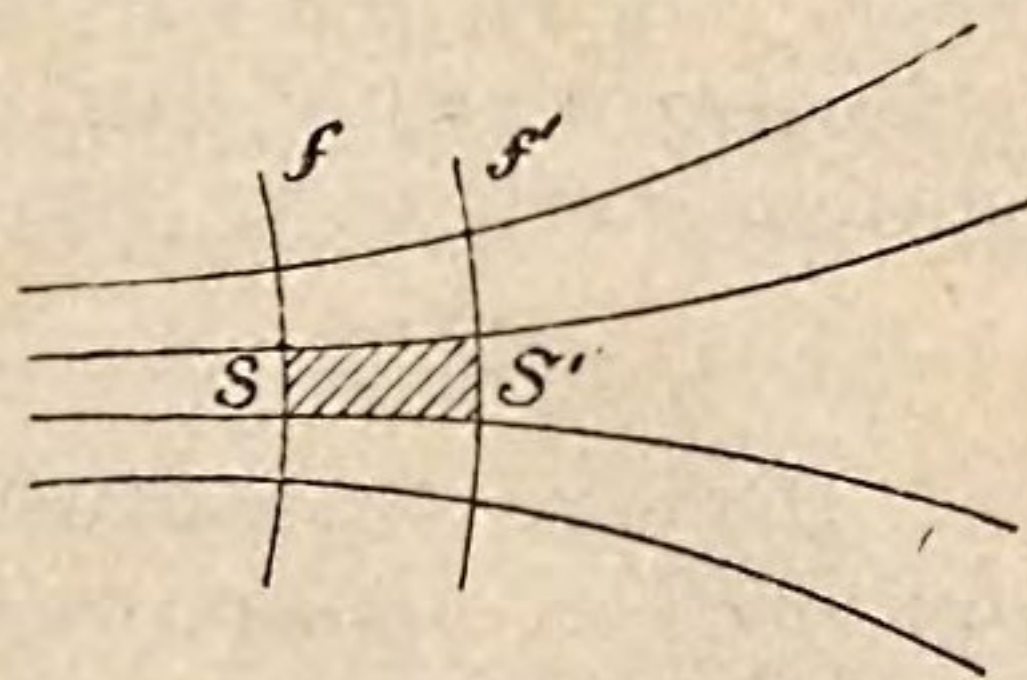


Fig. 13.

$$-Sf + S'f' = 0,$$

wobei f und f' die Feldstärken, also auch die Zahl der durch 1 qcm der Niveauflächen gehenden Kraftlinien bedeutet (Fig. 13). Hieraus folgt

$$\frac{f}{f'} = \frac{S'}{S},$$

d. h. die Feldstärke ist überall in der Röhre dem Querschnitt umgekehrt proportional.

Berücksichtigen wir, daß innerhalb einer Krafröhre durch jede beliebige Schnittfläche der gleiche Kräftestrom fließt, so zeigt sich uns auch ein Weg, wie die Kraftlinien, die von zwei elektrischen Massenpunkten m und m' erzeugt werden, geometrisch konstruiert werden können.

(Siehe Figurentafel.)

Haben wir z. B. zwei ungleichnamige Massen m und m' in der Entfernung a , so beschreibe man um die beiden Punkte, in welchen sich die elektrischen Massen befinden, Kugeln mit dem Radius 1, teile ihre in die Richtung der Zentrale fallenden Durchmesser in $4\pi m$ bzw. $4\pi m'$ gleiche Teile und konstruiere in den Teilpunkten Ebenen, welche auf dem Durchmesser senkrecht stehen. Verbindet man die Punkte

ihrer Schnittkreise mit der Kugel und die Punkte O und O' geradlinig, und nennen wir die Durchschnitte der erzeugten Kegelmäntel mit der Zeichenebene 1, 2, 3 etc. bzw. -1 , -2 , -3 u. s. f., so brauchen wir nur die Schnittpunkte der Geraden, welche die gleiche Differenz haben, miteinander zu verbinden, um eine Kraftlinie zu erhalten. Durch Rotation derselben ergibt sich sodann die entsprechende Krafröhre. Betrachten wir nämlich z. B. die Krafröhre 4 und ziehen wir z. B. durch den Schnittpunkt $(3, -1)$ eine beliebige Kurve nach der Drehungsaxe, so geht durch die entsprechende Rotationsfläche von m aus der Kräftestrom $= 3$ und von m' der Strom -1 , folglich im ganzen in der Richtung von m gegen m' der Strom $= 4$, da durch die Kugeln die Ströme $4\pi m$ bzw. $-4\pi m'$, also durch jede der gleichen Kugelhauben bzw. -zonen ein Strom $= 1$ bzw. -1 austritt. In gleicher Weise ersieht man von jeder beliebigen Schnittfläche dieser Röhre, daß der durch sie von m und m' ausgehende Strom $= 4$ ist. Mithin sind die begrenzenden Linien Kraftlinien.

Auf der gleichen Tafel ist auch noch zur Abbildung gebracht, wie die von den zwei Massen m und $-m'$ erzeugten Niveauflächen konstruiert werden. Da die von zwei Massen in einem Punkte, der von ihnen die Entfernung r und r' hat, erzeugten Potentiale sich übereinander legen (superponieren), so ist dieses Potential

$$V = \frac{m}{r} - \frac{m'}{r'}.$$

Um eine Niveaufläche zu erhalten, konstruiert man deshalb die Niveauflächen, wie sie von den einzelnen Massen erzeugt werden, die den Potentialen 1, 2, 3 etc. bzw. -1 , -2 , -3 etc. entsprechen und erhält hiedurch konzentrische Kugeln um die Mittelpunkte m und m' . Verbindet man nun die Schnittpunkte der gezeichneten Schnittkreise, in welchen die Summe der Potentiale gleichen Wert besitzen, durch eine Kurve und rotiert dieselbe um die Axe (mm'), so ist dies eine Niveaufläche.

Die ersteren Kraftlinien müssen die sämtlichen Niveauflächen senkrecht durchschneiden.

20. Coulomb'scher Satz und elektrostatischer Druck. Ladet man einen Konduktor C mit Elektrizität, so verbreitet sich diese in einer bestimmten Weise auf der Oberfläche. Nehmen wir an, in einem ihrer Punkte P sei die Flächendichte d. h. die in einem Quadratcentimeter befindliche Elektrizität $= \sigma$, so können wir die Feldstärke berechnen, die in einem außerhalb des Konduktors dem P unendlich nahe gelegenen Punkte M_1 existiert.

Konstruieren wir nämlich die zu dem betrachteten Quadratcentimeter gehörige Krafröhre und schneiden sie nach Verlängerung derselben in das Innere des Konduktors, außen durch die M_1 enthaltende Niveaufläche S_1 sowie innen durch

die Fläche S_2 ab (Fig. 14), so ist der aus dem Raume der Kraftröhre austretende Kräftestrom

$$K S_1 = 4 \pi \sigma$$

und da S_1 dem Quadratcentimeter der Oberfläche unendlich nahe liegt, so ist auch

$$S_1 = 1 \text{ qcm; folglich:}$$

$$K = 4 \pi \sigma.$$

Dieser Satz, welcher die Abhängigkeit der Feldstärke von der Flächendichte behandelt, wurde von Coulomb gefunden.

Ist also auf einer Stelle eines Konduktors die Flächendichte 6, so ist die Feldstärke an einem unendlich nahe außerhalb derselben gelegenen Punkte $4 \cdot 3, 14 \cdot 6 = 75,36 \text{ Dyn.}$

Diese Kraft K , welche auf die der Oberfläche unendlich nahe gebrachte Elektrizitätsmenge 1 ausgeübt wird, rührt von der Wirkung des unendlich nahen elektrischen Flächenteilchens und von der Wirkung aller übrigen elektrischen Massen der Oberfläche her. Nennen wir die Kraft, welche ersteres auf die in M_1 befindliche Elektrizitätseinheit ausübt K_1 und die der letzteren K_2 , so ist

$$K = K_1 + K_2.$$

Verrücken wir den Punkt nach M_2 ins Innere des Konduktors, aber so, daß er unendlich nahe der Oberfläche bleibt, so wechselt K_1 sein Zeichen, während sein absoluter Wert, sowie K_2 sich nicht ändern. Die Resultierende in M_2 ist jedoch (nach 13) Null, also $K_2 - K_1 = 0$. Daraus folgt $K_1 = K_2$ und $K = 2 K_1$, mithin $K_1 = 2 \pi \sigma$, d. h.: Die Kraft, mit welcher die Gesamtladung eines Konduktors auf eine unendlich nahe an der Oberfläche gelegene Elektrizitätseinheit wirkt, hängt nur ab von der Ladung des zunächst gelegenen Flächenstückes.

Denken wir uns einen Quadratcentimeter in der Oberfläche, so wird die in ihm befindliche Elektrizitätsmenge σ von den übrigen auf der Oberfläche befindlichen Massen mit der Kraft $2 \pi \sigma^2$ abgestoßen, da die Elektrizitätseinheit auf dem Quadratcentimeter mit der Dichte σ nicht durch sich selbst,

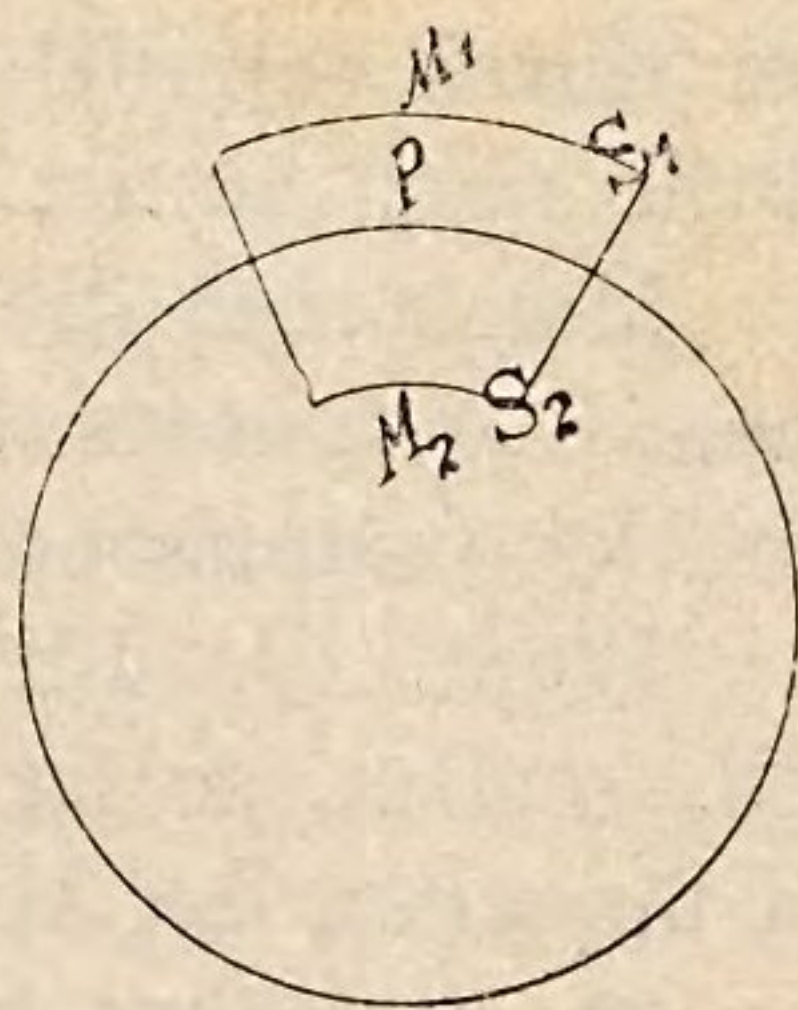


Fig. 14.

aber durch seine Umgebung mit der Kraft $K_2 = 2\pi\sigma$ von der Fläche nach außen getrieben wird.

Man nennt die mechanische Kraftwirkung der Elektrizität eines Konduktors auf die Flächeneinheit seiner Oberfläche den elektrostatischen Druck.

Wenn die Elektrizität infolge desselben die Oberfläche nicht verläßt, so ist dies nur die Folge der Isolationsfähigkeit des umgebenden Mediums.

21. Verteilung der Elektrizität auf einem Leiter und die Wirkung von Spitzen. Um einen Einblick in die Verteilung der Elektrizität auf einem unregelmäßigen Konduktor zu gewinnen, hat Coulomb Versuche angestellt, indem er verschiedene Punkte der elektrisierten Oberfläche mit einer Kugel berührte und die Menge maß, welche die Kugel an den verschiedenen Punkten aufnahm. Er fand auf diese Weise, daß an den Punkten von konvexen Flächen die Dichtigkeit größer war, als an solchen von konkaven; daß sie am größten war an Kanten und Spitzen.

Es läßt sich dieses auch sehr leicht mechanisch erklären. Nehmen wir z. B. einen Kegel mit kleinem Winkel an der Spitze und denken wir uns denselben einen Augenblick gleichmäßig mit Elektrizität belegt, so werden sämtliche Teilchen auf der oberen Partie der Oberfläche stärker hinaufgetrieben als herab, weil die Zahl der abstoßenden Teilchen auf der unteren Partie größer ist als auf der oberen. Es werden sich deshalb die Elektrizitätsteilchen in größerer Anzahl nach den Zonen an der Spitze begeben und werden dort in um so größerer Dichte sich ansammeln, je weiter diese Zone an der Spitze liegt.

Nach diesen Erörterungen ist also der elektrostatische Druck an konvexen Oberflächen größer als an konkaven; er nimmt zu mit der Krümmung der Fläche und ist am größten an Spitzen.

Die Ergebnisse über den elektrostatischen Druck lehren, daß man an einem Konduktor, den man gut isolieren will, die isolierenden Stützen nicht an konvexe, sondern an konkave Teile desselben befestigt, sowie daß man die Oberfläche von Spitzen (Staubteilchen) möglichst frei halten muß. Umgekehrt

hat man hienach einen Konduktor, der sich rasch entladen soll, mit feinen Spitzen zu versehen.

Wenn ein isolierter Konduktor in Spitzen endigt und diese einem geladenen Konduktor genähert werden, so wirken die Spitzen gerade so, als ob sie die Elektrizität des geladenen Konduktors aufsaugten, während thatsächlich nur die bekannten Influenzerscheinungen eintreten und von der aus den Spitzen austretenden Elektrizität die des induzierenden Körpers neutralisiert wird.

22. Feldstärke in der Nähe einer elektrisch geladenen Ebene von unbegrenzter Ausdehnung. Eine solche hat, wenn man von ihren Enden absieht, überall die gleiche Flächendichte. Nennen wir diese σ , so ist nach dem früheren die Feldstärke in einem Punkte unendlich nahe der Oberfläche $4\pi\sigma$, und es fragt sich nun, wie groß diese in endlicher Entfernung a von derselben ist.

Denken wir uns an einen in dieser Entfernung befindlichen Punkt P die Elektrizitätseinheit gebracht, so erfährt diese von jedem unendlich kleinen Flächenteilchen S der Ebene eine Abstoßungskraft, die sich in zwei Komponenten, in der Richtung von a und senkrecht darauf wirkend, zerlegen läßt; die Gesamtwirkung wird die Summe der Wirkung aller Flächenteilchen sein; hiebei werden sich aber bloss die in die Richtung von a fallenden Komponenten verstärken, während die senkrecht darauf wirkenden sich gegenseitig zerstören (Fig. 15).

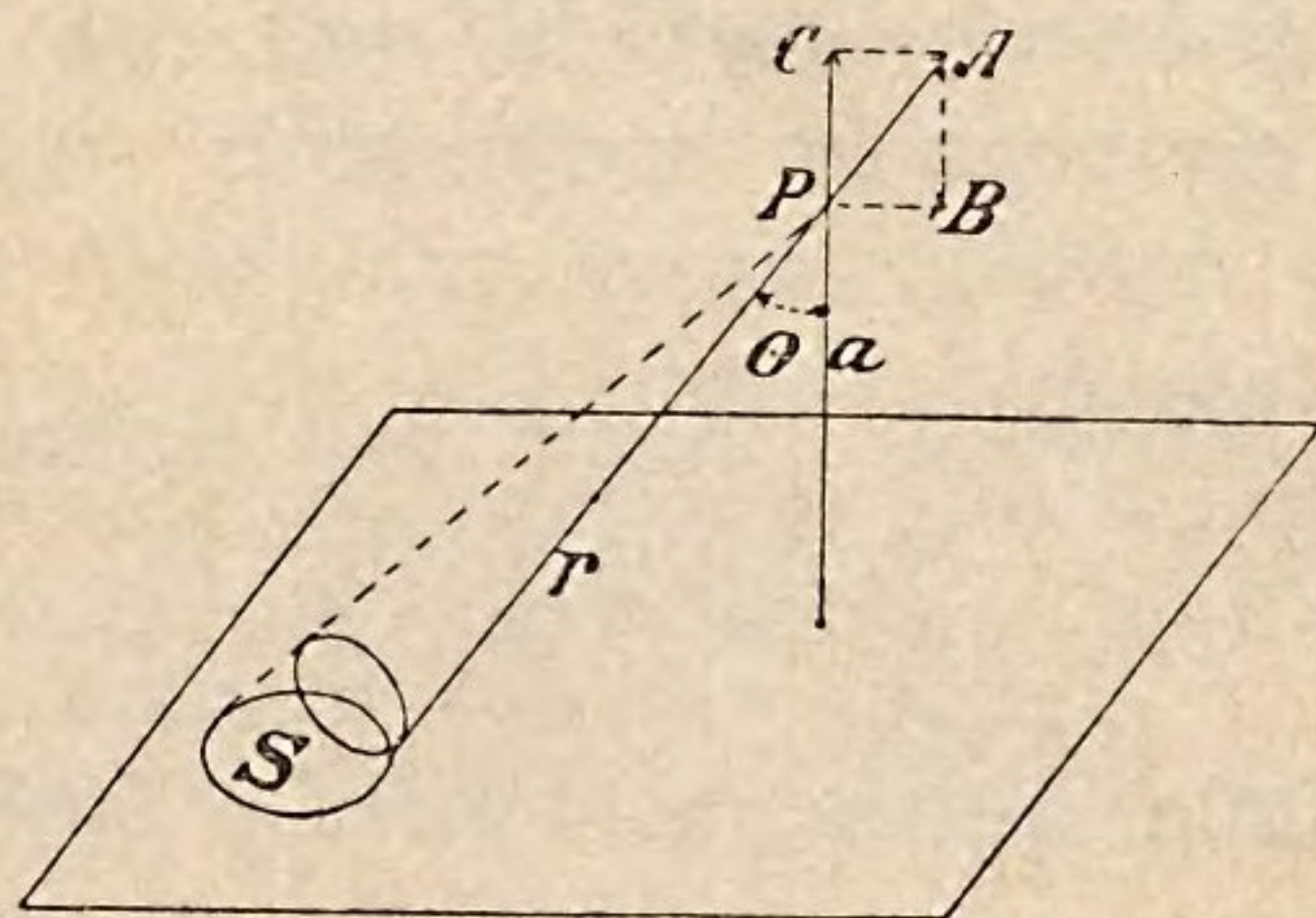


Fig. 15.

Ist ein beliebiges unendlich kleines Flächenteilchen S von P um r entfernt, und bildet r mit a den Winkel Θ , so ist die Wirkung desselben auf die in P befindliche Einheit $PA = \frac{S\sigma}{r^2}$ und die in die Richtung von a fallende Komponente hiervon $PC = \frac{S\sigma}{r^2} \cos \Theta$.

Da nun $S \cos \Theta = \omega r^2$, wobei ω den Körperwinkel an der Spitze des Kegels PS bedeutet, so läßt sich die genannte Kraftkomponente auch in der Form $\sigma \omega$ ausdrücken.

Die Gesamtwirkung aller Teilchen der Ebene ist dann:

$$K = \sigma \Sigma \omega.$$

Ist die Platte von unendlicher Ausdehnung oder ist P sehr nahe an ihr, so ist $\omega = 2\pi$ und $K = 2\pi\sigma$.

Sind also 2 parallele Platten, 0,2 cm voneinander entfernt, gleichzeitig pos. el. und ist ihre Flächendichte 7 bzw. 3, so wird die Menge 1 zwischen ihnen mit einer Kraft $2 \cdot 3,14 \cdot (7 - 3) = 25,12$ Dyn von der stärker geladenen gegen die schwächere getrieben. Während sich die Menge von der ersteren zur letzteren bewegt, leisten die elektrischen Kräfte eine Arbeit $= 5$ Erg.

23. Mathematischer Ausdruck für das Potential. Um den Wert des Potentials zu berechnen, den eine in O sich befind-

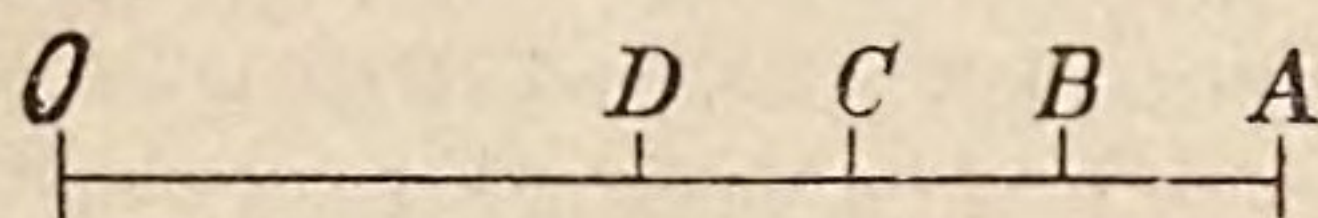


Fig. 16.

liche elektrische Menge e in einem Punkte D erzeugt, bestimme man die Arbeit, die man aufwenden muß, um die

elektrische Einheit von einem auf OD gelegenen Punkte A nach D zu bringen (Fig. 16).

Teilen wir die Strecke AD in n gleiche, sehr kleine Teile und nennen wir die Entfernung $OA = a$, $OB = b$ u. s. f., so ist die Kraft in $A = \frac{e}{a^2}$ und im ersten Teilpunkte $B = \frac{e}{b^2}$, also die mittlere Kraft zwischen den zwei Punkten $\frac{e}{ab}$; folglich ist die Arbeit $\frac{e}{ab}(a - b) = \frac{e}{b} - \frac{e}{a}$ aufzuwenden, um die elektrische Einheit von A nach B zu bringen.

Die entsprechenden Arbeiten für die folgenden Teilstrecken sind dann

$$\frac{e}{c} - \frac{e}{b}, \quad \frac{e}{d} - \frac{e}{c}$$

und die Gesamtarbeit, um die Einheit von A nach D zu bringen, ist die Summe hievon, nämlich $\frac{e}{d} - \frac{e}{a}$.

Da wir das Potential in D durch die Arbeit ausdrücken, die aufgewendet werden muß, um die elektrische Einheit aus unendlich großer Entfernung nach D zu bringen, so erhalten wir einen mathematischen Ausdruck hierfür, wenn wir $a = \infty$ setzen. Es ist also das Potential in D infolge der Menge e in O

$$V = \frac{e}{d}$$

Die Dimension des Potentials ist deshalb $\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Länge}}$ oder von der Form $M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$.

Die absolute Einheit des Potentials im elektrostatischen Maße (E. S.) ist das Potential, welches die Menge 1 in der Entfernung 1 cm erzeugt.

Als praktische Einheit des Potentials wird 1 Volt $= \frac{1}{3 \cdot 10^9}$ absoluten Potentialeinheiten benützt.

24. Messung des Potentials mit dem Goldblattelektroskop. Wird ein Elektroskop mit einem elektrischen Körper verbunden, so schließt man aus der Abstoßung der Goldblättchen auf die Elektrizitätsmengen, die sich auf ihnen befinden. Die Kraft, mit der sie sich abstoßen, ist die Resultante der Elementarkräfte, welche die einzelnen elektrischen Punkte nach dem Gesetze $\frac{e_1 e_2}{r^2}$ aufeinander ausüben. Um nun die Frage zu beantworten, wovon die von dem Elektroskope aufgenommenen Elektrizitätsmengen abhängen, nehmen wir an, es sei außer dem unelektrischen Elektroskope nur ein entfernter positiv elektrischer Körper A im Raume vorhanden, dessen Potential V sei. Verbinden wir nun diesen Körper durch einen dünnen Draht mit dem Knopfe des Elektroskops, so fließt von diesem Körper A so lange Elektrizität auf das Elektroskop über (elektrischer Strom), bis das Potential auf dem Ladungskörper und dem Elektroskope das gleiche ist. Wie viel Elektrizität überfließt, hängt von den Dimensionen des Elektroskops ab. Sind diese gegen die Dimensionen des Ladungskörpers groß, so wird dessen Potential hiedurch merklich erniedrigt. War das Potential des Elektroskops

vorher V_1 und das Endpotential beider Körper V_2 , so wurde das Potential des Elektroskops um $V_2 - V_1$ erhöht und das des Ladungskörpers um $V - V_2$ erniedrigt. Nennen wir analog dem Begriffe der Wärmekapazität die Elektrizitätsmenge, die erforderlich ist, um das Potential eines Körpers um die Einheit zu erhöhen, seine elektrische Kapazität und ist die des Elektroskops q , dagegen die des Ladungskörpers q_1 , so hat ersteres die Menge $M = q(V_2 - V_1)$ gewonnen und letzterer dieselbe Menge $M = q_1(V - V_2)$ verloren.

Wir sehen bei dieser Gelegenheit, daß es diese beiden Gleichungen ermöglichen, das Verhältniß der Kapazitäten beider Körper zu bestimmen, so bald es uns möglich ist, die Potentiale V , V_1 und V_2 zu messen. Es ergibt sich

$$\frac{q}{q_1} = \frac{V - V_2}{V_2 - V_1}.$$

Viel wichtiger für unseren Fall ist die Gleichung:

$$M = q(V_2 - V_1);$$

sie sagt uns, wenn wir berücksichtigen, daß ein bestimmtes Instrument unter denselben Verhältnissen die konstante Kapazität q besitzt, daß die von einem Elektroskop aufgenommene Elektrizitätsmenge proportional ist der Potentialdifferenz zwischen dem geladenen Elektroskop und seiner nächsten Umgebung, deren Potential V_1 ist. Machen wir also das Potential seiner Umgebung $V_1 = 0$, indem wir die Hülle des Elektroskops aus Metall machen und sie mit der Erde verbinden, so ist der Ausschlag der Goldblättchen abhängig von der auf das Elektroskop übergeströmten Elektrizitätsmenge und diese ist stets proportional dem Potential, welches an dem Punkte des geladenen Konduktors existiert, mit welchem der Knopf des Elektroskops verbunden ist. Hat der Körper A eine sehr große Kapazität gegen das Elektroskop oder wird er auf konstantem Potential V erhalten, so wird $V_2 = V$ und das Elektroskop erhält das Potential von A . Wir sehen also, daß das Goldblattelektroskop hiemit auch ein Instrument zum Messen eines Potentials ist. Die Bedingung, daß die Hülle aus Metall ist, wird schon dadurch erfüllt, daß man die Glas-

hülle mit einem Drahtnetze umgibt, oder daß man die Hülle durch einen Metallcylinder bilden läßt und diesen auf beiden Seiten mit einer Glasplatte schließt. Wäre der Körper A negativ elektrisch, also V negativ gewesen, so wäre vom Elektroskop so lange auf ihn Elektrizität geflossen, bis beide das gleiche negative Potential V_2 erhalten hätten. Der Ausschlag des Elektroskops wäre in diesem Falle genau so groß geworden, wie vorher, da er nur von der Kapazität des Instruments- und dem Potentialunterschiede abhängig ist. Ob also der Ausschlag ein positives oder negatives Potential anzeigt, hat man erst durch Harz- oder Glaselektrizität noch festzustellen.

Wenn auf der Glasplatte eines Elektroskops eine Skala angebracht wird und für jede Zahl von Teilstrichen, um welche die Goldblättchen auseinander gehen, die entsprechende Zahl von Volt ein für allemal angegeben ist, so kann man also das Elektroskop zum Messen von Potentialen benützen. Die notwendigste Bedingung für den Ausschlag der Goldblättchen ist ein Potentialunterschied des Elektroskops und der Hülle. Ist ein solcher nicht vorhanden, so geben auch die Goldblättchen keinen Ausschlag.

Hievon überzeugt man sich, wenn man ein Elektroskop in ein Gefäß mit Wasser stellt und es zur Ueberwindung des Auftriebes mit einer Bleihaube bedeckt (Fig. 17). In diesem Falle bilden Wasser, Bleihaube und Elektroskop einen zusammenhängenden Konduktor mit einem Luft enthaltenden Hohlraume. Wieviel man nun diesem Konduktor auch Elektrizität zuführen mag, das Elektroskop zeigt doch nicht den geringsten Ausschlag. Diese Erscheinung kann demnach als experimenteller Beweis gelten, daß in jedem Punkte eines von einem Konduktor umschlossenen Hohlraumes das Potential das gleiche ist, wie auf dem Konduktor selbst. Demnach ist auch die elektrische Kraft, wie aus Nr. 13 folgt, im Innern dieses Hohlraumes wie an jedem Punkte des Leiters selbst gleich Null.

Will man das Potential an einem Punkte P des Raumes messen, wo keine Elektrizität sich befindet, z. B. in der Nähe

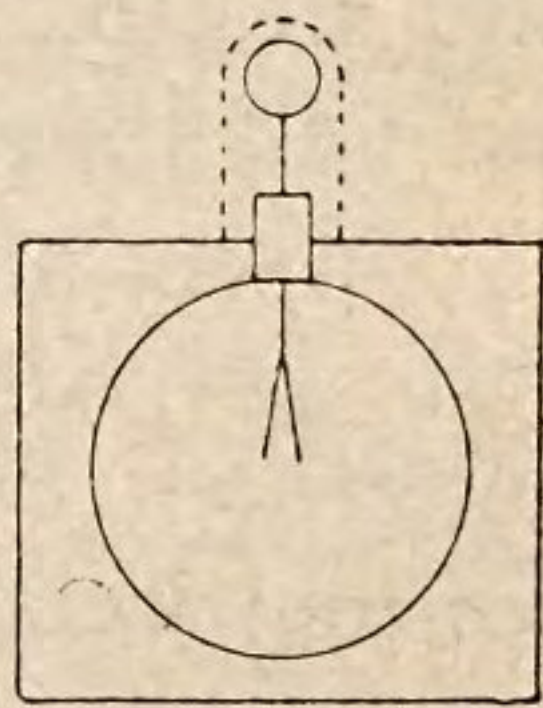


Fig. 17.

eines geladenen Konduktors, so bringt man am besten an diesen Punkt eine Kerzenflamme und hält in diese das Ende eines sehr dünnen Kupferdrahtes, welcher die Verbindung zwischen dem betreffenden Punkte und einem zur Erde abgeleiteten Elektroskop bildet. Nehmen wir an, daß in P ein positives Potential existiere, so wird dann sofort infolge der Influenzwirkung Influenzelektrizität II. Art von dem Ende des Drahtes nach dem Elektroskope fließen, dagegen die Influenzelektrizität I. Art durch die Flamme austreten und sich in der Luft zerstreuen, bis an allen Punkten des Drahtes und des Elektroskopes das gleiche Potential wie im Punkte P existiert. Der Ausschlag der Goldblättchen gibt die Größe desselben an.

25. Das von einer geladenen Kugel erzeugte Potential. Denken wir uns, eine Kugel mit dem Radius r enthalte die Elektrizitätsmenge e , so wissen wir: das Potential ist in jedem Punkte des Innern der Kugel sowie ihrer Oberfläche das gleiche. Im Mittelpunkte erzeugt aber jedes Elektrizitätsteilchen der Oberfläche ein Potential

$$= \frac{\text{Elektrizitätsteilchen}}{r},$$

deshalb erzeugen die Summe aller Teilchen derselben daselbst das Potential

$$V = \frac{e}{r}$$

und so groß ist auch das Potential der Kugel in jedem Punkte auf und innerhalb ihrer Oberfläche.

Um zu erfahren, wie groß das Potential in einem außerhalb der Kugel befindlichen um a von ihrem Mittelpunkte entfernten Punkte ist, denke man sich durch den Punkt eine konzentrische Kugeloberfläche gelegt; dann ist der durch diese austretende Kräftefluß $4\pi e$ und die resultierende Kraft der Ladung in dem betrachteten Punkte $K = \frac{4\pi e}{4\pi a^2} = \frac{e}{a^2}$ d. h. die auf der Kugeloberfläche verteilte Menge e wirkt in einem Punkte außerhalb desselben geradeso, als ob sie im Mittelpunkte der Kugel vereinigt wäre. Deshalb ist das Potential an einem Punkte in der Entfernung a vom Mittelpunkte

$$V = \frac{e}{a}.$$

Es erzeugen also 24 Einheiten, auf eine Kugel mit einem Radius = 3 cm gebracht, auf dieser ein Potential von 8 Einheiten = 2400 Volt, in einem 1 m von deren Mittelpunkt entfernten Punkte ein Potential von $\frac{24}{100}$ Einheiten = 72 Volt.

26. Das absolute und das Quadrantenelektrometer von Thomson.
 Ueber einer isolierten Platte A hängt eine zweite mit einem Schutzringe umgebene Platte S an einem Hebel H und wird durch ein Gegengewicht Q im Gleichgewicht erhalten (Fig. 18). Wird nun A bis zur Flächendichte σ elektrisch geladen und S zur Erde abgeleitet, so ist die Flächendichte auf letzterer $-\sigma$ und die Anziehung welche S von A erfährt ist $2\pi\sigma^2 S$, wenn S die Fläche der beweglichen Platte in qcm ausgedrückt bedeutet.

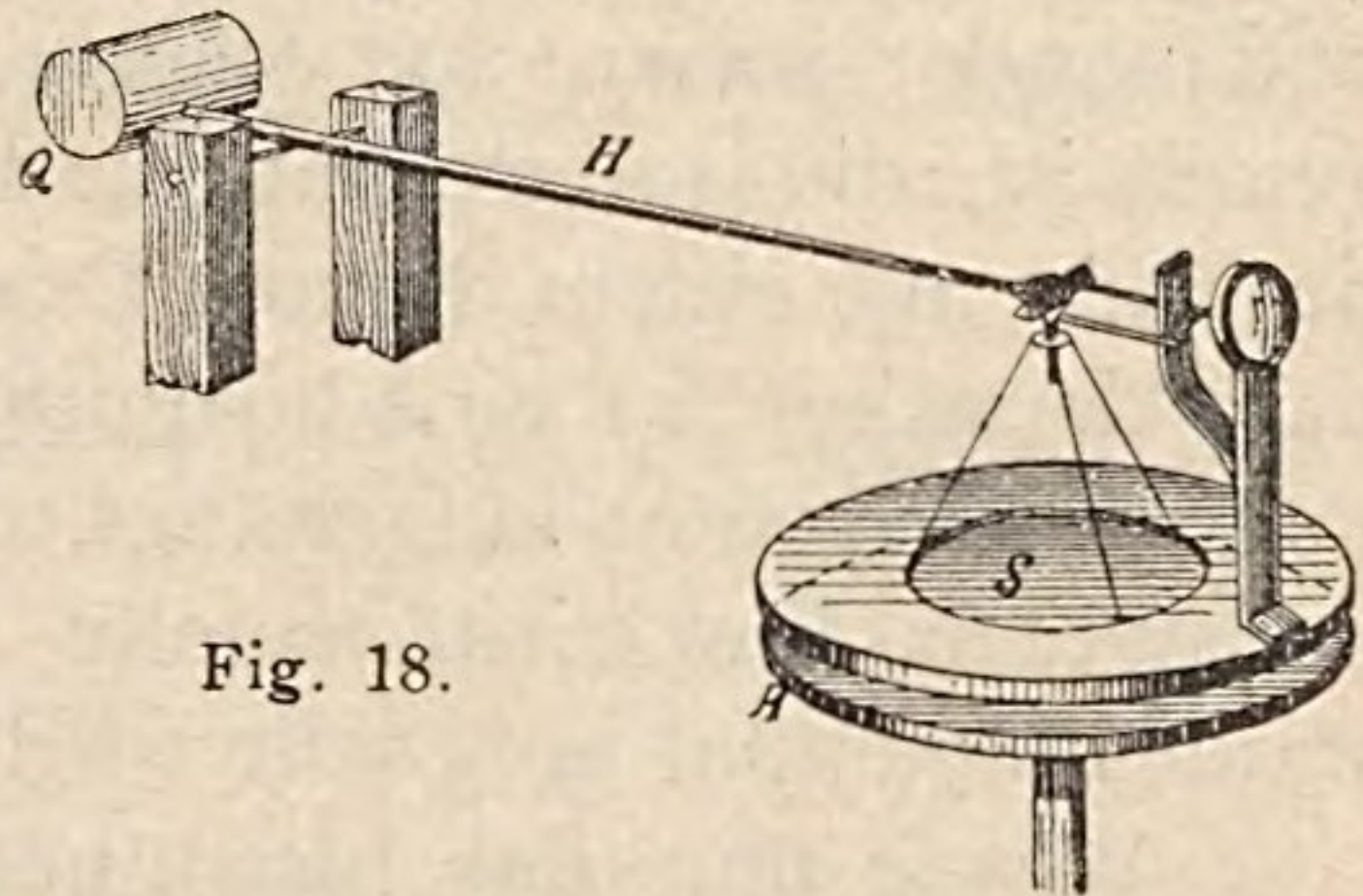


Fig. 18.

Hat man vor der Ladung auf S ein Gewicht P gelegt und das Gewicht Q so gestellt, daß S genau in der Ebene des Schutzringes lag, und schraubt man jetzt nach Entfernung von P und erfolgter Ladung die Platte A in eine solche Entfernung d von S , daß letztere abermals in der Ebene der Schutzplatte sich befindet, so ist die zwischen A und S bestehende Anziehungskraft

$$2\pi\sigma^2 S = P.$$

Nun ist aber die durch das Zusammenwirken der beiden elektrischen Platten zwischen denselben befindliche Feldstärke, da die zwischen den beiden Platten befindliche Einheit von jeder derselben eine Kraft $= 2\pi\sigma$ erfährt,

$$K = 4\pi\sigma = \frac{V}{d} \text{ und } \sigma = \frac{V}{4\pi d}$$

$$\text{Mithin } P = \frac{S V^2}{8\pi d^2} \text{ und } V = d \sqrt{\frac{8\pi P}{S}}.$$

Wird P in Dyn und S in qcm gemessen, so erhält man V in absoluten Einheiten ausgedrückt und diese geben mit 300 multipliziert das Potential auf A und einem damit etwa verbundenen Konduktor in Volt an.

Zur Messung sehr kleiner Potentialdifferenzen benützt man am häufigsten das Quadranten-Elektrometer von Thomson. Es besteht aus einem hohlen Messingcylinder, der durch zwei aufeinander senkrechte Diametralschnitte in vier Quadranten geteilt ist, die isoliert sind, und von denen je zwei gegenüber liegende mit einem dünnen Drahte verbunden werden. Innerhalb derselben ist eine bisquitförmige Nadel an einem dünnen Drahte horizontal aufgehängt, die durch Verbindung mit einer konstanten Elektrizitätsquelle (Wasserbatterie) auf ein konstantes Potential gebracht wird.

Wurde nun das Instrument vor der Ladung der Nadel so aufgestellt, daß die Axe der Nadel mit einem Diametralschnitte des Cylinders zusammenfiel, so bleibt die Nadel in dieser Nullstellung auch nach ihrer Ladung, so lange die Quadrantenpaare 1, 3 und 2, 4 das gleiche Potential besitzen

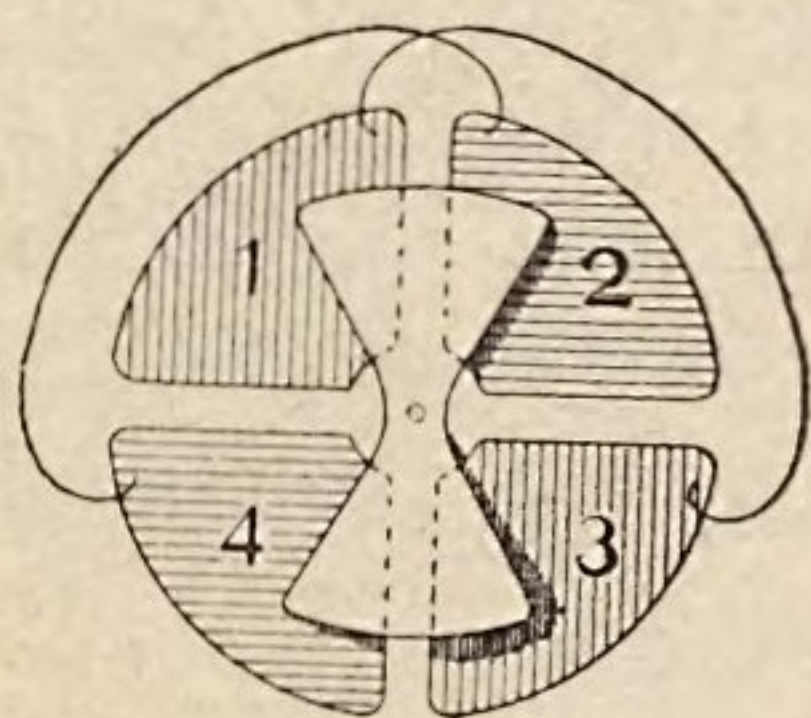


Fig. 19.

(Fig. 19). Bringt man aber z. B. das Paar 1, 3 durch Verbindung mit der Erde auf das Potential 0, das andere Paar 2, 4 durch Verbindung mit einem Konduktor auf dessen Potential V , so besitzen die Quadrantenpaare auch verschiedene Elektrizitätsmengen und die Nadel wird, wenn sie selbst positiv geladen ist, von den positiven Ladungen der Quadranten abgestoßen, von den negativen aber angezogen. Durch das Zusammenwirken der elektrischen Kräfte wird die Nadel um einen gewissen Winkel aus ihrer vorigen Lage gedreht und stellt sich in eine neue Ruhelage, in welcher die Torsionskraft des Aufhänge-drahtes der Wirkung der elektrischen Kräfte das Gleichgewicht hält. Nach der später in Kap. 32 behandelten Theorie ist dann für sehr kleine Potentiale V und eine starke Ladung der Nadel der Ablenkungswinkel ein Maß für die Größe von V .

Weiß man z. B., daß an einem bestimmten Instrumente ein Ausschlag von $0,5^\circ$ einem Potential von $\frac{1}{100}$ Volt entspricht, so entspricht einem solchen von 2° ein Potential von $\frac{1}{25}$ Volt.

27. Kapazität. Unter Kapazität eines Konduktors versteht man, wie bereits erwähnt, die Ladung, welche denselben vom Potential 0 auf das Potential 1 bringt.

Nennen wir dieselbe C , so braucht man die Menge $M = CV$, um den Konduktor auf das Potential V zu bringen; es ist deshalb

$$C = \frac{M}{V}.$$

Da das Potential einer Kugel vom Radius a , auf welcher sich die Menge e befindet,

$$v = \frac{e}{a}, \text{ mithin auch } a = \frac{e}{v} \text{ ist,}$$

so sehen wir, daß die Kapazität die Dimension einer Länge hat und die Einheit der Kapazität 1 cm einer Kugel vom Radius = 1 cm zukommt.

Bringt man irgend einen Körper, dessen Kapazität in elektrostatischem Maße C und dessen Potential v ist, in Verbindung mit einem entfernten elektrischen Konduktor, der auf dem höheren konstanten Potential V gehalten werden kann, so strömt eine gewisse Menge M von diesem Konduktor auf den Körper, bis dieser gleichfalls das Potential V angenommen hat. Diese Menge ist bestimmt durch die Gleichung:

$$dM = C(V - v).$$

Bringen wir nun in die Nähe dieses geladenen Körpers einen weiteren unelektrischen Konduktor, den wir zur Erde ableiten, so wird auf diesem eine gewisse Menge $-E$ durch Influenz erzeugt; diese vermindert offenbar überall das Potential des ersten Körpers, da die Annäherung der positiven Einheit an den ersten Körper jetzt durch die Mitwirkung der negativen Elektrizitätsmenge E eine geringere Arbeit erfordert. Infolge dessen strömt von dem auf dem konstanten Potential V gehaltenen Konduktor auf den Körper noch so viel Elektrizität nach, bis dessen Potential trotz der influenzierten negativen Elektrizität wieder $= V$ geworden ist.

Man sieht daraus, daß man durch Annäherung eines zur Erde abgeleiteten neutralen Konduktors die Kapazität eines Körpers erhöhen kann.

Auf diesem Prinzipie beruhen die in den folgenden zwei Kapiteln behandelten elektrischen Kondensatoren.

Als praktische Einheit für die Kapazität wurde die eines Konduktors angenommen, der durch die Ladung mit 1 Coulomb das Potential von 1 Volt erhält. Diese Einheit heißt ein Farad.

$$\text{Demnach ist } 1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = \frac{3 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^2} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm.}$$

Da aber ein solcher Konduktor enorme Dimensionen haben müßte (der ganze Erdkörper hat nur eine Kapazität von $\frac{7}{10000}$ Farad), so nimmt man als praktische Einheit den millionsten Teil eines Farad und nennt diese praktische Einheit ein Mikrofarad $= 9 \cdot 10^5 \text{ cm.}$

Wenn eine Kugel mit dem Radius von 7 cm bis zum Potential von 5 absoluten Einheiten und eine zweite mit dem Radius 3 cm bis zum Potential von 2 absoluten Einheiten geladen wird, und hierauf beide Kugeln durch einen sehr dünnen Draht verbunden werden, so nehmen sie beide das gleiche Potential V an. Dasselbe läßt sich auf folgende Weise berechnen:

Die erste Kugel verliert $(5 - V)$ Potential-Einheiten und damit $7 \cdot (5 - V)$ Elektrizitäts-Einheiten, die zweite gewinnt hierbei $(V - 2) \cdot 3$ Elektrizitäts-Einheiten und da diese beiden Größen gleich sind, so ist $7 \cdot (5 - V) = (V - 2) \cdot 3$ und folglich $V = 4,1$ absolute Einheiten $= 1230 \text{ Volt.}$

Die erste Kugel besaß vor der Verbindung mit der zweiten 35 Elektrizitäts-Einheiten, die letztere 6.

Will man direkt berechnen, wieviel Elektrizität jede von beiden nach der Verbindung besitzt, so nehme man an, die erste hätte x Einheiten, dann hat die zweite $41 - x$ Einheiten und es ist, da sie durch die Verbindung gleiche Potentiale erhalten,

$$\frac{x}{7} = \frac{41 - x}{3}, \text{ woraus } x = 28,7 \text{ Einheiten.}$$

Die Flächendichte derselben ist dann $\frac{28,7}{4 \cdot 49 \cdot 3,14} = 0,05$ Einheiten
bzw. $\frac{12,3}{4 \cdot 9 \cdot \pi} = 0,1$ Einheiten.

28. Theorie der Leydener Flasche. Untersuchen wir den idealen Fall, wie sich die Kapazität einer Kugel mit dem Radius a vergrößert, wenn man sich dieselbe mit einer zweiten konzentrischen hohlen, leitenden Kugel mit dem Radius b umgeben denkt, welche zur Erde abgeleitet ist. Nehmen wir an, auf die innere Kugel sei die Menge e gebracht, so veranlaßt sie in jedem Punkte der inneren Kugel und ihrer Oberfläche ein Potential $= \frac{e}{a}$, in jedem um r vom Mittelpunkt entfernten Punkte außerhalb ihrer Oberfläche ein solches $= \frac{e}{r}$ (Fig. 20). Zugleich wird von ihr auf der Innenseite der äußeren Kugel die Menge $-e$ induziert und das von dieser herrührende Potential ist in jedem Punkte des Innern und der Oberfläche der äußeren Kugel $-\frac{e}{b}$, und in jedem außerhalb derselben um r vom Mittelpunkt entfernten Punkte $-\frac{e}{r}$.

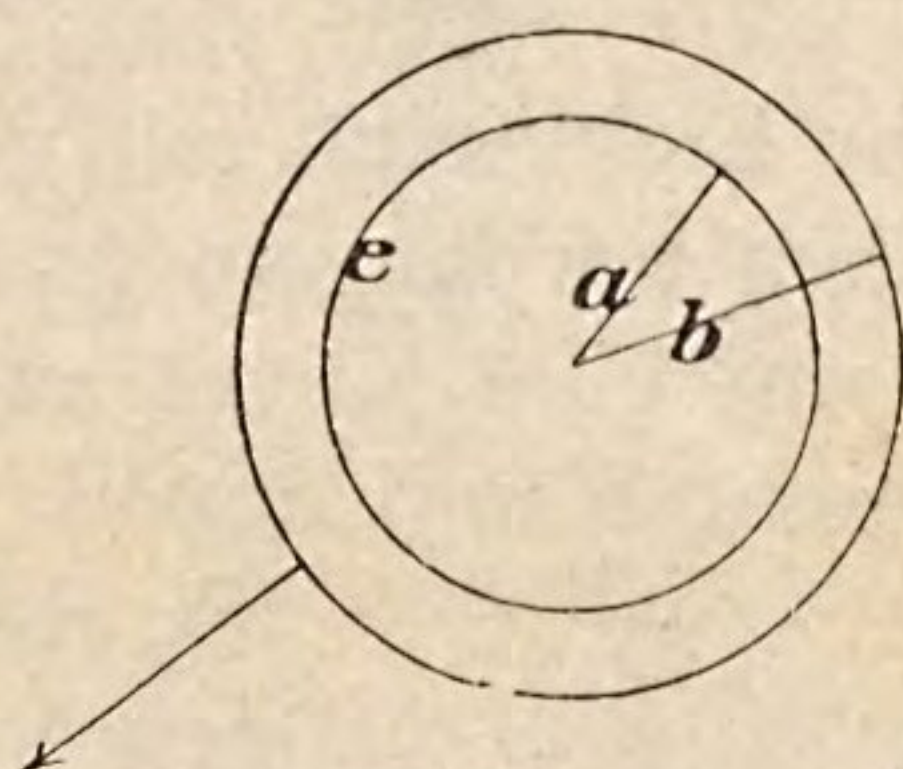


Fig. 20.

Wir können nun sofort das von beiden Massen herrührende Potential für jeden Punkt des Raumes angeben: dasselbe ist

1. Für einen um r vom Mittelpunkte entfernten Punkt außerhalb der äußeren Kugel

$$\frac{e}{r} - \frac{e}{r} = 0.$$

2. Für jeden Punkt der äußeren Oberfläche:

$$\frac{e}{b} - \frac{e}{b} = 0.$$

3. Für einen um r vom Mittelpunkt entfernten Punkt in dem Raume zwischen der äußeren und inneren Kugel

$$\frac{e}{r} - \frac{e}{b};$$

4. in einem Punkte der inneren Oberfläche und des von ihr umschlossenen Raumes

$$\frac{e}{a} - \frac{e}{b} = e \frac{b-a}{ab}.$$

Folglich ist die Kapazität der inneren Kugel in Gegenwart der äußeren

$$C = \frac{M}{V} = \frac{ab}{b-a} \left(\text{also nahezu} = \frac{4 a^2 \pi}{4 \pi (b-a)} \right),$$

während sie ohne diese nur $= a$ war; die Verstärkungszahl des Kugelkondensators ist also:

$$\frac{b}{b-a}.$$

Wir sehen also daraus, daß die innere Kugel um so mehr Elektrizität aufzunehmen vermag, je größer die Oberflächen der Kugeln und je kleiner ihre Entfernung ist. Denken wir uns eine Kugel aus Glas mit einer kleinen Öffnung und die innere und äußere Fläche mit Staniol belegt, so haben

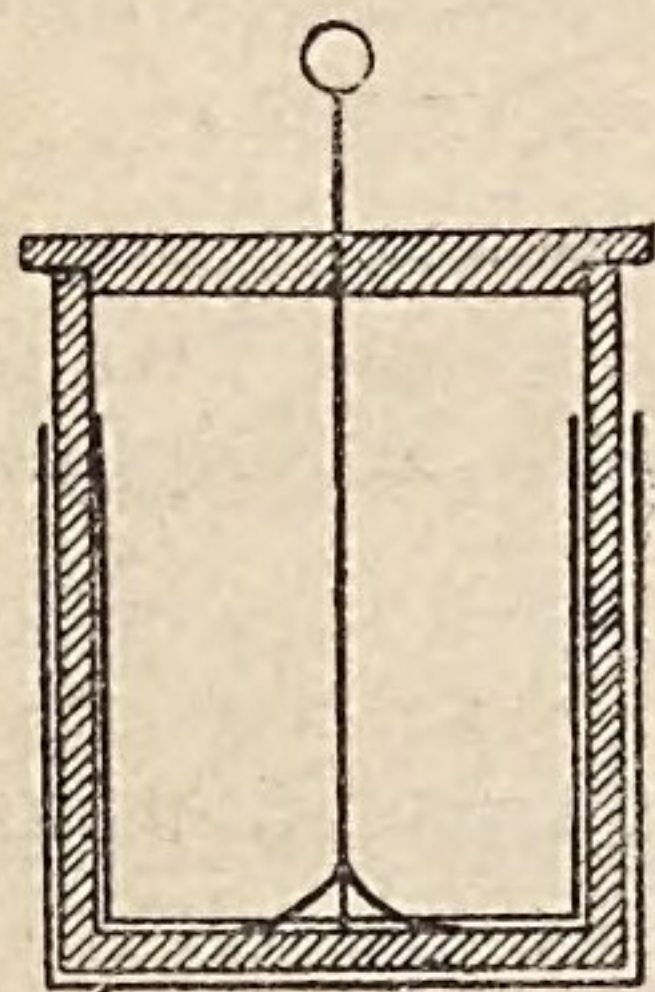


Fig. 21.

wir einen mit unserer Theorie übereinstimmenden Verstärkungsapparat oder Kondensator. In der Praxis wird die Kugel durch eine Flasche (Leydener Flasche, Fig. 21), welche innen und außen mit Staniol belegt ist, ersetzt. Die Theorie einer Flasche, welche von der Kugelform abweicht, ist eine etwas kompliziertere; sie führt jedoch gleichfalls zu dem Resultate, daß die Kapazität proportional der Oberfläche und umgekehrt proportional der Entfernung der beiden Belege ist. Später werden wir uns überzeugen, daß auch die Materie des die beiden metallischen Flächen trennenden Mittels von großem Einfluß auf die Kapazität der Flasche ist.

29. Plattenkondensator. Eine kreisrunde ebene Platte A mit dem Radius R besitzt die Kapazität

$$C = \frac{2 R}{\pi}$$

bei Abwesenheit anderer Konduktoren.

Die Rechnung für die obige Formel kann auf elementarem Wege nicht abgeleitet werden, wir können aber für unseren Zweck uns mit dem Resultate begnügen.

Bringen wir dieser isolierten Platte eine abgeleitete zweite Platte B von gleicher Größe in kleinem Abstände d gegenüber und bringen wir die erste Platte durch Ladung bis zur Flächendichte σ auf das Potential V , so ist die zwischen den beiden Platten existierende Kraft nach Nr. 13

$$F = \frac{V}{d}.$$

Ist die zweite Platte nicht abgeleitet, so hat sie nicht das Potential 0, sondern ein anderes V_1 und in diesem Falle ist

$$F = \frac{V - V_1}{d}.$$

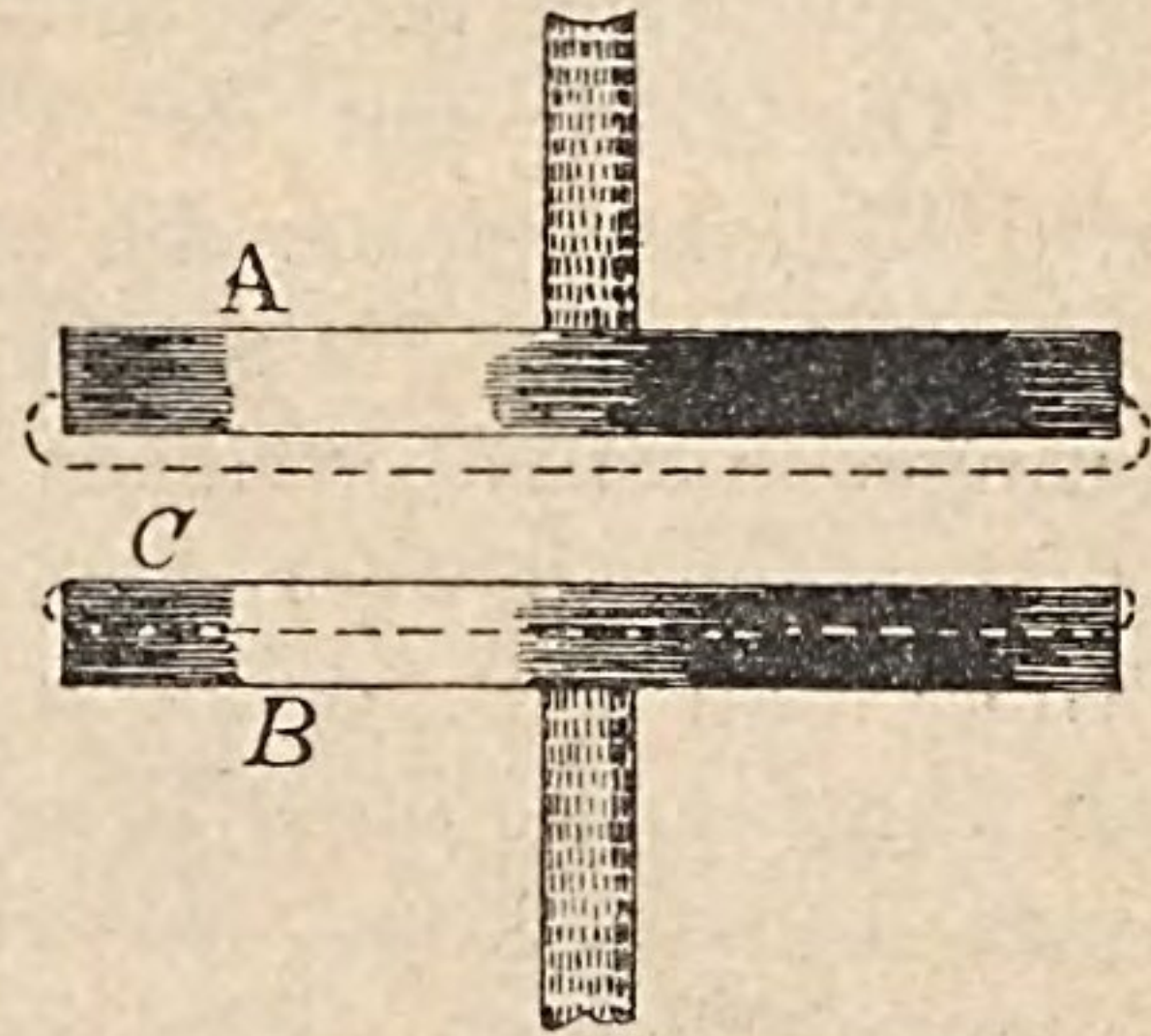


Fig. 22.

Die Kraft zwischen beiden Platten ist konstant anzunehmen, die Kraftlinien laufen parallel und die beiden Platten sind korrespondierende Elemente einer Krafröhre. Deshalb befindet sich auf der der ersten Platte zugewandten Fläche der zweiten Platte nach Nr. 19 die gleiche, aber entgegengesetzte Elektrizitätsmenge, also die Flächendichte $-\sigma$, und die durch das Zusammenwirken beider Platten im Zwischenraume C existierende Feldstärke F ist auch bestimmt durch die Gleichung $F = 4\pi\sigma$. Mithin ist $\sigma = \frac{V}{4\pi d}$ und die auf der ganzen Platte angesammelte Menge, wenn dieselbe S Flächeneinheiten enthält:

$$\sigma S = e = \frac{VS}{4\pi d}.$$

Die Kapazität der Platte ist also im letzteren Falle

$$C_1 = \frac{e}{V} = \frac{S}{4\pi d}$$

und bei der kreisförmigen Platte wegen $S = R^2\pi$

$$C_1 = \frac{R^2\pi}{4\pi d} = \frac{R^2}{4d}.$$

Durch Vergleichung mit der eingangs aufgeführten Formel erhalten wir

$$\frac{C_1}{C} = \frac{R^2}{4d} : \frac{2R}{\pi} = \frac{R\pi}{8d}$$

d. h. die Verstärkungszahl eines kreisrunden Plattenkondensators ist proportional dem Radius und umgekehrt proportional der Entfernung beider Platten.

Die erste mit der Elektrizitätsquelle verbundene Platte wird Kollektorplatte, die zweite Kondensatorplatte genannt.

Mit einem Plattenkondensator sind wir im stande, ein geringes Potential, welches ohne solchen an einem Elektroskope nicht mehr sichtbar gemacht werden kann, nachzuweisen. Bringt man z. B. den Pol eines galvanischen Elementes, der ein konstantes Potential zeigt, in Verbindung mit dem Knopfe eines Elektroskops, so zeigt dieses wegen des niedrigen Potentials keinen Ausschlag. Verbindet man jedoch den Pol mit der Kollektorplatte eines Kondensators, so strömt auf sie Elektrizität von der oben angegebenen Quantität über und sie erhält das Potential des Poles. Entfernt man nun die Kollektorplatte von der zur Erde abgeleiteten Kondensatorplatte, trennt sie also von der auf dieser befindlichen entgegengesetzten Elektrizität, so wird hiedurch das Potential auf ihr bedeutend erhöht. Bringt man sie nun in Berührung mit dem Elektroskop, so wird sie einen Teil ihrer Elektrizität an das Elektroskop abgeben, so daß die beiden Körper gleiches, aber niedrigeres Potential erlangen. Bringt man nun die Kollektorplatte wieder in die vorige Stellung gegen die Kondensatorplatte und verfährt man nach ihrer Verbindung mit dem Elemente wieder in gleicher Weise wie vorher, so wird das Elektroskop auf ein höheres Potential gebracht. Durch öftere Wiederholung dieses Prozesses bringt man schließlich das Elektroskop auf das Potential, welches die Kollektorplatte nach ihrer Trennung von der Kondensatorplatte besitzt und dieses Potential ist dann vielleicht hoch genug, um einen Ausschlag der Goldblättchen zu bewirken und hiedurch die Elektrizität des Poles erkennen zu lassen. Die beiden Platten werden einander sowohl in vertikaler, als in horizontaler Lage genähert.

Im letzteren Falle ist die erste auf einem Glasfuße befestigt, während man die zweite Platte, die ebenfalls mit einem isolierenden Griffe versehen ist, auf sie legt. Die isolierende Zwischenschicht bildet in diesem Falle ein Überzug von Schellackfirniß, im ersten Falle die Luft. Verstärken kann man die Kapazität des Plattenkondensators noch dadurch, daß man zwischen beide Platten eine Kautschukplatte bringt. Den Grund hierfür werden wir in einem späteren Kapitel erkennen.

30. Elektrische Energie. Wir haben die Arbeit, welche aufgewendet werden muß, um die elektrische Einheit an einen von elektrischen Kräften sollicitierten Punkt zu bringen, das an diesem Punkte bestehende Potential V genannt. Bringen wir an denselben Punkt die Elektrizitätsmenge M , welche aber so klein sein soll, daß das elektrische Feld durch sie in keiner Weise geändert wird, so ist die aufzuwendende Arbeit offenbar MV .

Diese Arbeit ist nicht verloren, sondern sie existiert dann in der Masse M als potentielle Energie fort, wie auch die Arbeit, welche wir durch das Heben eines Gewichtes P entgegen der Schwerkraft auf eine gewisse Höhe aufgewendet haben, in diesem Körper als Energie aufgespeichert erscheint. Wie dieser Körper, wenn er um dieselbe Höhe fallen darf, eine der aufgewendeten Arbeit gleiche Arbeit zu leisten vermag, so wird auch die Elektrizitätsmenge M , wenn sie durch einen Leiter auf das Potential ϕ sich begeben darf, ihre innegehabte Energie wieder in Arbeit umsetzen. Man nennt die Elektrizität in ihrer Bewegung durch den Leiter strömende Elektrizität oder elektrischen Strom im Gegensatze zu ihr in ihrem früheren ruhenden Zustand; strömende Elektrizität leistet also Arbeit. Die Untersuchung der verschiedenen von ihr zu leistenden Arbeiten gehört der Lehre von den galvanischen Strömen an; doch so viel sei hier schon erwähnt, daß in Ermangelung eines Arbeitsobjektes in seiner Umgebung der elektrische Strom alle seine Energie zur Erwärmung seines Leitungsmittels verwendet.

Es ist nun hier für uns von höchstem Interesse, zu er-

fahren, wie groß die Energie eines mit einer Elektrizitätsmenge M auf das Potential V geladenen Konduktors ist.

Denken wir uns die Menge M in n gleichen, sehr kleinen Teilen auf eine Kugel mit dem Radius a gebracht, so wird zur Ladung mit dem ersten Teilchen keine Arbeit erforderlich sein, da dasselbe noch keiner Abstoßungskraft Widerstand zu leisten hat, für das zweite ist jedoch nach der vorigen Bemerkung die Arbeit

$$\frac{1}{n} \frac{M}{a} \cdot \frac{M}{n},$$

für das dritte

$$\frac{2}{n} \frac{M}{a} \frac{M}{n} \text{ u. s. f.,}$$

für das letzte

$$\frac{n-1}{n} \frac{M}{a} \frac{M}{n}$$

zu leisten; im ganzen muß also eine Arbeit aufgewendet werden

$$= \frac{1 + 2 + 3 \dots + n-1}{n} \frac{M}{a} \cdot \frac{1}{n} M = \frac{1}{2} \frac{M}{a} M = \frac{1}{2} VM.$$

Laden wir einen anderen Körper statt einer Kugel, so wird das Potential desselben auf seiner Oberfläche nicht mehr den einfachen Wert haben, wie für eine Kugel; daß aber das Endresultat dasselbe werden muß, hievon können wir uns leicht durch die Überlegung überzeugen, daß die erste Ladung auch hier die Arbeit 0 erfordert, daß aber mit wachsender Ladung auch das Potential in gleichmäßiger Weise anwächst, bis es seinen Endwert V mit der letzten Ladung erhält, so daß die gesamte Arbeit, wenn wir die Ladungen als Abscissen und die jeweiligen Potentiale als Ordinaten auftragen, durch den Flächeninhalt eines Dreiecks ausgedrückt erscheint, welcher $= \frac{1}{2} MV$ ist. Da nun die aufgewendete Arbeit in Energie der Elektrizität umgewandelt worden ist, so hat ein mit der Menge M auf das Potential V geladener Konduktor die Energie

$$E = \frac{1}{2} MV.$$

Was wir nun für einen Konduktor gefunden haben, das gilt auch für ein System von mehreren Konduktoren. Wir brauchen nur die Ladung von allen Konduktoren gleichzeitig vorzunehmen, so dass in jedem Augenblick sämtliche Kon-

duktoren einen und denselben Bruchteil ihrer Endladung haben. Ist nun schließlich

der erste Konduktor mit der Menge M_1 auf das Potential V_1 ,
 der zweite „ „ „ „ „ M_2 „ „ „ „ V_2

 geladen, so wird die schließliche Energie des ganzen Systems sein

$$E = \frac{1}{2} (M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots M_n V_n).$$

Hat ein System schon eine Ladung M und das Potential V und steigert man in einem seiner Konduktoren die Ladung auf die Menge M_1 und das Potential auf V_1 , so ist die zu dieser Steigerung notwendige Arbeit durch ein Trapez darzustellen und es ist

$$E_1 = \frac{1}{2} (M_1 - M) (V + V_1)$$

die Zunahme der Energie des Systems.

Wir bemerken bei dieser Gelegenheit, daß Potential nicht gleichbedeutend ist mit Energie oder Arbeit; letztere ist gleich Potential multipliziert mit einer Elektrizitätsmenge, Potential ist nur ein Faktor hievon. Energie hat deshalb die Dimension

$$E_1 = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \cdot M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$$

d. i. $E = M L^2 T^{-2}$.

Man bemerkt hiebei, daß sie die gleiche Dimension wie mechanische Arbeit hat, indem letztere gleich Kraft $\times$ Weg, also von der Dimension $M L T^{-2} \cdot L$ oder $M L^2 T^{-2}$ ist. Zugleich ersieht man daraus, daß Elektrizität an und für sich noch keine Energie repräsentiert; sie muß hiezu erst auf ein gewisses Potential gebracht sein, wie ein Stein erst dann potentielle Energie besitzt, wenn er über den Boden auf eine gewisse Höhe gebracht ist.

Während die absolute Einheit der Energie 1 Erg. ist, hat man zur praktischen Einheit für dieselbe 1 Coul. $\times$ 1 Volt

$$= 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^2} = 10^7 \text{ Erg} = 1 \text{ Watt bestimmt.}$$

31. Energie von Leydener Flaschen. Die Energie einer mit der Menge M auf das Potential V geladenen Leydener Flasche, deren Kapazität C ist, beträgt

$$E = \frac{1}{2} M V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C}.$$

Legt man an die äußere zur Erde abgeleitete Belegung einen Auslader und bringt dessen anderes Ende in die Nähe des Knopfes der Flasche, so wird zwar das Potential der inneren Belegung verkleinert, aber der elektrostatische Druck $2\pi\sigma^2$ wird so groß sein, daß in einer bestimmten Entfernung der beiden Knöpfe die Elektrizitätsmenge M die isolierende Luftschichte zerreißt und zur Erde fließt; die Energie wird hiebei in Wärme umgewandelt und liefert dabei die Wärmemenge:

$$Q = \frac{1}{2} MV = \frac{1}{42 \cdot 10^6} \frac{MV}{2} \text{ Gramm-Kalorien.}$$

Es ist nämlich: 1 Grammkalorie = 425 Grammmeter = 425 . 981 Dynmeter = 425 . 981 . 10² Dyncentimeter = 42 . 10⁶ Erg.

Diese Wärme bringt Gase zum Glühen und verwandelt Teilchen, die durch Anziehung entgegengesetzter Elektrizitäten von den beiden Metallkugeln abgerissen werden, in glühende Dämpfe, und diese sind es, welche die stattfindende Lichterscheinung, den elektrischen Funken, bilden. Der begleitende Knall ist die Folge einer durch die plötzliche Ausdehnung der erwärmten Luft entstandenen heftigen Luftwelle. Die Entfernung der beiden Kugeln, bei welcher die Entladung stattfindet, heißt die Schlagweite. Diese ist um so kleiner, je stärker das Isolierungsvermögen des trennenden Mediums ist, sie ist kleiner in schlecht leitenden Flüssigkeiten z. B. Ölen, als in Luft und um so größer, je größer das Potential der Flasche ist.

Die Schlagweite läßt sich messen mit dem Funkenmikrometer, welches aus einer feststehenden und einer mit einer Mikrometerschraube beweglichen Metallkugel auf isolierendem Stativ besteht. Nach Heydweillers Untersuchungen besteht zwischen Funkenlänge und Spannung zweier Kugeln vom Durchmesser d cm folgender Zusammenhang:

Funkenlänge in mm	Spannung in Kilovolt				Funkenlänge in mm	Spannung in Kilovolt			
	$d = 5$	2	1	0,5		$d = 5$	2	1	0,5
1	—	4,1	4,5	4,8	8	27,5	26,2	24,0	19,1
2	—	7,9	8,4	8,6	10	33,4	30,9	27,1	20,5
3	—	11,4	11,9	11,4	12	39,2	35,0	—	—
4	—	14,8	14,9	13,7	14	44,6	38,7	31,4	—
5	17,8	17,9	17,7	15,5	16	49,6	42,0	—	—
6	21,1	20,8	20,0	17,0	20	—	47,5	—	23,8

Bringt man kurz nach einer ersten Entladung die beiden Belege einer Flasche abermals durch einen Auslader in Berührung, so springt nochmals ein, wenn auch bedeutend kleinerer Funke über. Längere Zeit darauf zeigt sich die Flasche abermals schwach geladen.

Es läßt sich hieraus schließen, daß die am Ende von Kap. 43 geschilderten elektrischen Verschiebungen im Dielektrikum bei der ersten Entladung nur zum größten Teile aufgehoben werden und zu den Rückstandsladungen Anlaß geben, daß aber die vollständige Rückkehr in die Gleichgewichtslage erst nach längerer Zeit erfolgen kann.

Hat z. B. ein Kondensator eine Kapazität von $\frac{1}{90}$ Mikrofarad und ist derselbe bis zum Potential von 4800 Volt geladen, so wird bei einer teilweisen Entladung desselben, bei welcher sein Potential auf 900 Volt fällt, seine Energie um einen Betrag W vermindert. Dieser berechnet sich unter Berücksichtigung, daß

$$\frac{1}{90} \text{ Mikrofarad} = \frac{1}{90} 9 \cdot 10^5 = 10^4 \text{ cm} \text{ und } 4800 V = 16 \text{ abs. Einheiten}$$

$$900 V = 3 \text{ abs. Einheiten,}$$

als
$$W = 10000 \cdot 13 \cdot \frac{19}{2} = 1235 \cdot 10^3 \text{ Erg.,}$$

da der Kondensator beim Fallen des Potentials von 16 auf 3 abs. Einh. $10000 \cdot 13$ abs. Elektrizitätseinheiten verliert und das mittlere Potential, unter welchem dieser Elektrizitätsverlust erfolgt, $\frac{16+3}{2}$ abs. Einheiten beträgt.

Wird diese gesamte Energie in Wärme verwandelt, so beträgt diese

$$Q = \frac{1235 \cdot 10^3}{42 \cdot 10^6} = 0.0294 \text{ Grammkalorien.}$$

32. Theorie des Thomson'schen Quadrantenelektrometers.

Nach dem Vorhergehenden ist nun auch die Theorie des in Kap. 26 behandelten Quadrantenelektrometers verständlich. Um die Anschauung auf den einfachsten Fall zurückzuführen, denken wir uns, innerhalb zweier fester getrennter Cylinder A und B befinde sich ein dritter längs der allen drei Cylindern gemeinschaftlichen Axe beweglicher Cylinder C . Dieselben seien bezw. auf die Potentiale V_1 , V_2 und V geladen.

Wird C um die Strecke x nach rechts verschoben, so erfährt der innerhalb B befindliche Teil C einen Zuwachs an Elektrizitätsmenge von $\alpha x (V - V_2)$, wenn α die Kapazität der

Längeneinheit von C bedeutet, während auf B ebensoviel entgegengesetzte Elektrizität, also $-\alpha x(V - V_2)$ influenziert wird.

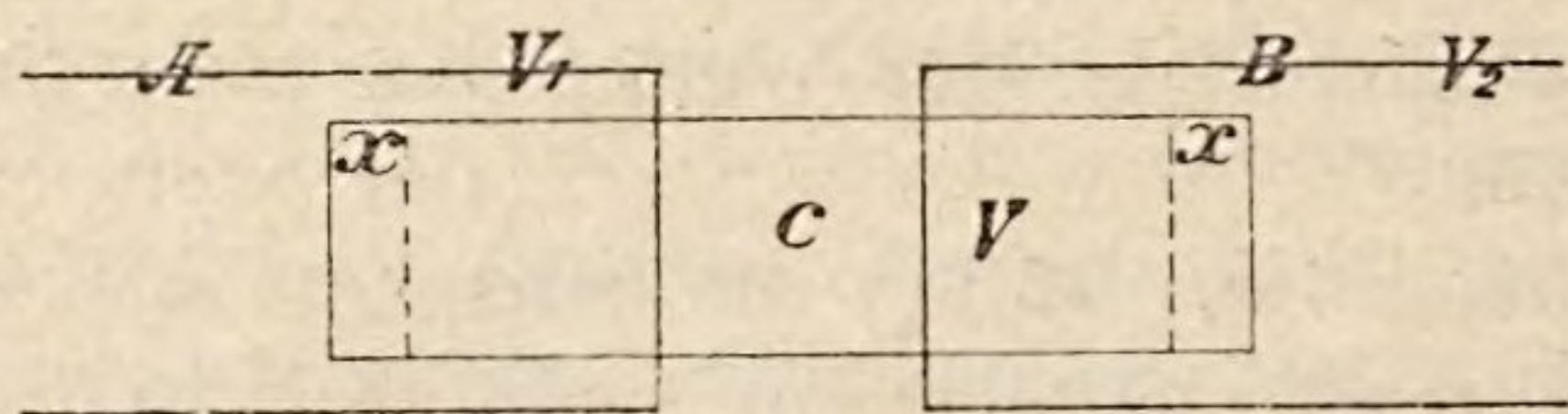


Fig. 23.

Der in A befindliche Teil von C verliert dagegen die Menge

$$\alpha x(V - V_1),$$

während A ebensoviel gewinnt (Fig. 23).

Die Energieänderung auf C ist deshalb

$$W_1 = \frac{1}{2} \alpha x (V - V_2) V - \frac{1}{2} \alpha x (V - V_1) V = \frac{1}{2} \alpha x (V_1 - V_2) V,$$

die des Cylinders A

$$W_2 = \frac{1}{2} \alpha x (V - V_1) V_1$$

und die von B

$$W_3 = -\frac{1}{2} \alpha x (V - V_2) V_2.$$

Also die Energieänderung des Systems:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \alpha x \left[(V_1 - V_2) V + (V - V_1) V_1 - (V - V_2) V_2 \right] \\ &= \alpha x \left[(V_1 - V_2) V - \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} \right] = \alpha x (V_1 - V_2) \left[V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right] \end{aligned}$$

Diese Energieänderung ist aber der geleisteten Arbeit Kx gleich, woraus folgt:

$$K = \alpha (V_1 - V_2) \left[V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right].$$

Wegen der Symmetrie ist diese Resultante der elektrischen Kräfte auf C der gemeinschaftlichen Axe parallel. Ist V gegen V_1 und V_2 sehr groß, so ist der Ausdruck in der Klammer nahezu $= V$. Wird V sodann konstant gehalten, so ist die Kraft, mit der C bewegt wird

$$K = c(V_1 - V_2)$$

also proportional der Potentialdifferenz von A und B .

Beim Quadrantenelektrometer macht sich diese Wirkung an beiden Enden der beweglichen Nadel, welche dem Cylinder C entspricht, geltend und wird durch den Torsionswinkel des Aufhängedrahtes gemessen.

33. Elektrische Batterie. Eine Zusammenstellung aus mehreren miteinander verbundenen Leydener Flaschen nennt

man eine elektrische Batterie. Verbindet man die Flaschen so, daß alle inneren und alle äußeren Belegungen miteinander verbunden sind, so heißen sie nebeneinander geschaltet. Verbindet man jedoch die Flaschen in der Weise, daß man die äußere Belegung einer Flasche mit der inneren der nächsten Flasche verbindet, nachdem man vorher alle Flaschen isoliert hat, so erhält man die Kaskadenbatterie und sagt, die Flaschen sind hintereinander geschaltet.

Um uns zu überzeugen, durch welche Zusammenstellung in den verschiedenen Fällen man das Maximum der Energie erreichen kann, wollen wir erst untersuchen, wie sich die Kapazität der ganzen Batterie gegen die Kapazitäten der einzelnen Elemente in beiden Fällen gestaltet.

34. Kapazität parallel geschalteter Flaschen und einer Kaskadenbatterie. Nehmen wir an, wir hätten n geladene abgeleitete Flaschen mit den Kapazitäten $C_1, C_2 \dots C_n$, so ändert keine derselben durch Influenz die Kapazität der andern, so nahe dieselben einander gebracht werden mögen, da gleichviel positive und negative Elektrizitäten, die sich in sehr kleiner Entfernung befinden, keine bemerkenswerte Influenz veranlassen können (Fig. 24). Verbindet man nun alle inneren und alle äußeren Belege miteinander, so erhält man einen einzigen großen Kondensator, dessen Kapazität gleich der Summe der Kapazitäten der einzelnen Flaschen ist, so daß

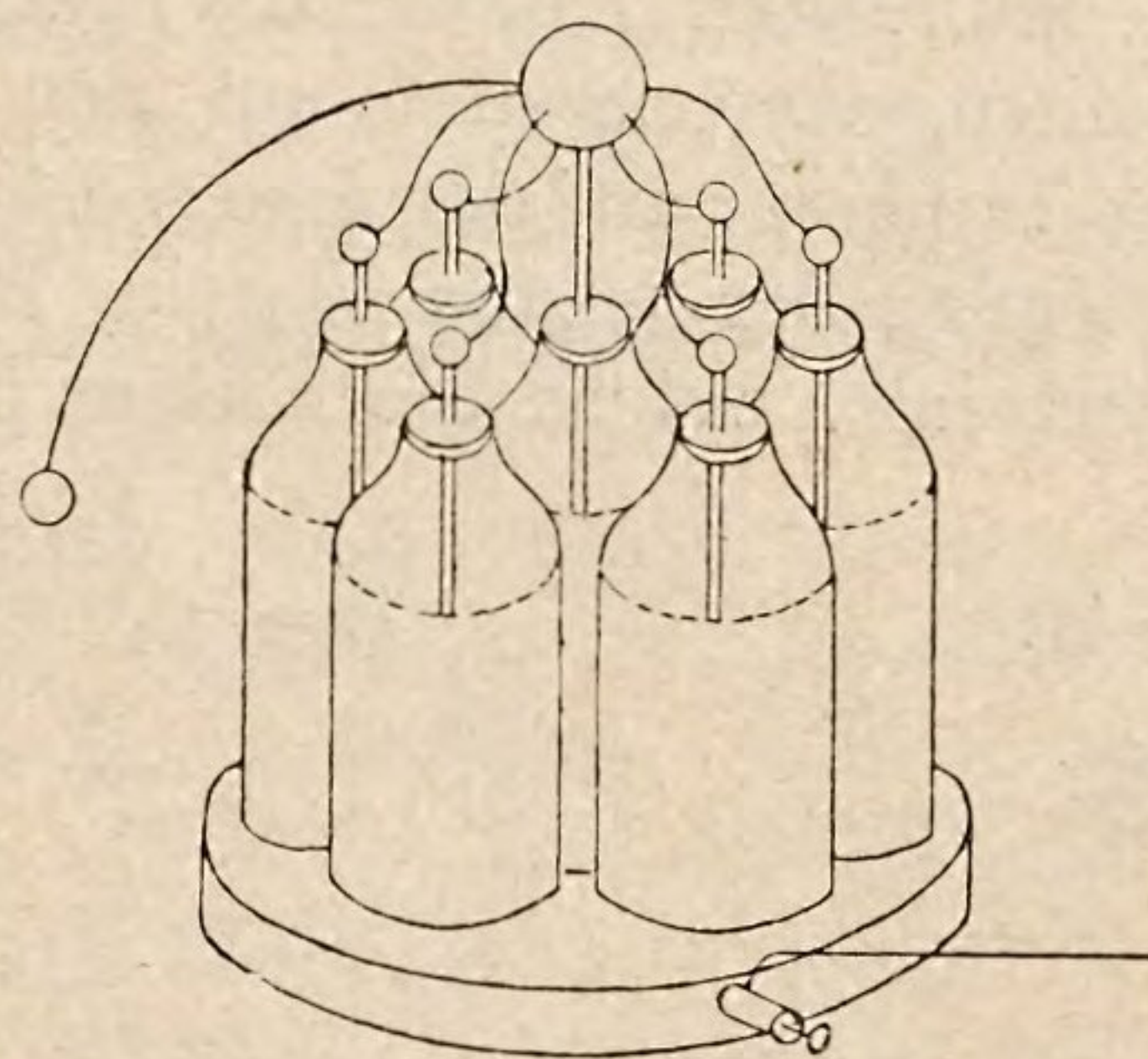


Fig. 24.

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Haben wir lauter gleiche Flaschen, so ist

$$C_1 = C_2 = \dots = C_n,$$

also

$$C = n C_n.$$

Um die Kapazität einer Kaskadenbatterie kennen zu lernen, denke man sich alle Flaschen isoliert und in der genannten Weise verbunden (Fig. 25).

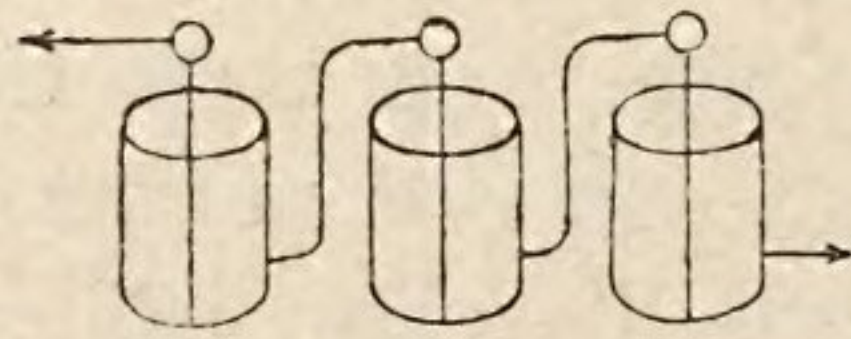


Fig. 25.

Bringt man auf die innere Belegung der ersten Flasche die Menge $+m$, so wird die Innenseite der äußeren Belegung die Menge $-m$ erhalten, während die Menge $+m$ auf die innere Belegung der zweiten Flasche strömen wird. Dieselbe Verteilung wird nun die zweite Flasche auf der dritten Flasche u. s. f. veranlassen, so daß wir annehmen können, daß schließlich jede Flasche auf der inneren Belegung die Menge $+m$ enthält, also dieselbe Quantität wie die erste. Wird die Ladung dadurch vollzogen, daß man die innere Belegung der ersten Flasche und die äußere Belegung der letzten Flasche mit zwei Konduktoren, deren Potentiale A und B sind, wobei $A > B$ sei, verbindet, so fließt so lange in den ersten Konduktor Elektrizität und von ihm auf den zweiten, vom zweiten auf den dritten u. s. f., bis schließlich das Potential auf der ersten Flasche A und das der äußeren Belegung der letzten Flasche B ist. Bezeichnen wir nun die Potentiale, welche die übrigen Flaschen dabei annehmen mit

$$\begin{array}{l}
 V_2, V_3 \dots V_{n-1} \\
 \text{so ist} \quad m = C_1 (A - V_2) = C_2 (V_2 - V_3) = \dots \\
 \text{oder} \quad \frac{m}{C_1} = A - V_2 \\
 \quad \quad \frac{m}{C_2} = V_2 - V_3 \\
 \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 \quad \quad \frac{m}{C_n} = V_{n-1} - B
 \end{array}$$

Durch Addition erhält man: $m \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = A - B;$

m ist hierbei die Elektrizitätsmenge, welche auf die erste Flasche übergegangen ist, aber zugleich auch die gesamte Elektrizitätsmenge, welche auf die ganze Batterie übergegangen ist. Die

Kapazität der Kaskadenbatterie $C = \frac{m}{A - B}$ berechnet sich also aus der Beziehung

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots \frac{1}{C_n}$$

und wird, wenn alle Flaschen die gleiche Kapazität C_n haben:

$$C = \frac{C_n}{n}$$

d. h. sie wird n mal kleiner als die einer einzigen Flasche.

Dieses ungünstige Resultat könnte die Zusammenstellung einer solchen Batterie ein- für allemal als verwerflich erscheinen lassen. Wenn man jedoch bedenkt, daß eine Leydener Flasche nur auf eine gewisse Potentialdifferenz geladen werden kann, daß sofort eine Entladung längs des Glases oder gar durch das Glas, oft mit Zerstörung desselben, eintritt, wenn diese überschritten wird, so wird man den Nutzen der Kaskadenbatterie sogleich erkennen. Sie bietet uns ein Mittel, auch zu den höchsten Potentialdifferenzen, die eine elektrische Maschine liefern kann, die Batterie zu laden. Die Potentialdifferenz verteilt sich in diesem Falle auf die einzelnen Flaschen staffel- oder kaskadenförmig in kleineren Potentialdifferenzen, die jede Flasche leicht aushalten kann.

35. Entladung einer Batterie. Nach diesen Auseinandersetzungen ist es uns nun leicht, die Energie einer Batterie und die durch ihre Entladung gewonnene Wärme zu berechnen.

Besteht die Batterie aus n gleichen parallel geschalteten Elementen und besitzt sie die Kapazität C , während jede Flasche eine solche von der Größe C_n hat, so ist die Energie derselben, wenn M ihre Elektrizitätsmenge und V ihr Potential ist:

$$E = \frac{1}{2} M V = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$

oder:

$$E = \frac{1}{2} \frac{M^2}{n C_n} = \frac{1}{2} n C_n V^2.$$

Wird nun bei der Entladung alle Energie in Wärme umgesetzt, so ist diese

$$Q = \mathcal{F} \cdot E = \frac{E}{42 \cdot 10^6} \text{ Gramm-Kalorien.}$$

Man sieht daraus, wenn man die aus n Flaschen bestehende Batterie mit einer gegebenen Elektrizitätsmenge M ladet, so ist die bei der Entladung entwickelte Wärmemenge n mal kleiner, als wenn man nur eine solche Flasche mit dieser Menge M geladen hätte. Ladet man jedoch die Batterie und eine Flasche auf ein z. B. durch konstante Funktionierung einer Elektrisiermaschine bestimmtes Potential V , so liefert die Batterie n mal mehr Wärmemenge bei ihrer Entladung, als eine Flasche.

Bezeichnen wir für die Kaskadenbatterie wieder ihre Kapazität mit C und die jeder einzelnen von den n gleichen Flaschen mit C_n , so ist ebenfalls die Energie der mit der Menge M geladenen Batterie

$$E = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2,$$

wobei V die Potentialdifferenz der ersten und letzten Flasche bedeutet.

Da $C = \frac{C_n}{n}$, so ist auch

$$E = \frac{1}{2} n \frac{M^2}{C_n} = \frac{1}{2} \frac{C_n V^2}{n} \text{ Erg.}$$

Wenn man dieses Resultat mit der Entladung einer auf Quantität zusammengestellten Batterie vergleicht, so findet man, daß die Verhältnisse in beiden Fällen gerade entgegengesetzt sind. Im letzten Falle ist im Gegensatze vom vorigen die entwickelte Wärmemenge bei gegebener Ladung M n mal größer und bei gegebener Potentialdifferenz n mal kleiner, als bei Anwendung einer einzigen Flasche.

Steht demnach ein konstantes Potential z. B. von einer Elektrisiermaschine zur Verfügung, so erhält man das Maximum der Energie, wenn man die Flaschen parallel schaltet, vorausgesetzt, daß die Flaschen diese Potentialdifferenz aushalten können. Hat man dagegen eine bestimmte Elektrizitätsmenge zur Verfügung, so ist die beste Kombination zur Erreichung der größten Wirkungsfähigkeit die Kaskadenbatterie.

Ist eine gegebene Potentialdifferenz so hoch, daß sie die Isolationsfähigkeit der Flaschen übersteigt, so verbindet man

nach Maßgabe der hohen Potentialdifferenz mehrere Flaschen zu je einer Kaskade und schaltet sodann die einzelnen Kaskaden nebeneinander.

36. Elektrische Maschinen. Zur Erzeugung und Vermehrung von Elektrizität lassen sich folgende Instrumente verwenden:

- a) der Volta'sche Elektrophor,
- b) die Winter'sche Elektrisiermaschine,
- c) die Thomson'sche Wasserinfluenzmaschine,
- d) die Holtz'sche und
- e) die selbsterregende Influenzmaschine.

Bei all diesen Maschinen wird eine gewisse mechanische Arbeit, welche entweder von der Muskelkraft des Experimentators oder der Schwerkraft der Erde geleistet wird, in Elektrizität verwandelt. Die so geschaffene Elektrizität läßt sich dann wieder zu anderen Arbeitsleistungen oder zur Erwärmung materieller Substanzen verwenden. Dieselben sollen im nachstehenden einzeln behandelt werden.

37. Der Volta'sche Elektrophor. Ein Harzkuchen ruht auf einer Metallform (Fig. 26) und auf ihn wird ein isolierter Metalldeckel aufgesetzt, nachdem man den Kuchen durch Reibung mit einem Katzenfelle negativ elektrisch gemacht hat. Ein Teil der negativen Elektrizität kommt hierbei mit dem Deckel offenbar in Berührung und geht auf diesen über; jedoch die meiste Elektrizität des Kuchens bleibt auf und in demselben und wirkt induzierend auf den Deckel. Leitet man nun diesen ab, so geht negative Elektrizität zur Erde über. Hebt man den Deckel an der isolierten Handhabe in die Höhe, so ist dieser positiv elektrisch und mit dieser Elektrizität kann man irgend einen Konduktor laden.

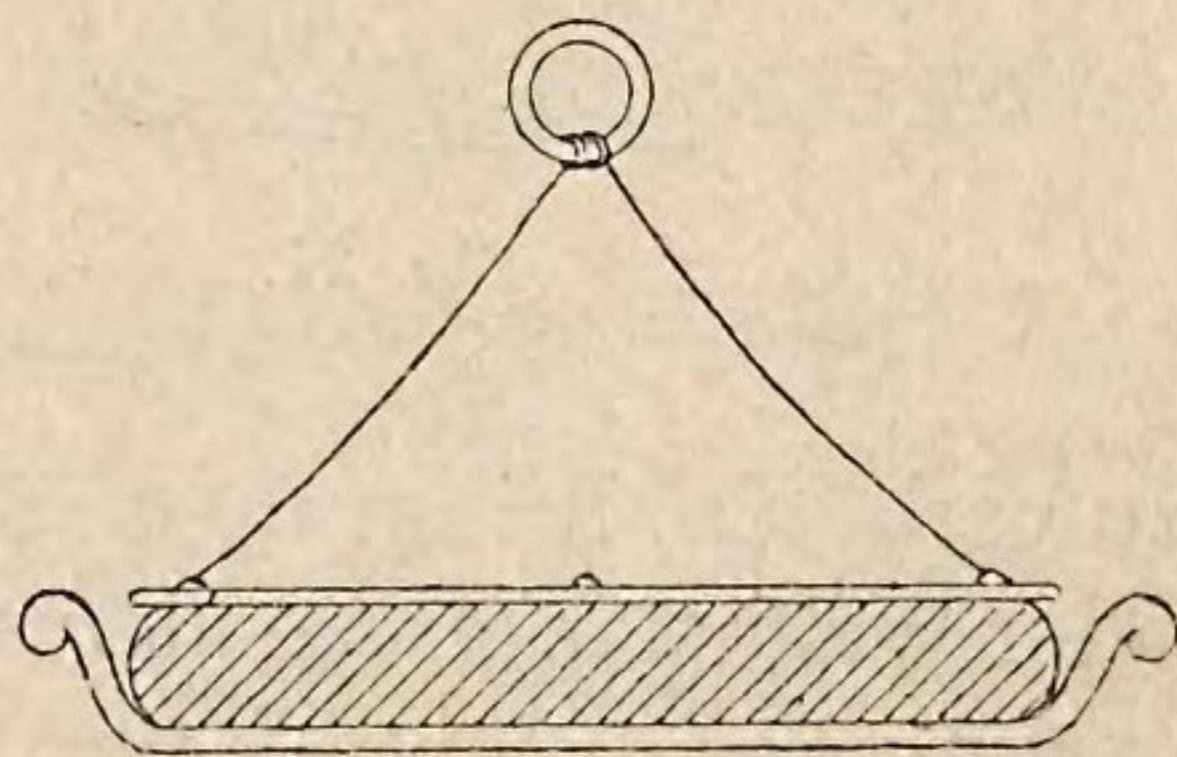


Fig. 26.

Nach der Ableitung hat der Deckel, solange er auf dem Kuchen ruht, das Potential Null. Hebt man denselben jedoch auf, so steigert man das Potential auf eine gewisse Größe und bis zu diesem kann man durch öftere Wiederholung einen

Konduktor oder Kondensator laden. Die Arbeit, welche bei der Trennung des Deckels vom Kuchen gegen die elektrische Anziehung geleistet werden muß, ist größer als die, welche bei der Annäherung die elektrischen Kräfte leisten. Der Überschuß findet sich in der Energie des geladenen Konduktors und in der bei der Funkenbildung entwickelten Wärme.

38. Winters Elektrisiermaschine. Eine Glasscheibe wird an zwei mit Amalgam bestrichenen Lederpolstern gerieben (Fig. 27) Hiedurch wird das Glas positiv und das Leder negativ. Die letztere Elektrizität verteilt sich mit Hilfe des gutleitenden Amalgams rasch auch auf einen damit verbundenen Konduktor.

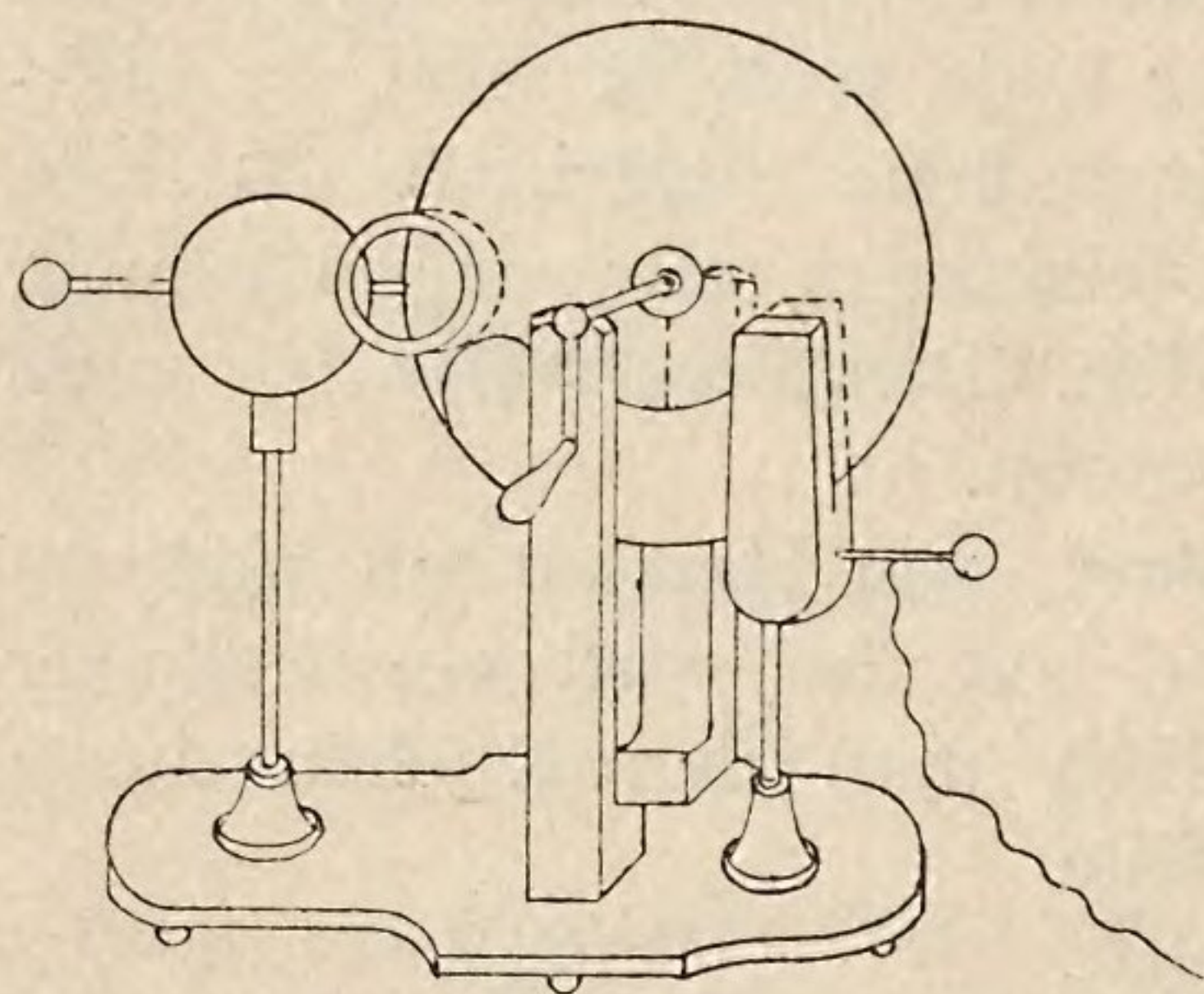


Fig. 27.

Dreht man die Glasscheibe und entfernt man so die positive Elektrizität von dem negativen Reibkissen, so steigert man dadurch wieder deren Potential. Geschieht nun diese Steigerung zu plötzlich, so findet infolge hoher Potentialdifferenz zwischen Glasscheibe und Reibzeug ein Rückströmen der Elektrizität von der Glasscheibe nach dem Reibzeuge statt; um dies

zu verhüten, bringt man an das Reibzeug Stücke von Seidenzeug oder Wachstaffet, die hiedurch selbst negativ elektrisiert die Steigerung des Potentials nur allmählich vor sich gehen lassen und hiedurch den zu befürchtenden Elektrizitätsverlust verhindern. Nach einer halben Umdrehung gelangt sodann die geriebene Stelle der Glasscheibe an einen zweiten mit Spitzen versehenen Konduktor, der auf isoliertem Glasfuße steht. Durch diese Spitzen strömt Influenzelektrizität erster Art auf die beiden Seiten der Glasscheibe und neutralisiert deren Ladung, während der Konduktor hierbei zum größten Teile positiv elektrisch wird. Abgesehen von der zur Überwindung der Reibung aufzuwendenden Arbeit ist noch eine solche gegen die elektrischen Kräfte zu leisten. Die Arbeit nämlich bei der Entfernung der

positiven Glasscheibe vom negativen Reibzeuge ist größer, als die bei der Annäherung der entladenen Glasscheibe gegen dasselbe und dieser Mehraufwand findet sich als Energie in dem Konduktor.

Die erzeugte Elektrizität hängt von der Größe der Glasscheibe und von der Zahl der Umdrehungen derselben ab.

39. Thomson'sche Wasserinfluenzmaschine. Bei dieser Maschine (Fig. 28) wirkt, wie bei allen ähnlichen, ein auf ein gewisses Potential gebrachter Induktor auf einen beweglichen Vermittler induzierend; hiedurch wird dieser Vermittler entgegengesetzt elektrisch und überträgt seine durch Influenz erlangte Elektrizität auf einen Empfänger, der mit einem zweiten Induktor leitend verbunden ist und dadurch dessen Potential ändert. Dieser zweite Induktor erlangt beim fortgesetzten Spiele der Maschine Elektrizität, welche der des ersten Induktors entgegengesetzt ist, und wirkt dann auf den Vermittler in gleicher Weise, wie der erste.

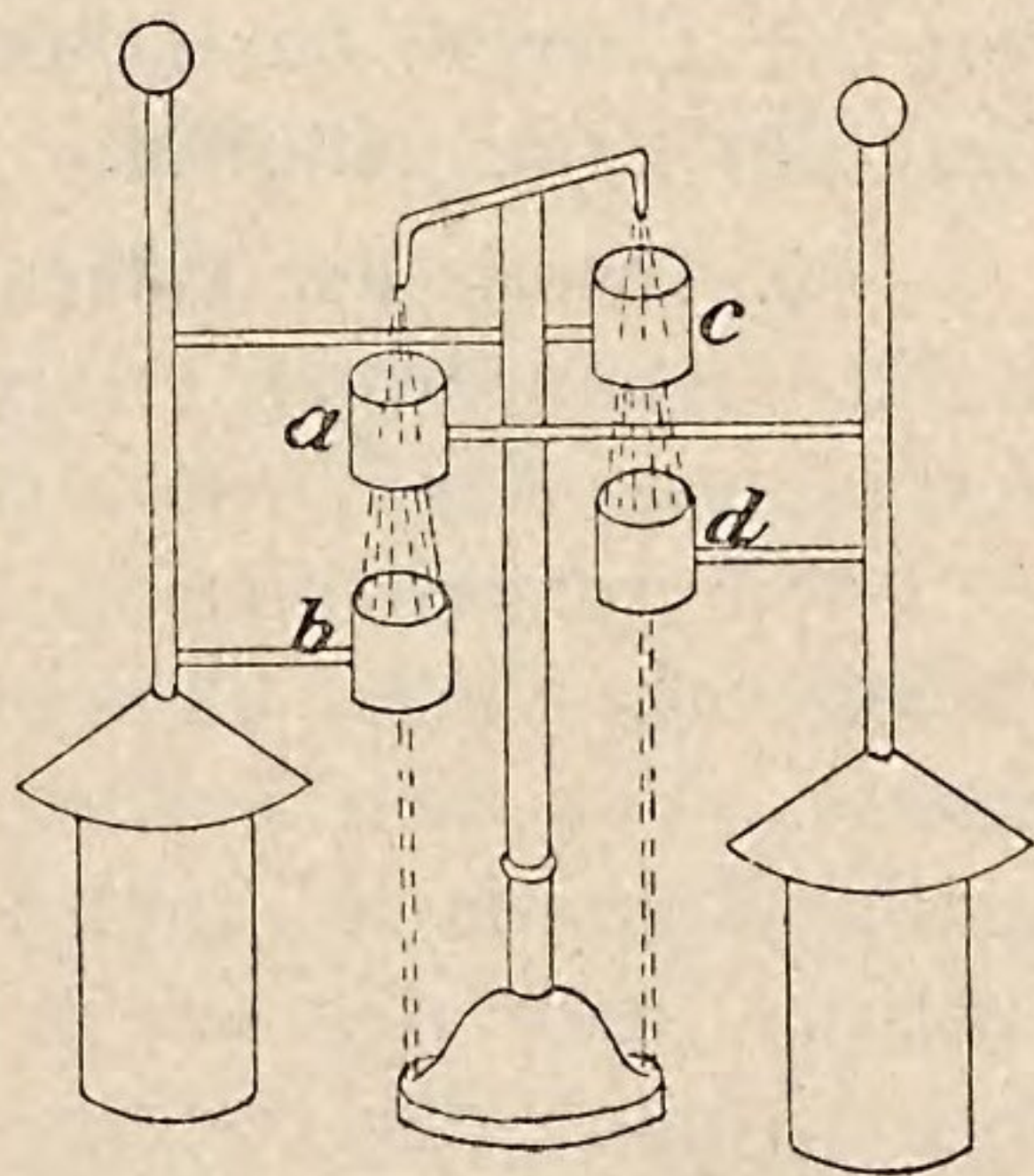


Fig. 28.

Bei der Thomson'schen Wasserinfluenzmaschine ist der Induktor ein hohler Metallcylinder *a*, der Vermittler Wasser, welches aus einer T-förmigen Leitung so zum Fließen gebracht wird, daß es sich innerhalb des Induktors in Tropfen auflöst. Hiedurch werden, wenn der Induktor erst positiv elektrisch gemacht wurde, die Wassertropfen negativ elektrisch. Diese fallen dann auf das Innere eines Trichters *b* und geben an diesen alle Elektrizität ab, so daß sie denselben unelektrisch verlassen. Mit dieser Elektrizität werden dann die mit dem Trichter verbundenen Leiter und damit auch der zweite Induktor *c* negativ geladen. Dieser macht sodann die durch ihn fallenden Wassertropfen positiv elektrisch; der Trichter *d* empfängt diese und gibt hievon auch dem Induktor *a*, welcher hiedurch verstärkt geladen wird und infolgedessen auch stärker

influenzierend auf die Wassertropfen wirkt. Man sieht, daß nach längerer Wirksamkeit der Maschine der Induktor α immer stärker positiv und c immer stärker negativ elektrisch wird. Dem Anwachsen der Elektrizitätsmengen wird dann aber ein Ziel gesetzt, wenn die Abstoßungskräfte der elektrischen Trichter auf die gleichnamig elektrischen Wassertropfen so groß geworden ist, daß diese vom Trichter weggetrieben werden. Die Energie der Elektrizität wird hierbei von der Energie der fallenden Tropfen, also von der Schwerkraft der Erde geliefert.

40. Theorie der Influenzmaschine. Einen näheren Einblick in die Wirkungsweise erlangen wir noch durch eine theoretische Betrachtung der Vorkommnisse.

Wir denken uns das kontinuierliche Fließen des Wassers als aus sehr vielen kleinen getrennten Abteilungen zusammengesetzt. Vor dem Zuflusse des Wassers werde der Induktor α auf das Potential U_0 und der Induktor c auf das Potential V_0 gebracht. Nach der ersten Abteilung seien die Potentiale U_1 und V_1 , nach der zweiten U_2 und V_2 etc. geworden und es soll nun untersucht werden, wie die Potentiale U_n und V_n von U_0 und V_0 abhängen.

Das Potential U_0 induziert in den Wassertropfen die Elektrizitätsmenge $-m U_0$, wobei der Induktions-Koeffizient m von den Verhältnissen des Apparates abhängt; diese Menge ladet den Empfänger und die mit ihm verbundenen Leiter und ändert hiedurch das Potential des anderen Induktors, wenn die Kapazität der mit ihm verbundenen Leiter A ist, um $-\frac{m}{A}U_0$,

so daß $V_1 = V_0 - \frac{m}{A}U_0 = V_0 - p U_0$ wobei $p = \frac{m}{A}$.

Nehmen wir an, die Verhältnisse seien am zweiten Induktor ganz die gleichen, es sei also der Induktions-Koeffizient ebenfalls $=m$ und auch die Kapazität der mit dem entsprechenden Empfänger verbundenen Leiter $=A$, so ändert die von dem zweiten Induktor c influenzierte Elektrizität das Potential des ersten Induktors α in der nämlichen Zeit um

$$-\frac{m}{A}V_0,$$

so daß $U_1 = U_o - \frac{m}{A} V_o = U_o - p V_o$ wird.

Aus diesen Bildungsformeln läßt sich ersehen, daß nach der zweiten Abteilung

$$U_2 = U_1 - p V_1 \text{ und } V_2 = V_1 - p U_1$$

und nach der n^{ten} Abteilung:

$$\begin{aligned} U_n &= U_{n-1} - p V_{n-1} \\ V_n &= V_{n-1} - p U_{n-1} \text{ ist.} \end{aligned}$$

Noch zwei übersichtlichere Formeln erhalten wir, wenn wir diese beiden Gleichungen erst addieren und dann subtrahieren; dadurch erhalten wir:

$$\begin{aligned} U_n + V_n &= (U_{n-1} + V_{n-1})(1 - p) \text{ und} \\ U_n - V_n &= (U_{n-1} - V_{n-1})(1 + p). \end{aligned}$$

Benützen wir diese Formeln, um aus $U_{n-1} + V_{n-1}$ auf $U_{n-2} + V_{n-2}$, $U_{n-2} + V_{n-2}$, etc. bis $U_o + V_o$ zu kommen, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \text{I. } U_n + V_n &= (U_o + V_o)(1 - p)^n \\ \text{II. } U_n - V_n &= (U_o - V_o)(1 + p)^n \end{aligned}$$

Denken wir uns das Ausfließen des Wassers aus sehr vielen kleinen Abteilungen zusammengesetzt, also n sehr groß, so nähert sich $(1 - p)^n$ der Null, da p ein echter Bruch, also auch $1 - p$ ein solcher ist.

Es sagt uns also die erste dieser beiden Gleichungen, daß schließlich $U_n = -V_n$ wird, d. h.: mag V_o positiv oder negativ gewesen sein, nach genügend langer Tätigkeit der Maschine wird V_n entgegengesetzt und gleich U_n werden.

Aus der zweiten Gleichung berechnet sich U_n und V_n über alle Maße groß; es werden deshalb die Potentiale beider Induktoren so lange wachsen, bis der oben erwähnte Grenzfall eintritt.

Die vorgeführte Theorie gilt auch für alle übrigen Influenzmaschinen. Bei diesen findet das Wachsen der Potentiale auf den Induktoren so lange statt, bis in jedem Augenblicke durch den elektrostatischen Druck so viel Elektrizität aus ihnen ausströmt, als die Maschine nachliefert, bis also ein stationärer Zustand eintritt.

41. Holtz'sche Influenzmaschine. Bei der Holtz'schen Influenzmaschine wird eine gefirniste Glasscheibe vor einer

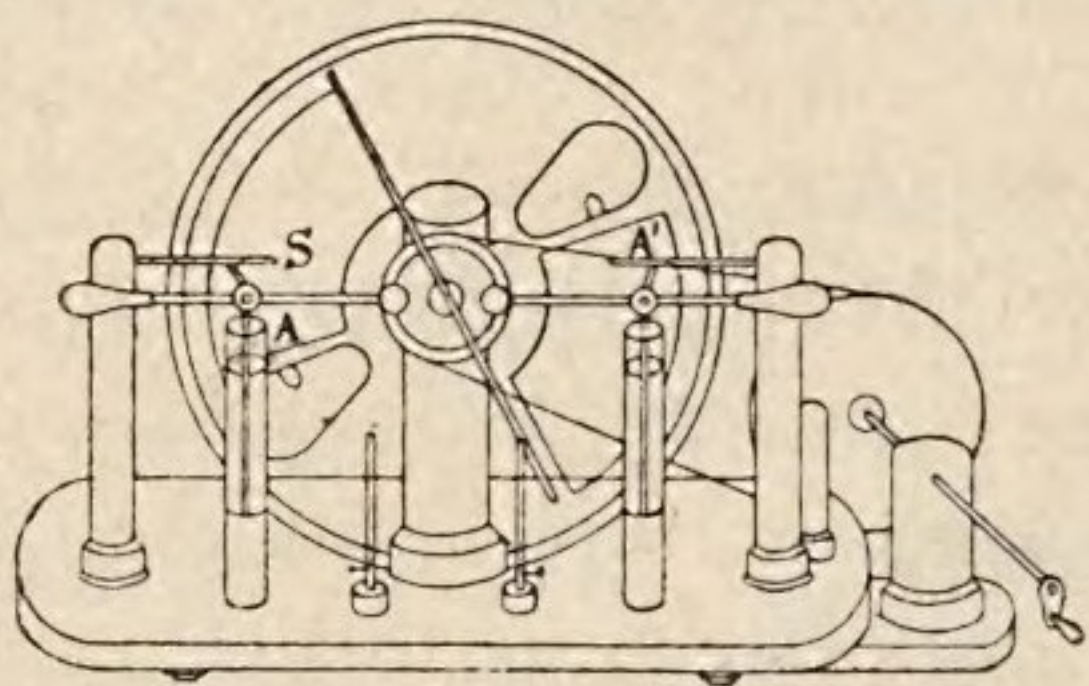


Fig. 29.

festen Glasscheibe gedreht (Fig. 29). Die Induktoren werden hiebei von zwei Halbleitern, nämlich von zwei Papier- oder Leinwandbelegen *A* gebildet, welche in Spitzen auslaufend auf der hinteren Seite der festen Scheibe an den Enden eines Durchmessers angebracht sind und in Ausschnitte dieser Glasscheibe hineinragen. Gegenüber diesen Be-

legen befinden sich Saugkämme, welche mit Kugeln metallisch verbunden und von isolierenden Ständern getragen werden. Durch diese Kugeln gehen verschiebbare Metallstangen, welche in kleinen Kugeln endigen. Wird ein Induktor *A* (z. B.) mit einer gewöhnlichen Maschine positiv elektrisch gemacht, so zeigt sich sofort an den Spitzen des gegenüber liegenden Kammes *S* Glimmlicht und negative Elektrizität strömt auf die rotierende Glasscheibe, welche dieselbe dem anderen Induktor *A'* gegenüber bringt. Aus diesem strömt positive Elektrizität aus, wodurch er selbst negativ elektrisch wird. Infolgedessen influirt er den ihm gegenüberliegenden Saugkamm derart, daß positive Elektrizität aus ihm auf die Glasscheibe strömt. Die auf die Glasscheibe geströmte Elektrizität influenziert nun fortgesetzt die Papierbelege und macht diese stärker entgegengesetzt elektrisch; dabei befindet sich auf der oberen Hälfte der rotierenden Glasscheibe auf beiden Seiten übergeströmte negative und auf der unteren Hälfte auf beiden Seiten positive Elektrizität. Gleichzeitig werden aber die Influenz-Elektrizitäten zweiter Art von den Saugspitzen weggetrieben und sich in den anfangs in Berührung gebrachten Metallstäben mit den kleinen Kugeln neutralisieren. Bringt man nun diese Kugeln auseinander, so werden zwischen ihnen Funken übergehen. Verbindet man mit den Kugeln noch Leydener Flaschen, so werden größere Elektrizitätsmengen angesammelt, welche sich in Funken mit beträchtlicher Schlagweite entladen.

Mit diesen Maschinen werden große Mengen Elektrizität

von hohem Potential erzeugt, und die gesamte elektrische Energie wird von der zum Drehen aufgewendeten Arbeit geliefert, soweit letztere nicht zur Überwindung der Reibung erforderlich ist.

42. Selbsterregende Influenzmaschine von Töpler. Töpler hat eine Maschine konstruiert, bei welcher vor einer festen Scheibe, die mit zwei großen Belegen versehen ist, eine mit sechs oder acht kleineren Belegen versehene Glasscheibe rotiert (Fig. 30). Diese letzteren kommen bei der Rotation mit vier festen Bürsten in Berührung, von welchen zwei diametral gegenüber stehende leitend miteinander verbunden sind, während die beiden anderen mit den Belegen der festen Scheibe in leitender Verbindung stehen.

Die beiden festen Belege *A* und *B* sind die Induktoren. Dieselben werden stets eine, wenn auch noch so kleine, Potentialdifferenz zeigen.

Nehmen wir an, *A* sei sehr schwach positiv elektrisch, dann werden bei einer Drehung im Sinne des Pfeiles die als Vermittler dienenden kleinen Belege der rotierenden Scheibe von *A* influenziert. Beim Verlassen des Beleges *A* wird deren positive Influenzelektrizität zweiter Art durch die ableitende Bürste von n_1 nach n_2 geführt, die negative Influenzelektrizität erster Art aber kommt bei weiterer Rotation zu der als Empfänger dienenden Bürste a_1 und macht den Beleg *B* negativ elektrisch. Dasselbe findet bei allen folgenden Vermittlern statt. Kommen die Vermittler vor den Beleg *B*, so werden sie gleichfalls influenziert, und hier ist es die negative Influenzelektrizität zweiter Art, welche durch die ableitende Bürste von n_2 nach n_1 geführt wird, während die positive Influenzelektrizität erster Art nach der Entfernung von

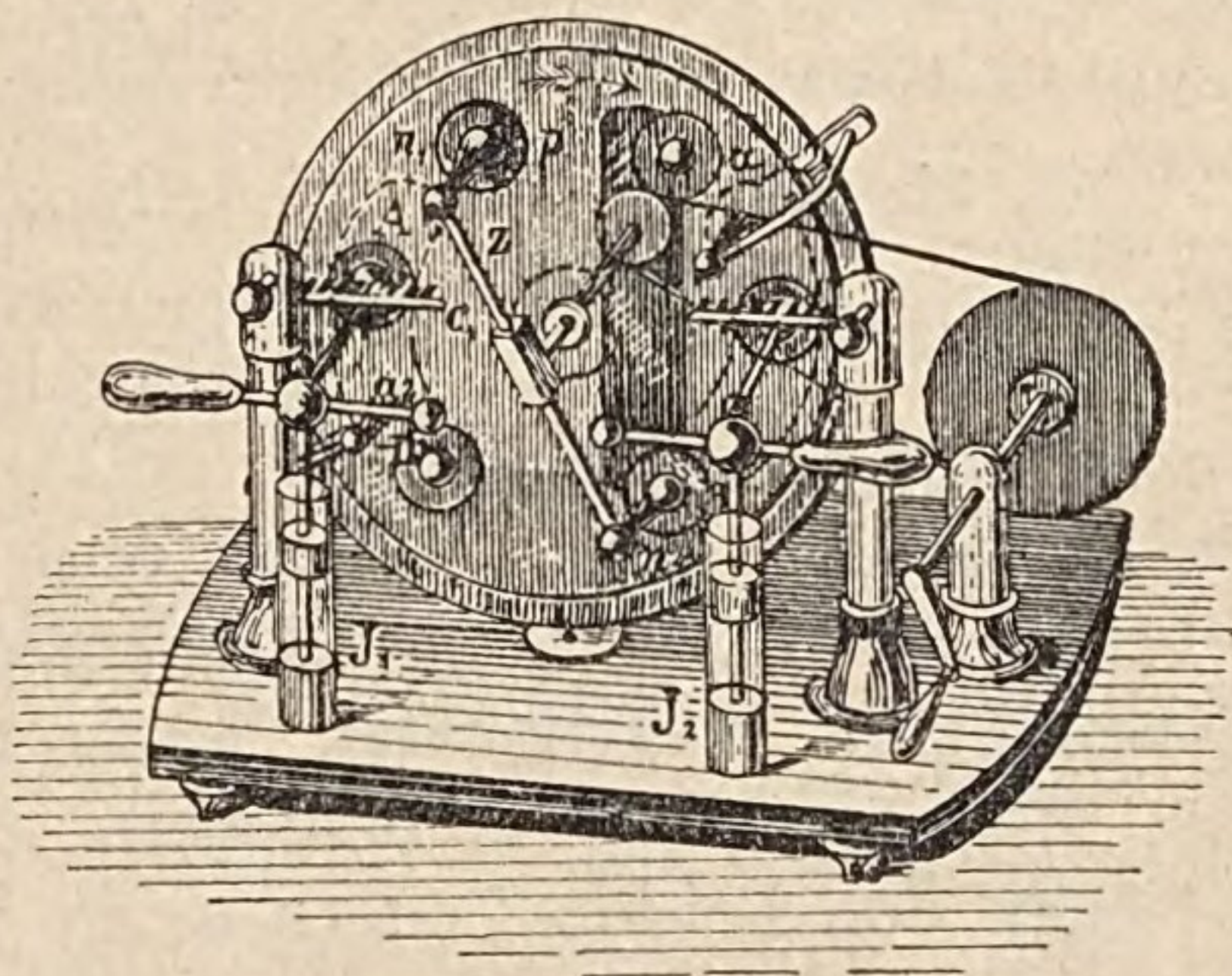


Fig. 30.

B durch den Empfänger a_2 zum Beleg A geführt wird. Es erhalten hiedurch die beiden Belege A und B stets größere Mengen entgegengesetzter Elektrizität. Durch Vermittlung der Metallkämme c_1 und c_2 werden sodann auf den mit ihnen verbundenen Kugeln (Elektroden) große Potentialdifferenzen erzeugt.

Verbindet man die Elektroden einer funktionierenden Influenzmaschine mit den Elektroden einer zweiten, so dreht sich die bewegliche Scheibe der letzteren infolge der elektrischen Anziehungs- und Abstoßungskräfte. Während in der ersten Maschine mechanische Energie in elektrische verwandelt wird, wird diese in der zweiten wieder als mechanische Energie gewonnen. Es kann auf diese Weise also mechanische Kraft von einem Orte nach einem andern übertragen werden.

43. Dielektrika. Zur Erscheinung der Influenz haben wir noch einen sehr wichtigen Nachtrag zu machen. Wir haben uns überzeugt, daß die Größe der induzierenden Elektrizitätsmenge und mithin auch das von ihr erzeugte Potential, sowie die Entfernung des Induktors und des induzierten Körpers nebst deren Formen und Dimensionen für die Menge der influenzierten Elektrizitäten bestimmend sind und es bleibt uns noch übrig, zu untersuchen, in wie ferne das Medium zwischen den beiden Leitern einen Einfluß auf diese ausübt

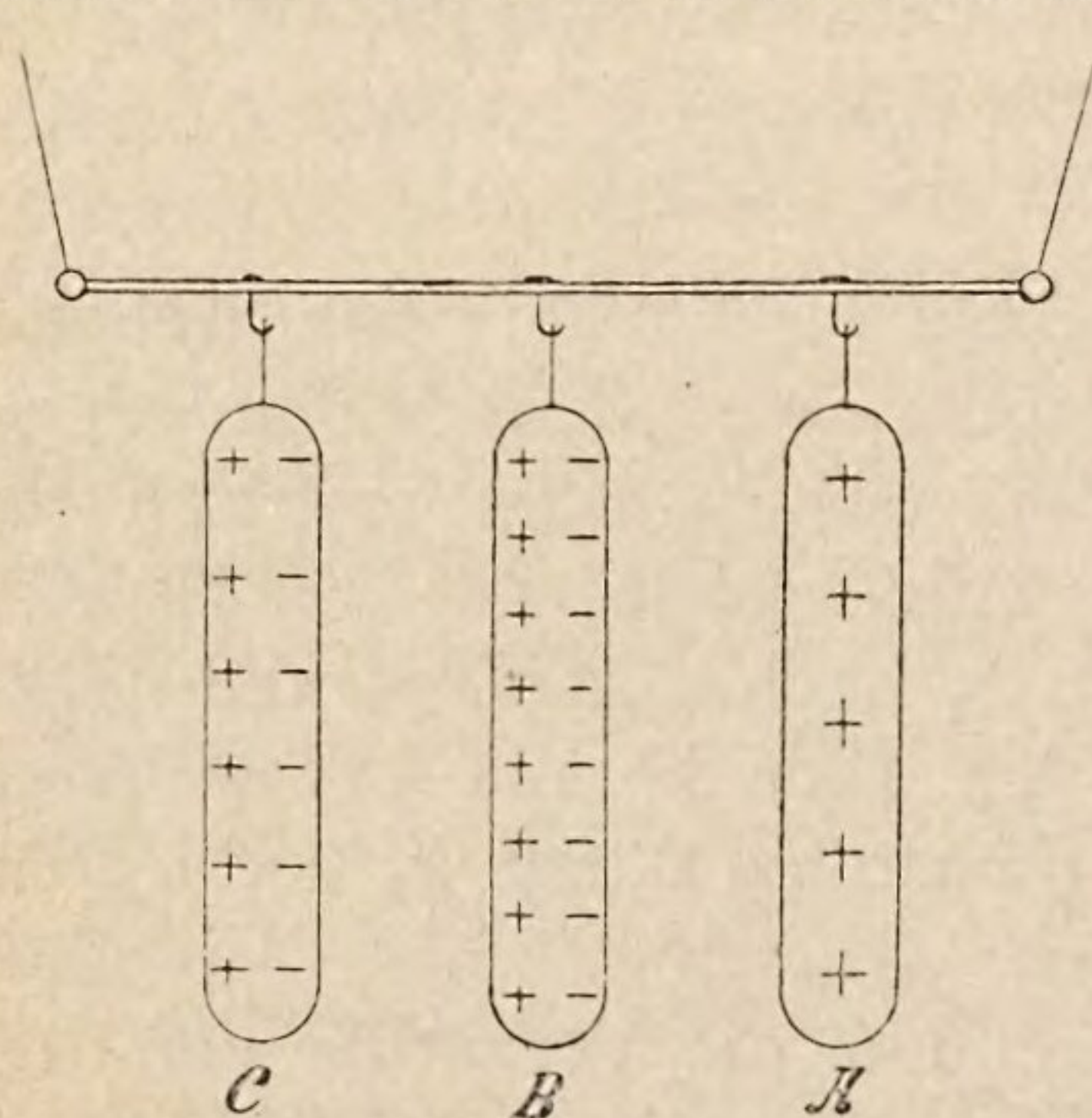


Fig. 31.

(Fig. 31). Denken wir uns, es sei A ein positiv geladener Körper und C ein isolierter unelektrischer Leiter in seiner Nähe, so wird die Verteilung der Elektrizität in der Weise, wie in Nr. 8 ausgeführt, vor sich gehen. Bringen wir nun zwischen die beiden Körper noch einen dritten isolierten unelektrischen Leiter, so wird auch dieser induziert und auf C eine Wirkung ausüben. Es werden hierbei seine beiden

getrennten Elektrizitäten die elektrische Verteilung auf C beeinflussen, aber die abgestoßene positive als die nähere, wird

dies in höherem Grade thun, als es die negative vermag, und die Folge wird sein, daß durch das Dazwischentreten des unelektrischen Konduktors B die Influenzwirkung des elektrischen Körpers A vermehrt wird. Es ist nun selbstverständlich diese Wirkung eine um so größere, eine je größere Anzahl von unelektrischen isolierten Leitern zwischen A und C gebracht wird.

Von allen Körpern, auch von den Isolatoren, zeigt nun die Erfahrung, daß sie von elektrischen Kräften angezogen werden. Ein Leiter wird angezogen, weil der elektrische Körper durch Influenz erst seine Elektrizität trennt und dann die Kräfte der Elektrizitäten die Anziehung vollführen. Wäre nun ein Körper in all seinen kleinsten Teilchen ein Isolator, so würde eine Trennung der Elektrizität nicht möglich sein und man könnte sich die erfolgende Anziehung nicht erklären. Über diese Schwierigkeit kommt man nun dadurch hinweg, daß man annimmt, auch jeder Isolator enthalte in einem vollkommen isolierenden Medium kleine Teilchen, welche Elektrizität leiten, eingebettet und zwar der eine mehr, der andere weniger; sobald nun ein Isolator in ein elektrisches Feld gebracht wird, wird jedes seiner Leiterteilchen an seinen beiden Enden entgegengesetzt elektrisch, die Elektrizitäten können aber die Leiterteilchen nicht verlassen, weil sie an ein vollkommen isolierendes Medium grenzen. Die Elektrizitäten im Innern des Isolators werden sich in ihrer Wirkung aufheben, aber auf den Begrenzungsflächen wird sich freie Elektrizität zeigen.

Der Unterschied zwischen Isolatoren und Leitern würde also nur der sein, daß in ersteren die leitenden Körperchen durch wirkliche Isolatoren getrennt sind, während in letzteren diese miteinander in Verbindung stehen.

Da nun in den verschiedenen Substanzen eine verschiedene Anzahl solcher leitenden und durch wirkliche Isolatoren getrennten Körperchen in einem gewissen Raume sich befinden, so wird derjenige die Influenzerscheinung zwischen einem elektrischen Körper und einem in seine Nähe gebrachten Konduktor am meisten verstärken, welcher die meisten und größten leitenden Teilchen in dem absolut isolierenden Medium eingeschlossen enthält.

Enthält z. B. Glas mehr leitende Teilchen als ein gleiches Volumen Luft, so muß das Potential eines Kondensators A , dessen abgeleitete induzierte Fläche C sei, tiefer herabsinken, wenn man den Zwischenraum zwischen A und C durch Glas anstatt Luft ausfüllt. Folglich wird auch die Kapazität eines Glaskondensators höher sein, als die eines Luftkondensators. Nennt man die Kapazität eines bestimmten Kondensators, wenn der Raum zwischen den beiden leitenden Flächen mit Luft gefüllt ist, 1, so nennt man die Kapazität desselben Kondensators, wenn man die Luft durch ein anderes Medium (Dielektrikum) ersetzt, die spezifische induktive Kapazität oder die Dielektrizitätskonstante dieses Mediums.

Nach Versuchen von Gordon, bei welchen die Ladung des Kondensators nur einen sehr kleinen Bruchteil einer Sekunde gedauert hat, ergaben sich folgende Werte von Dielektrizitätskonstanten:

Luft	1
Glas	3,013—3,258
Ebonit	2,284
Guttapercha	2,462
Paraffin, fest	2,22—2,497
Schellak	2,74
Terpentin	2,16
Vacuum und Gase nahezu	1.

Bei Methoden von längerer Ladungsdauer ergaben sich andere Werte, da in diesem Falle die Elektrizität auch durch Leitung in das Innere des Dielektrikums dringt.

Es ist demnach die Kapazität eines Kondensators

$$C = K \frac{S}{4\pi d},$$

wobei K die Dielektrizitätskonstante bedeutet.

Da also in den Leiterteilchen des Dielektrikums eine Verschiebung der Elektrizität in der Richtung der von A ausgehenden Kraft, und zwar dieser proportional, auftritt, wodurch dieselben auf der von A abgewandten Seite gleichnamig, und auf der zugewandten Seite ungleichnamig elektrisch werden, so befindet sich das Dielektrikum in einem Zwangszustand.

Infolge der Anziehung der entgegengesetzten Elektrizitäten zweier längs der Krafrichtung benachbarter Teilchen sucht sich das Medium in der Richtung der Kraft zusammenzuziehen und infolge der abstoßenden Wirkung der nebeneinander befindlichen gleichartigen Elektrizitäten entsteht in dem Dielektrikum eine Druckspannung senkrecht zur Krafrichtung. Man nennt diesen Zwangszustand dielektrische Polarisierung. Dieselbe hört auf, wenn die Elektrizität auf *A* entfernt wird, indem dann durch jeden senkrecht zur Krafrichtung befindlichen Querschnitt des Dielektrikums ebensoviel Elektrizität wieder zurückfließt, als vorher verschoben wurde. (Vergleiche Kap. 31, Zusatz.)

Diese Polarisierung des Dielektrikums ist es aber auch, welche die Erscheinungen der statischen Induktion oder Influenz veranlaßt. Die elektrischen Verschiebungen werden nämlich in dem Dielektrikum von einem Teilchen auf das nächste übertragen. Grenzt nun an dasselbe ein Leiter, so verschiebt sich in diesem infolge der Wirkung des polarisierten Mediums Elektrizität gegen seine abgewandte Oberfläche hin, wodurch die bekannten Influenzerscheinungen verursacht werden. Das Dielektrikum ist also das Mittel, die Wirkung eines elektrischen Körpers nach einem entfernten Konduktor fortzupflanzen.

44. Elektrostatischer Auftrieb. Die soeben ausgeführten Erörterungen geben die Gründe an, warum man die Platten eines Kondensators, um die Kapazität desselben zu vergrößern, durch eine Kautschukplatte trennt und rechtfertigen es, die Leydener Flaschen aus Glas zu fertigen. Wir sind nun aber jetzt auch im stande, eine Erscheinung zu erklären, welche mit den allgemeinen Gesetzen der Anziehung und Abstoßung im Widerspruch zu stehen scheint. Verbindet man nämlich eine gut isolierte, mit Schellack überzogene Messingkugel mit einer Elektrode einer Elektrisiermaschine, während die andere zur Erde abgeleitet ist, und stellt man ihr zwei andere an Seidenfäden aufgehängte Kugeln, von denen die eine aus Messing, die andere aus Ebonit ist, gegenüber, so werden beide Kugeln nach einigen Umdrehungen der Maschine von der ersten Kugel angezogen, wenn die drei Kugeln sich in Luft befinden, nur wird die Messingkugel stärker angezogen

als die Ebonitkugel, was in dem früher Erwähnten sofort seine Begründung findet. Sobald man aber die drei Körper in Rizinusöl bringt, wird zwar die Messingkugel noch angezogen, die Ebonitkugel dagegen wird abgestoßen.

Um dieses Paradoxon zu erklären, brauchen wir uns nur einen elektrischen Körper A von einem Dielektrikum (Rizinusöl) B umgeben zu denken, in welchem ein zweites Dielektrikum von kleinerer Dielektrizitätskonstante (eine Ebonitkugel) C sich befindet (Fig. 32). Wir wissen, in beiden Medien befinden sich induzierbare Leiterteilchen und zwar in dem ersteren Medium mehr als in dem zweiten. Denken wir uns innerhalb

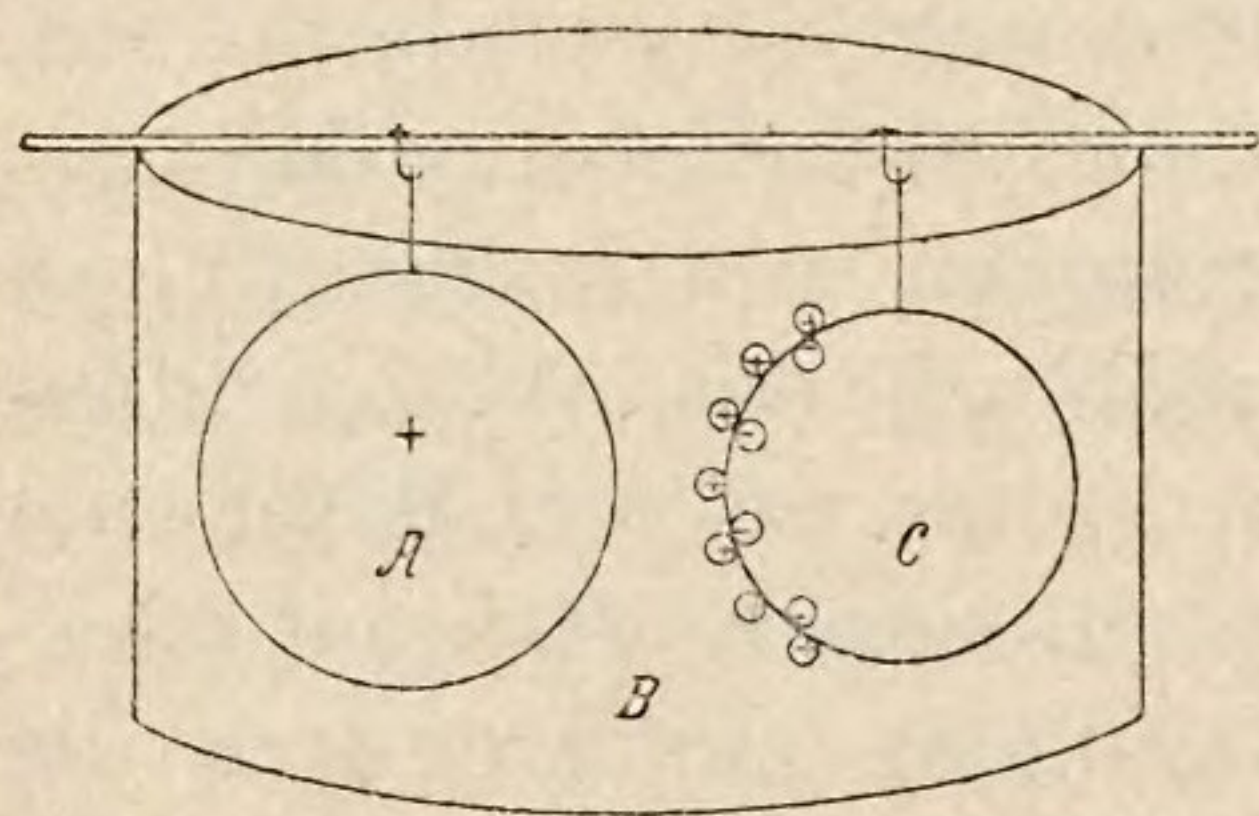


Fig. 32.

eines der beiden Medien eine Niveaufläche gelegt, so kann man annehmen, daß an die eine Seite der Fläche gerade so viel Leiterteilchen stoßen, als an die andere. Hierbei zeigen die Teilchen, welche sich auf der dem Konduktor zugewandten Seite der Fläche befinden, mit diesem ungleichnamige, die auf

der ihm abgewandten Seite gleichnamige Elektrizität und es ist einleuchtend, daß auf einer innerhalb eines Mediums gedachten Fläche die scheinbare Dichtigkeit der Elektrizität Null ist. Anders jedoch verhält es sich auf der Trennungsfläche beider Dielektra. Da das Rizinusöl eine größere Dielektrizitätskonstante besitzt, als Ebonit, so stoßen an die der elektrischen Kugel zugewandte und ihr zunächst gelegene Seite der Trennungsfläche mehr Leiterteilchen, als an die ihr abgewandte und die ersteren bringen deshalb durch Influenz auf die Trennungsfläche mehr gleichartige Elektrizität als die letzteren ungleichartige. Es wird deshalb die Trennungsfläche eine scheinbare Elektrizitätsdichtigkeit aufweisen und zwar von dem Zeichen des Überschusses d. i. gleichartige Elektrizität. Aus demselben Grunde zeigt die dem Induktor abgewandte Seite der Ebonitkugel mit diesem ungleichartige Elektrizität. Es ist nun sofort einleuchtend, daß die Resultante der vorhandenen elektrischen Kräfte eine Abstoßung der Ebonitkugel zur Folge haben muß.

Die Erklärung dieses Paradoxons ist demnach genau übereinstimmend mit der später zu betrachtenden Abstoßung diamagnetischer Körper durch Magnete, die ja ebenfalls durch eine Magnetisierbarkeit des umgebenden Mediums, welche die des diamagnetischen Körpers übertrifft, erklärt wird. Man nennt diese Erscheinung, weil sie an den Auftrieb des Wassers erinnert, elektrostatischen Auftrieb.

45. Atmosphärische Elektrizität und Gewitter. Auch an ganz windstillen und heiteren Tagen zeigt die Luft mit zunehmender Höhe ein wachsendes positives Potential. Man überzeugt sich hievon, wenn man an dem Orte, an welchem man das Luftpotential messen will, ein auf einen isolierenden Stock gestecktes Licht anzündet und einen durch die Flamme gehenden Draht mit einem Elektroskop verbindet, das mit einer Metallhülle umgeben, dessen Goldblättchenträger aber durch einen Kautschukpfropfen von der Hülle isoliert ist. Hält man das Elektroskop mit der Hand, so bringt man die Hülle auf das Potential Null. Nehmen wir an, es sei das Potential in der Umgebung der Flamme positiv, so fließt wie bei jeder Induktionserscheinung Elektrizität in das Elektroskop, wodurch die Goldblättchen positiv und das durch die Flamme gesteckte Drahtende negativ elektrisch wird; letztere Elektrizität strömt jedoch sofort durch die Flamme in die Luft aus. Diese elektrischen Strömungen finden so lange statt, bis der Draht und das Elektroskop an allen Stellen das gleiche Potential haben und zwar dasselbe, wie die Umgebung der Flamme.

Stellt man nun diesen Versuch in verschiedenen Höhen an, so findet man um so stärkere Goldblättchenausschläge mit positiver Elektrizität, je höher man die Flamme hebt. Dieses mit der Höhe wachsende Potential läßt vermuten, daß in der Höhe stets ein Vorrat von positiver Elektrizität existiert. Wo diese sich befindet und wie diese entsteht, ist bis heute noch nicht mit Sicherheit entschieden. Wir müssen uns daher einstweilen mit der Thatsache begnügen.

Ebensowenig ist bis jetzt bekannt, wie die Gewitterwolken elektrisch werden. Soviel haben Untersuchungen festgestellt, daß es sowohl positiv als negativ elektrische Wolken gibt, und

wir wissen, daß zwei entgegengesetzt geladene Wolken durch Luft getrennt einer Leydener Flasche gleichen; wenn dieselben über ein gewisses Potential hinaus geladen sind, so durchbricht die Elektrizität auf ihnen die trennende Luftschicht und es entsteht der Blitz. Wenn sich eine elektrische Wolke der Erde nähert, so induziert sie diese und bildet mit ihr ebenfalls eine Art Leydener Flasche. Um deren Entladung durch die trennende Luftschicht zu verhindern, muß die Potentialdifferenz zwischen Wolke und Erde verkleinert werden und dies geschieht durch Aufsetzung von Metallspitzen, die mit dem Erdboden durch gute Leiter verbunden sind (Blitzableiter). Aus dieser strömt auf die induzierende Wolke elektrischer Wind und neutralisiert zum Teil die Elektrizität derselben. Findet auch trotz dieser Vorrichtung eine Entladung statt, so wird der elektrische Strom in der Leitungsverbindung einen bequemen Weg zu und von der Erde finden. Derselbe wird aber den größten Teil seiner Energie an den Stellen seines Weges in Wärme umsetzen, an welchen er schlechte Leiter zu passieren gezwungen ist. Man sieht also, daß auch für diesen Fall der Blitzableiter dem Gegenstande, den er bekleidet, als guter Leiter Schutz gewährt.

Die Gefahr des Blitzes besteht hauptsächlich für solche Orte, an welchen sich größere Mengen gut leitender Stoffe befinden, da diese stärker influenziert werden und deshalb die Kapazität der induzierenden Wolken vergrößern. Wasser- und Metallmassen, sowie hoch über ihre Umgebung hervorragende Gegenstände bieten deshalb für das Einschlagen des Blitzes die günstigsten Bedingungen.

II. Abschnitt.

Magnetismus.

46. Grunderscheinungen. Es finden sich in der Natur einige Mineralien, welche die Fähigkeit besitzen, kleine Stücke von Stahl oder Eisen anzuziehen und festzuhalten. Diese Eigenschaft zeigt hauptsächlich ein aus Eisenoxyd und Eisenoxydul bestehendes Eisenerz (Fe_3O_4), welches nach seinem ersten Fundort Magnesia in Kleinasien, wo es bereits im Altertume entdeckt wurde, Magneteisenstein genannt wird.

Wird ein Stück Eisen oder Stahl mit einem Magneteisenstein gestrichen, so erhält es die gleiche ponderomotorische (massenbewegende) Kraft in Bezug auf kleine Eisen- oder Stahlstücke. Diese magnetische Eigenschaft erhält das Eisen um so länger, je härter dasselbe ist; am längsten Stahl. Weiches Eisen verliert diese Eigenschaft sehr schnell. Magnetisierte Körper vermögen wieder andere Eisen- oder Stahlstücke, wenn sie mit ihnen gestrichen werden, magnetisch zu machen, ohne daß sie hiebei von ihrer magnetischen Stärke etwas verlieren, so daß man schließen muß, daß Magnetismus kein Stoff oder Fluidum ist.

Wird ein natürlicher oder künstlicher Magnet an einem Faden aufgehängt, so stellt er sich in eine Richtung ein, welche nahezu mit der Nord-Südrichtung zusammenfällt.

An jedem Magneten finden sich zwei Stellen, von denen die Anziehung hauptsächlich ausgeht. Man erkennt dies leicht, wenn man Eisenfeilspäne auf den Magneten streut. Diese beiden

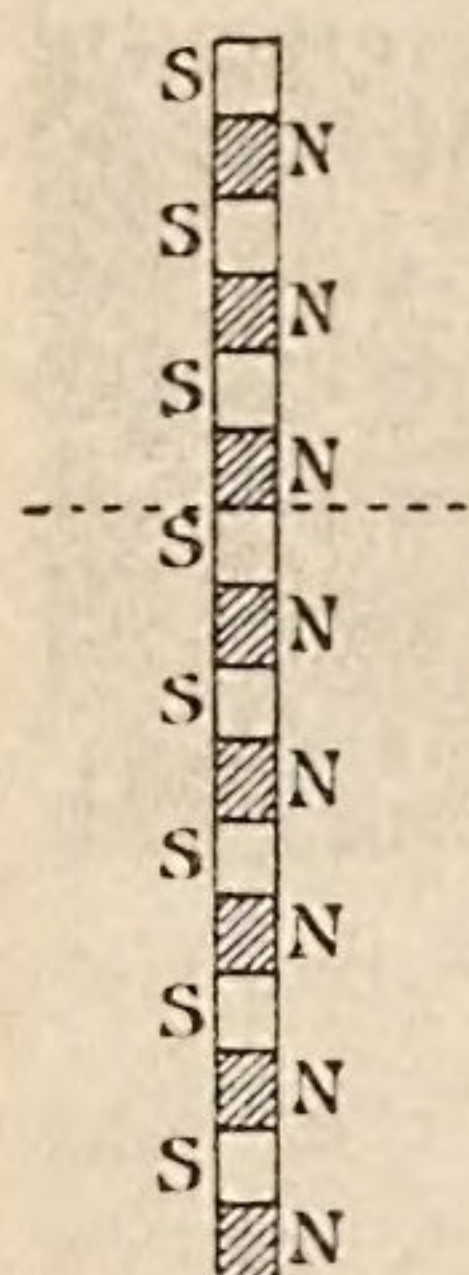


Fig. 33.

Stellen heißen Pole, und zwar der bei der freien Aufhängung nach Norden zeigende Nordpol oder positiver Pol, der andere Süd- oder negativer Pol.

Werden zwei Magnete frei aufgehängt und einander genähert, so überzeugt man sich, daß die gleichnamigen Pole sich abstoßen, die ungleichnamigen einander anziehen.

Zerbricht man einen linearen Magneten, so ist jeder auch noch so kleine Teil ein Magnet (Fig. 33). Dies führt zu der Vorstellung, daß ein Magnet aus lauter Molekularmagneten besteht, von denen jeder einzelne seine magnetischen Pole besitzt oder, wie man sagt, polarisiert ist.

47. Coulombs Gesetz. In einer magnetisierten Stahl-nadel heben sich die Wirkungen je zweier aneinander stoßender Pole der Molekularmagnete im Innern der Nadel auf, so daß nur die Wirkung der Endpole übrig bleibt. Man sagt dann, in den Enden der Nadel befindet sich freier Magnetismus. Magnetisiert man nun zwei solche ziemlich lange Nadeln, so kann man sie so gegeneinander stellen, daß nur zwei Pole aufeinander wirken, während die Wirkung der beiden übrigen wegen ihrer großen Entfernung außer acht gelassen werden kann.

Coulomb hat mit Benützung dieser Thatsache mittelst der Drehwage (siehe Fig. 4) das Gesetz untersucht, nach welchem magnetische Pole sich anziehen oder abstoßen, und gefunden, daß zwischen zwei Polen von der Stärke m und m_1 , welche um r cm voneinander entfernt sind, eine Kraft

$$F = \pm K \frac{m m_1}{r^2}$$

besteht, wobei K eine konstante Größe bezeichnet, welche von dem Maße, nach welchem die magnetischen Massen m gemessen werden, abhängt.

Versteht man unter der Polstärke der magnetischen Masse Eins die Menge, welche auf eine gleich große in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt, so wird $K=1$ und das Coulomb'sche Gesetz lautet:

$$F = \pm \frac{m m_1}{r^2}.$$

Die magnetischen Massen 1 ziehen sich also in der Entfernung 1 cm, wenn sie ungleichnamig sind, mit einer Kraft an, welcher durch das Gewicht $\frac{1}{981}$ gr das Gleichgewicht gehalten werden kann.

Da demnach freie Magnetismen nach den nämlichen Gesetzen aufeinander wirken wie elektrische Mengen, so gelten



Fig. 35.

auch für sie dieselben Sätze über das Potential, sowie dieselben Vorstellungen über die Feldstärke mittelst Niveaulflächen und Kraftlinien außerhalb der magnetischen Massen. Die magnetischen Kraftlinien lassen sich auch in Wirklichkeit sichtbar machen, wenn man auf die Magnete ein Blatt Papier oder eine Glasplatte legt und Eisenfeilspäne darauf streut. Diese werden sich überall in die Richtung der magnetischen Kraft einstellen und sich an den Punkten in größter Zahl sammeln, wo die magnetische Kraft am größten ist.

Die nebenstehenden Figuren zeigen die Kraftlinien, wie sie von einem Stabende (Fig. 34), von einem linearen (Fig. 35) und einem Hufeisenmagnete (Fig. 36) erzeugt werden.

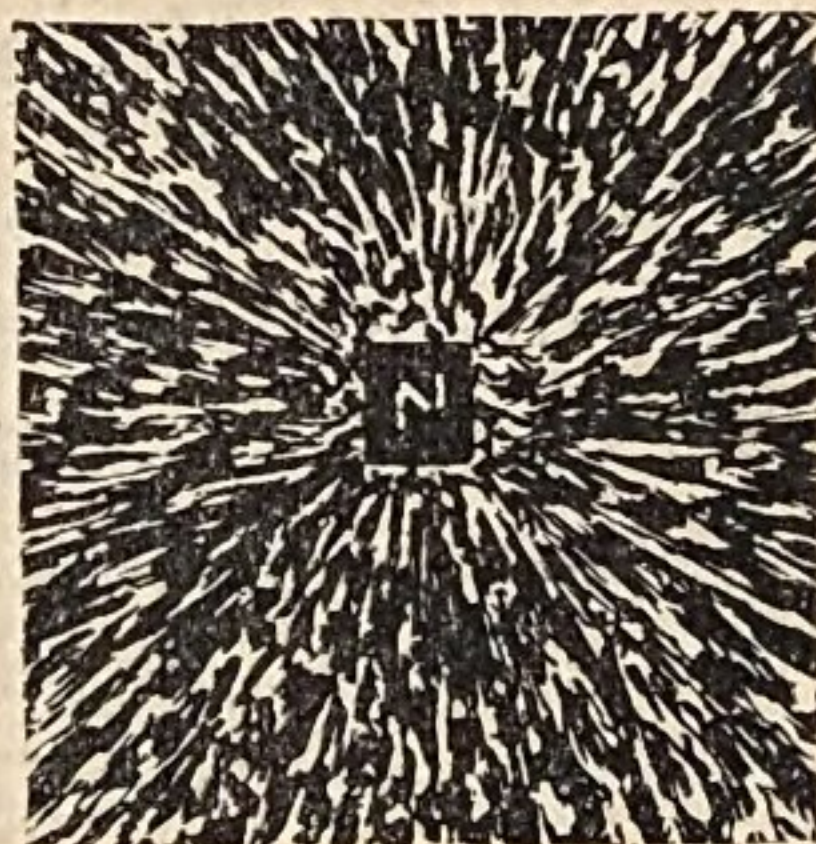


Fig. 34.



Fig. 36.

48. Magnetische Induktion. Ein Stück Eisen, in die Nähe eines Magneten gebracht, nimmt Magnetismus an und zwar wird das dem Nordpol zugewandte Ende südmagnetisch, das ihm abgewandte nordmagnetisch. Außer Eisen lassen sich noch andere Medien durch bloße Annäherung an einen Magneten oder wie man sich ausdrückt, dadurch, daß man sie in ein magnetisches Feld bringt, durch Induktion magnetisieren, aber viel schwächer als Eisen. Medien, die hierbei noch leicht bemerkbaren Magnetismus verraten, sind Nickel, Cobalt

und Eisensalze; in sehr geringem Maße werden dagegen magnetisch Papier, Porcellan, Sauerstoff etc. Weiches Eisen wird durch Induktion sehr schnell magnetisch, verliert aber wieder seinen Magnetismus, wenn es aus dem magnetischen Felde genommen wird.

Gehämmertes Eisen und Stahl werden schwerer zu magnetisieren sein, erhalten aber den Magnetismus um so länger, je härter dieselben sind, namentlich bleibt einmal magnetisierter Stahl ein permanenter Magnet. Die Stärke des induzierten Magnetismus wächst bei allen magnetisierbaren Körpern mit der magnetisierenden Kraft, erreicht aber in jedem Falle eine Grenze, über welche hinaus dem Körper kein weiterer Magnetismus mehr zugeführt werden kann.

Weber hat den Vorgang durch die Annahme zu erklären gesucht, daß in jedem magnetisierbaren Medium eine bestimmte Zahl von Molekularmagneten sich eingebettet findet (Fig. 37).

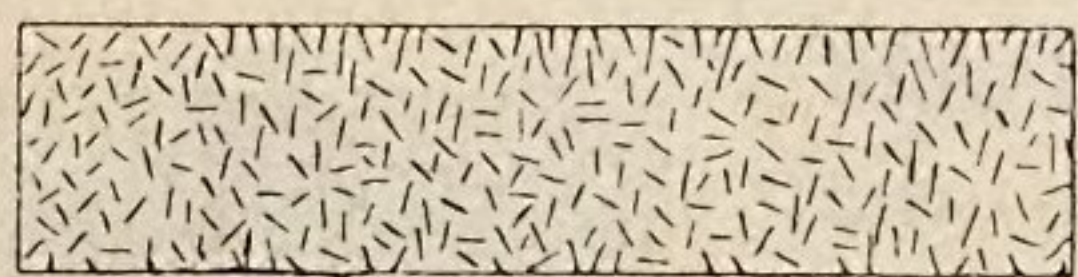


Fig. 37.

Im unmagnetischen Zustand sind diese Molekularmagnete in allen möglichen Richtungen gelagert und verraten nach außen keine magnetische Wirkung.

Sobald sie aber in ein magnetisches Feld gebracht werden, werden mehr oder weniger von ihnen aus ihrer früheren Lage gedreht und stellen sich gegen den Widerstand der Koerzitivkräfte in die Richtung der Kraftlinien; im weichen Eisen sind diese widerstrebenden Kräfte klein, im Stahl sehr groß. Sind sämtliche Molekularmagnete in die Richtung der Kraftlinien gedreht, so hat das Medium sein Maximum an Magnetismus erreicht. Im Eisen befinden sich viele solcher Molekularmagnete, im Nickel viel weniger, noch viel weniger in Papier etc.

Die Anziehung eines magnetisierbaren Körpers durch einen Magneten erfolgt erst nach vorausgegangener Induktion; es ziehen sich sodann die ungleichnamigen Pole an. Es verhalten sich demnach magnetisierbare Körper im magnetischen Feld ähnlich wie dielektrische im elektrischen Feld.

49. Paramagnetismus und Diamagnetismus. Bringt man einen magnetisierbaren Körper z. B. ein Stück Eisen in die Nähe

eines magnetischen Nordpols, so werden, je nach der Stärke der magnetischen Kraft, eine größere oder kleinere Zahl von Molekularmagneten, die in dem Medium sich eingebettet finden, in die Richtung der Kraftlinien gedreht. Dabei werden die entgegengesetzten Magnetismen je zweier benachbarter Moleküle ihre Wirkung nach außen vernichten, so daß nur die an der Oberfläche des Mediums grenzenden Magnetismen wirksam bleiben. Es ist also die Größe der Magnetisierung $\mathcal{J}$ meßbar durch die auf der Oberfläche des Mediums als freier Magnetismus auftretende Menge. Nennen wir die auf einem Quadratcentimeter der Endflächen erzeugte Menge σ , so ist diese ein Maß für die Magnetisierung $\mathcal{J}$ des Mediums und es ist

$$\sigma = \mathcal{J} = K H$$

wo H die Feldstärke an der Stelle des Quadratcentimeters und K eine Konstante bedeutet. Ist eine Fläche S gleichmäßig magnetisiert und die Feldstärke H konstant, so ist die induzierte Menge

$$M = K H S.$$

K heißt die Suszeptibilität oder Aufnahmefähigkeit des induzierten Mediums. Dasselbe hängt von der Gattung und molekularen Struktur desselben ab, ändert sich aber auch mit der Feldstärke. Dasselbe ist für gehämmertes Eisen kleiner, als für weiches Eisen, für Nickel und Kobalt noch kleiner, für die meisten elektrischen Isolatoren, z. B. Papier, Porzellan, Sauerstoff, nicht über 0,0001. Man kann deswegen in der Praxis für diese Medien, wie auch für Luft $K = 0$ setzen.

Es gibt aber auch gewisse Körper, z. B. Wismut, Antimon, Zink, Quecksilber etc., für welche K negativ ist, welche also, in ein magnetisches Feld gebracht, an der Begrenzungsfläche, durch welche die Kraftlinien eintreten, positiven Magnetismus und an der entgegengesetzten negativen Magnetismus zeigen.

Man nennt zur Unterscheidung die Medien, für welche K positiv ist, paramagnetisch, die letzteren, für welche K negativ ist, diamagnetisch.

Letztere können auch als paramagnetisch aufgefaßt werden, aber mit kleinerem K , als Luft besitzt. Denkt man

sich nämlich zwischen einem magnetischen Nordpol und einem diamagnetischen Medium Luft befindlich, so wird die Grenzfläche von Luft und diamagnetischem Medium als ersterer angehörig eine gewisse Menge freien positiven Magnetismus, als letzterem angehörig eine kleinere Menge negativen Magnetismus infolge der Induktion besitzen, es wird also die Grenzfläche des diamagnetischen Körpers einen Überschuß an positivem Magnetismus zeigen, während auf dessen abgewandter Trennungsfläche ein Überschuß an negativem freien Magnetismus vorhanden sein wird. Infolge dessen wird, während ein paramagnetischer Körper von einem Magneten nach erfolgter Induktion angezogen wird, ein diamagnetischer von einem solchen eine Abstoßung erfahren.

Der Unterschied zwischen para- und diamagnetischen Körpern läßt sich noch auf eine weitere Art veranschaulichen.

Befindet sich ein paramagnetischer Körper, z. B. weiches Eisen, in der Nähe eines Magneten, wo dieser ein Feld von der Stärke H erzeugt, so wird in dem Raume zwischen den

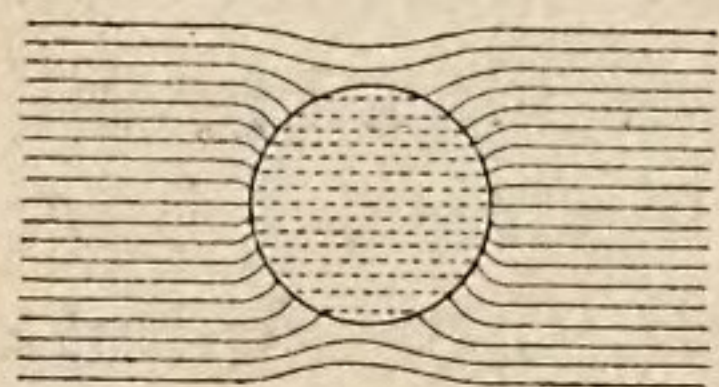


Fig. 38.

beiden die Feldstärke H vergrößert. Es wird in dem Raume eine größere Zahl von Kraftlinien (Fig. 38) auftreten und eine größere Zahl hiervon wird in den paramagnetischen Körper eintreten, denselben durchziehen und an der entgegengesetzten Begrenzungsfläche wieder austreten. Es wird also der von dem paramagnetischen Medium Eisen eingenommene Raum eine größere Zahl von Kraftlinien enthalten, als derselbe Raum in Abwesenheit des paramagnetischen Mediums enthalten hatte.

Um die Zahl der Kraftlinien im Innern des paramagnetischen Körpers zu bestimmen, denke man sich denselben in zwei Teile zerschnitten und diese unendlich wenig auseinander gerückt, dann wird sich auf den Schnittflächen Magnetismus zeigen, deren Dichte $\sigma = KH$ ist. Die auf die Menge 1 in diesem Zwischenraume ausgeübte Kraft B ist dann die Resultante der Feldstärke H und der Kraft, welche die induzierten Mengen in demselben ausüben, welche letztere $= 4\pi\sigma = 4\pi KH$; es ist also die Induktion $B = H(1 + 4\pi K) = \mu H$.

B Kraftlinien durchdringen also einen auf der Kraft-
richtung senkrecht stehenden Quadratcentimeter des Zwischen-
raums und da derselbe sehr klein gedacht ist, auch einen
Quadratcentimeter des paramagnetischen Mediums.

Man überzeugt sich also durch diese Überlegung von
folgender Thatsache. Wenn die Stärke eines magnetischen
Feldes H Dyn beträgt, also durch einen Quadratcentimeter
einer Niveaufläche in Luft H Kraftlinien gehen, so wird die
Zahl der Kraftlinien μ mal größer, wenn der der magnetischen
Kraft H unterworfenen Raum statt mit Luft mit einem anderen
Mittel ausgefüllt wird, dessen Magnetisierungskonstante K ist,
wobei $\mu = 1 + 4\pi K$ bedeutet. Die Konstante bestimmt also
für verschiedene paramagnetische Medien die Zahl der durch
den Körper gehenden Kraftlinien und wird deshalb nach
Thomson die Permeabilität des Mediums genannt. Da für
Eisen K und folglich auch μ sehr groß ist, so werden von
Eisen die Kraftlinien stark konzentriert.

Die Kraft B heißt die magnetische Induktion. Wäre die
eingelagerte Kugel aus Porzellan, für welches $K = 0$, also
 $\mu = 1$ ist, so liefen im Inneren derselben ebensoviel Kraft-
linien, als wenn die Kugel nicht vorhanden wäre.

Da für diamagnetische Körper K negativ, so wird für
diese $\mu < 1$ d. h. es gehen im Innern eines
diamagnetischen Körpers durch den Qua-
dratcentimeter weniger Kraftlinien, als im
luftefüllten Raume, wie dies Fig. 39 zeigt.
Bemerkt sei noch, daß μ für diamagnetische
Körper stets > 0 gefunden wurde.

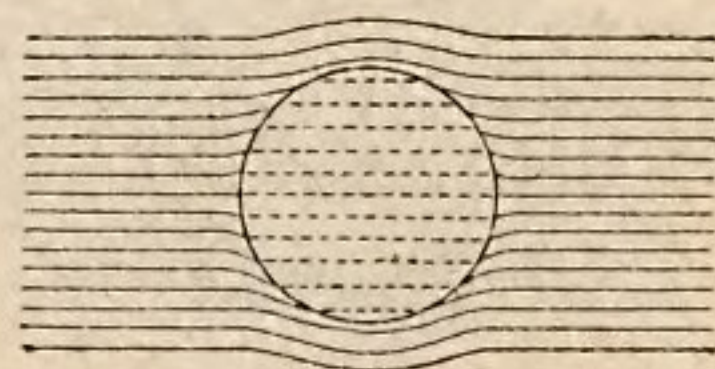


Fig. 39.

Demnach ist ein Körper para- oder diamagnetisch, je
nachdem er, in ein magnetisches Feld gebracht, in dem Raume,
den er einnimmt, die Zahl der Kraftlinien vermehrt oder ver-
mindert.

Es ergibt sich durch Messungen, daß μ nicht bloß von
der Art der Medien, sondern auch von der Größe der magne-
tisierenden Kraft abhängt und um so kleiner wird, je mehr
das Medium mit Magnetismus gesättigt wird.

Nach Ewings und Hopkinsons Untersuchungen besteht zwischen den drei Größen H , B und μ für weiches Eisen und Gußeisen folgender Zusammenhang:

Weiches Eisen			Gußeisen		
H	B	μ	H	B	μ
0,32	41	128	0,2	12	60
0,85	165	194	0,38	24	63
1,38	413	299	1,13	76	67
2,80	3680	1310	1,87	145	77
3,50	7230	2070	5,54	864	156
5,63	12570	2230	9,94	2360	237
10,23	14840	1450	15,75	3680	234
20	15600	770	3900	19660	5,04
100	16600	166	6400	21930	3,42
200	17800	89	11770	27680	2,35
3600	24650	15	14690	30160	2,05
8600	30270	3,52	16200	30920	1,91
20000	41140	2,07			

Bringt man in die Nähe eines Magneten (Fig. 40) einen hinreichend dicken Hohlzylinder aus weichem Eisen, so ver-

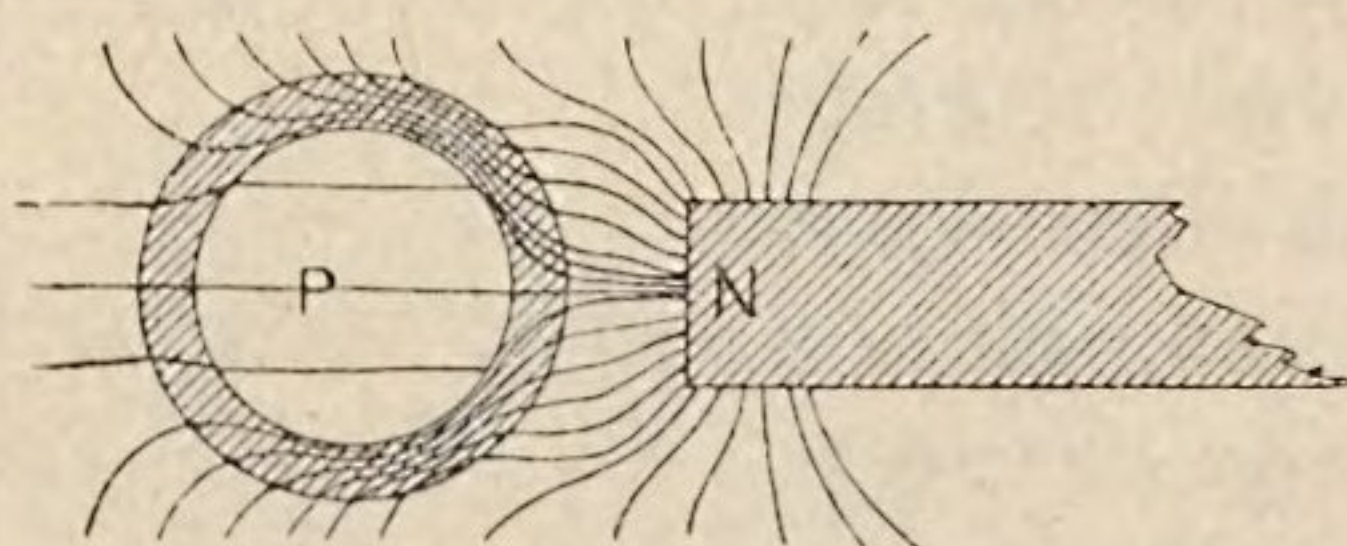


Fig. 40.

ursacht die große Permeabilität desselben, daß die Kraftlinien von dem Hohlraum zum größten Teile abgelenkt werden und in demselben keine oder nur eine geringe magnetische Kraft existiert. Der Hohlzylinder

wirkt also wie ein magnetischer Schutz, so daß z. B. eine im Innern desselben in P aufgehängte Magnetnadel von einem außerhalb befindlichen Magneten nicht beeinflusst wird.

Da aus der Endfläche S eines linearen Magneten, der in ein magnetisches Feld H gebracht wurde,

$$HS(1 + 4\pi K)$$

Kraftlinien austreten, so treten aus der Endfläche unter der Wirkung der magnetisierenden Kraft allein HS und unter der

Wirkung des auf der Endfläche befindlichen Magnetismus allein $HS \cdot 4\pi K$ Kraftlinien aus. Setzen wir die auf der Endfläche des Magneten befindliche Menge $HS \cdot K = m$, so ergibt sich hieraus folgender Satz: Befindet sich im Pole eines Magneten die Menge $+m$ freien Magnetismus, so treten aus dem Pole $4\pi m$ Kraftlinien aus; ebenso treten dann am anderen Pole, wo sich die Menge $-m$ befindet $4\pi m$ Kraftlinien ein. Dies steht auch im Einklang mit dem Gauß'schen Satze, nach welchem die Zahl der durch eine geschlossene Fläche, welche einen Magneten einschließt, austretenden Kraftlinien $= 4\pi \Sigma m$ ist. Da in einem Magneten gerade soviel positiver als negativer Magnetismus sich befindet, so ist innerhalb einer den Magneten umschließenden Fläche $\Sigma m = 0$ also auch der durch sie gehende Kräftestrom $= \text{Null}$ d. h. es treten durch die Fläche am negativen Pol gerade soviel Kraftlinien ein als am positiven Pol austreten.

50. Hysteresis und permanente Magneten. Denkt man sich ein magnetisierbares Medium einer nach und nach wachsenden Feldstärke ausgesetzt, so zeigt die Induktion und mithin auch die Magnetisierung einen Verlauf, wie er in nebenstehenden Kurven ersichtlich ist, wobei die Feldstärken als Abscissen und die dazu gehörigen Induktionen als Ordinaten aufgetragen sind (Fig. 41). Läßt man die Feldstärke z. B. von 0 auf 10 Dyn wachsen, so wird der vorher noch nicht magnetisierte Körper erst schwach, dann stärker magnetisch und nähert sich dann schließlich wieder langsam seiner Sättigung, die das benützte Medium bei einer Kraft von 10 Dyn erreichen möge. Der Gang ist durch die vom Koordinaten Nullpunkt ausgehende Kurve dargestellt. Läßt man sodann die Feldstärke wieder bis 0 abnehmen, so zeigt der Körper Magnetismen, wie sie der linke Kurvenzweig darstellt; er zeigt, wenn die magnetisierende Kraft 0 geworden ist, noch remanenten Magnetismus, der durch die Ordinate Ob dargestellt ist, und es muß derselbe

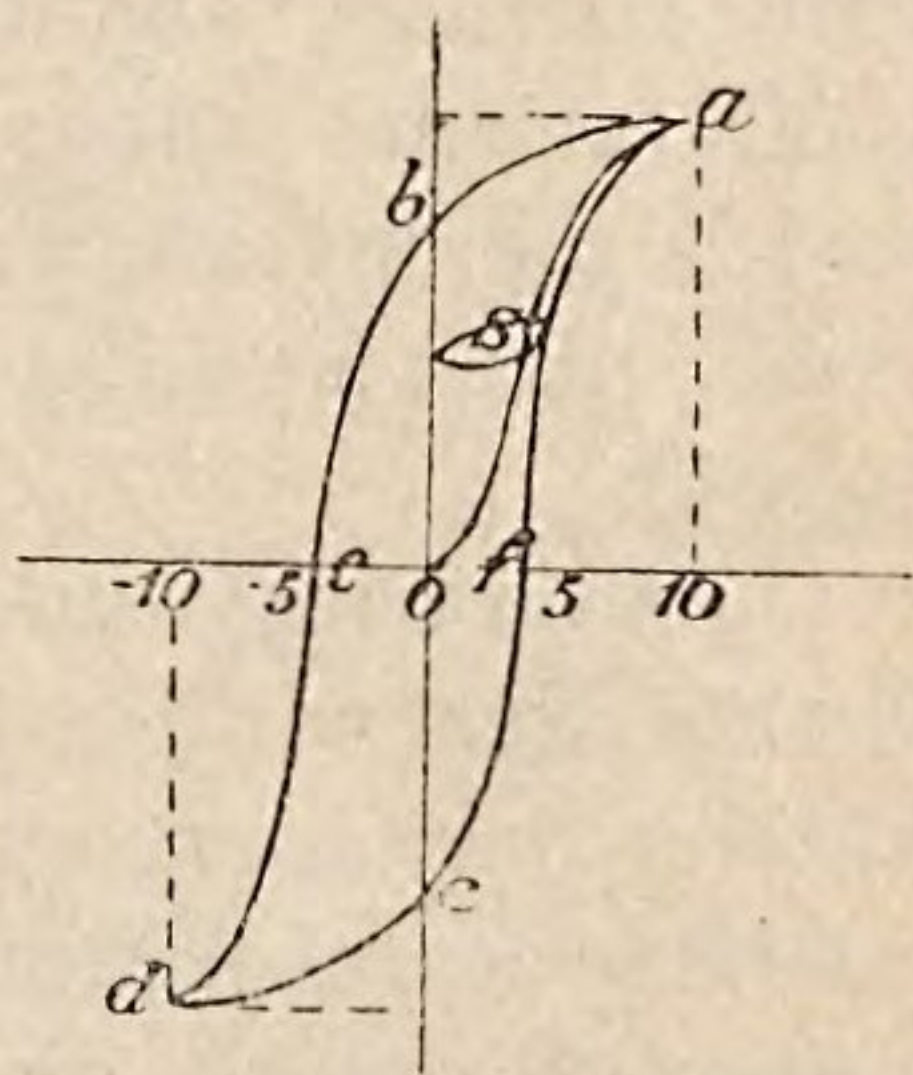


Fig. 41.

einer gewissen entgegengesetzt magnetisierenden Kraft $-H$ ausgesetzt werden, bis er seinen Magnetismus verliert. Dieselbe, dargestellt durch $0c$, ist gleich der Koerzitivkraft der Moleküle des Körpers. Wird letztere magnetisierende Kraft vergrößert, so nimmt der Körper negativen Magnetismus an und nähert sich rascher, während nämlich die Kraft von $0c$ bis -10 Dyn abnimmt, seinem negativen Sättigungspunkte. Läßt man die magnetische Kraft nun wieder von -10 bis $+10$ Dyn wachsen, so zeigt sich die Induktion, wie sie der Kurvenzweig rechts von d über e und f nach a darstellt.

Wiederholt man sodann diese Kraftänderungen in der gleichen Weise, so werden die sie begleitenden Induktionen stets durch die gleiche Kurve $abcdefa$ ausgedrückt sein.

Dieses Diagramm läßt erkennen, daß während einer Änderung der magnetischen Kraft von einem gewissen Werte $-H_0$ bis $+H_0$ die Magnetisierungsstärken nicht zu den Werten anwachsen, die sie bei der vorausgegangenen Änderung von $+H_0$ bis $-H_0$ erhalten haben, daß sie ferner bei der Abnahme der magnetisierenden Kraft von $+H_0$ bis $-H_0$ nicht auf die Werte zurücksinken, die sie bei dem vorausgegangenen Anwachsen derselben von $-H_0$ auf $+H_0$ erlangt haben. Man nennt deshalb diese Erscheinung, welche ein paramagnetisches Medium beim Ummagnetisieren zeigt, das Zurückbleiben der Magnetisierungen oder Hysteresis.

Warburg und Ewing haben gezeigt, daß durch die Größe der von den Magnetisierungskurven eingeschlossenen Fläche der Energieverlust gemessen wird, den jeder Kubikcentimeter des paramagnetischen Mediums bei einer Ummagnetisierung, also bei einer Kraftänderung von $-H_0$ bis $+H_0$ und zurück von $+H_0$ auf $-H_0$ erleidet. Die hierbei verlorene Energie wird in Wärme verwandelt und zur Erwärmung des paramagnetischen Mediums verwendet.

Zur Erklärung dieses Vorganges mögen nachstehende Andeutungen dienen:

Nehmen wir an, das paramagnetische Medium sei ein Eisen-cylinder, dessen Axe in der Richtung des von $-H_0$ bis $+H_0$ anwach-

senden, als homogen gedachten Kraftfeldes liege. Hat der Cylinder die Endflächen = S qcm, so gehen in dem Augenblicke, in welchem die magnetisierende Kraft die Größe H erreicht hat, aus der nordmagnetischen Fläche

$$N = HS(1 + 4\pi K) = \mu HS = BS$$

Kraftlinien. Es beträgt also nach dem Vorhergehenden die erreichte Polstärke

$$m = \frac{BS}{4\pi} \text{ Einheiten.}$$

Um die Größe der Arbeit festzustellen, welche zur Magnetisierung von der Polstärke o bis zur Polstärke m aufzuwenden war, denken wir uns die erstere dadurch zum Ausdruck gebracht, daß sowohl $+m$ als $-m$ auf der späteren süd magnetischen Endfläche vereinigt sind. Dann wird die Magnetisierung zur Polstärke m dadurch vollzogen, daß durch die Kraft H die Masse m um die Länge des Cylinders l fortbewegt wird. Die magnetisierende Kraft muß also hiezu die Arbeit leisten

$$A' = Hml = \frac{HBSl}{4\pi}.$$

Setzt man nun $S = 1$ qcm und $l = 1$ cm, so erhält man die Magnetisierungsarbeit für 1 ccm bei Änderung der Kraft von o bis H

$$A = \frac{HB}{4\pi}$$

und bei einer sehr kleinen Änderung der Kraft von H bis H' :

$$A_1 = \frac{H + H'}{2} \frac{(B' - B)}{4\pi}$$

d. h. sie wird ausgedrückt durch den 4π ten Teil des Trapezes, welches die magnetisierenden Kräfte H und H' zu Seiten und die Differenz der dazu gehörigen Induktionen zur Höhe hat.

Berechnet man diese Arbeiten für alle Elemente der Magnetisierungskurve (Fig. 41), so findet man, daß die bei wachsender Kraft aufzuwendende Arbeit größer ist, als die Arbeit bei fallender Kraft. Und da die letztere entgegengesetztes Vorzeichen besitzt, so bedeutet sie einen Arbeitsgewinn. Der Unterschied beider drückt demnach den Energieverlust pro ccm aus und wird durch den 4π ten Teil der von den Magnetisierungskurven eingeschlossenen Fläche gemessen.

Wird ein Kern aus Schmiedeeisen 100mal in der Sekunde ummagnetisiert, so beträgt nach Holzt*) der Verlust in Watt pro Kilogramm

*) Holzt, Die Schule des Elektrotechnikers.

bei einer Induktion:	4000	6000	8000	10000
in Watt:	2,5	4,7	7,5	10,7

Wird also ein Eisenkern von 80 kg Gewicht einer größten Induktion von 10000 unterworfen und 50mal in einer Sekunde ummagnetisiert, so ist der Verlust durch Hysteresis in dieser Zeit

$$\text{Verlust} = \frac{10,7 \cdot 80 \cdot 50}{100} = 428 \text{ Watt.}$$

Diese Magnetisierungskurven sind für verschiedene magnetisierbare Medien verschieden; so ist z. B. der remanente Magnetismus Ob in hartem Stahl sehr bedeutend, viel geringer in weichem Stahl und sehr unbedeutend in weichem Eisen; in letzterem ist er so gering, daß er meistens schon durch eine Erschütterung vernichtet werden kann. Man nennt nun solche Magnete, welche den ihnen verliehenen Magnetismus am besten zurückhalten, wenn die magnetisierende Kraft zu wirken aufhört, permanente Magnete; am besten eignet sich hiezu harter Stahl. Auch die Form hat Einfluß auf die magnetische Dauer; lange Stäbe, longitudinal magnetisiert oder in Hufeisenform gebracht, erhalten den Magnetismus hartnäckiger als Kugeln oder Würfel von hartem Stahl.

Ob ein Körper durch Streichen mit einem Magneten oder durch Induktion oder, wie dies später gezeigt wird, durch einen elektrischen Strom magnetisiert wird, ist hinsichtlich seiner magnetischen Eigenschaften gleichgiltig.

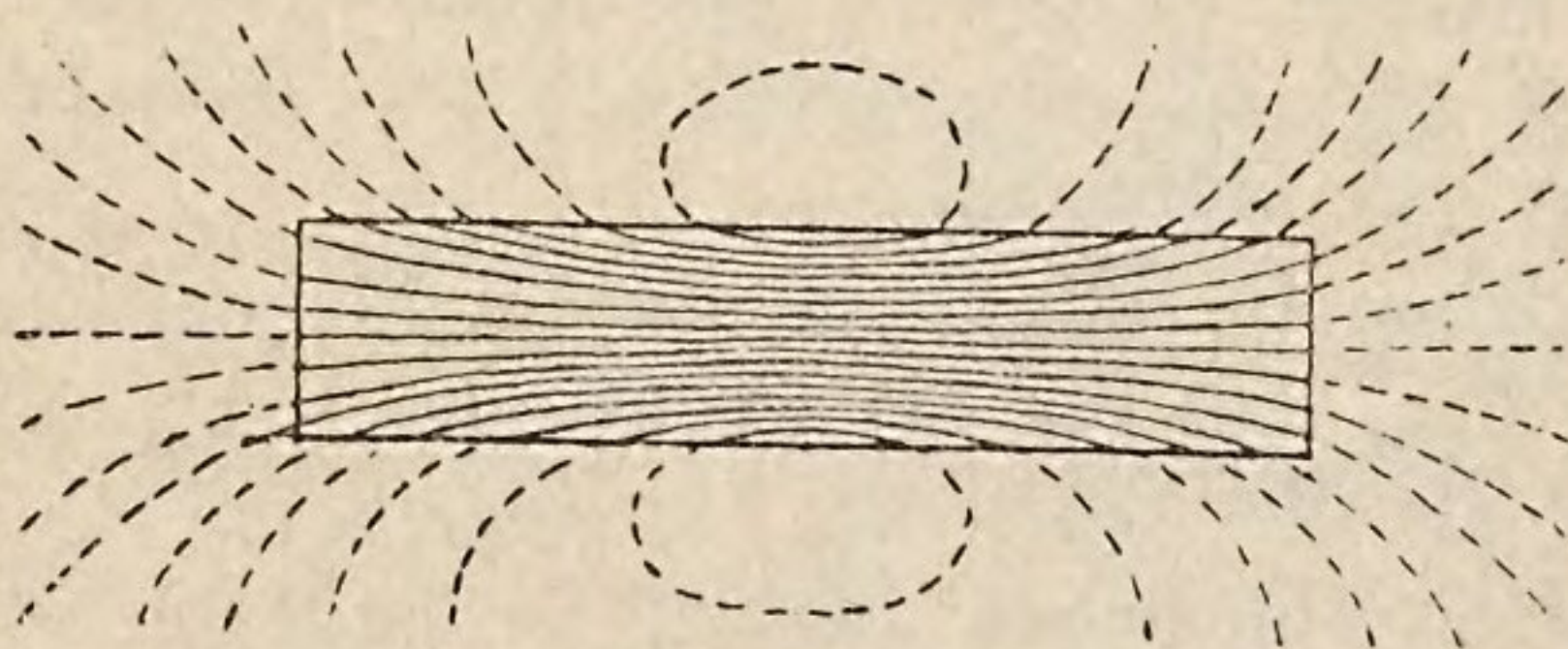


Fig. 42.

Ist ein Magnetstab vollständig magnetisiert, so treten die Kraftlinien nur an seinen Endflächen ein und aus. Ist dies nicht der Fall, so zeigt sich auch an den Seitenflächen freier Magnetismus und

die Kraftlinien zeigen sich wie in obenstehender Figur 42.

Denkt man sich einen solchen Stab nun in ein homogenes Magnetfeld gebracht, so sind die auf die positiv magnetischen Massenteilchen wirkenden Kräfte parallel und deren Resultante

wirkt in ihrem magnetischen Schwerpunkt. Dasselbe gilt auch von der Wirkung des Feldes auf die negativen Magnetteile. Diese Kräfte sind auch parallel, aber von entgegengesetzter Richtung. Man heißt nun diese Angriffspunkte der beiden Resultanten die Pole des Magnets und deren Entfernung die magnetische Axe.

Ist m die im positiven Pol zu denkende Masse und $-m$ die entsprechende im negativen Pol und ist l die Länge der Axe, so nennt man $m \cdot l = M$ das magnetische Moment.

Ist H die Stärke des magnetischen Feldes und bringt man in dasselbe eine Nadel mit dem Momente $m l$, so erfährt (Fig. 43) der positive Pol N eine Wirkung von $m H$ Dyn und der negative Pol S eine ebenso große von entgegengesetzter Richtung. Hat die Nadel gerade eine Lage, in welcher sie mit der Richtung des homogenen Feldes $M O$ den Winkel δ bildet, so erfährt sie ein Drehmoment von der Größe

$$m H l \sin \delta = M H \sin \delta.$$

Die Nadel befindet sich demnach im stabilen Gleichgewicht, wenn ihre Axe mit der Richtung des homogenen Feldes parallel und gleichgerichtet ist.

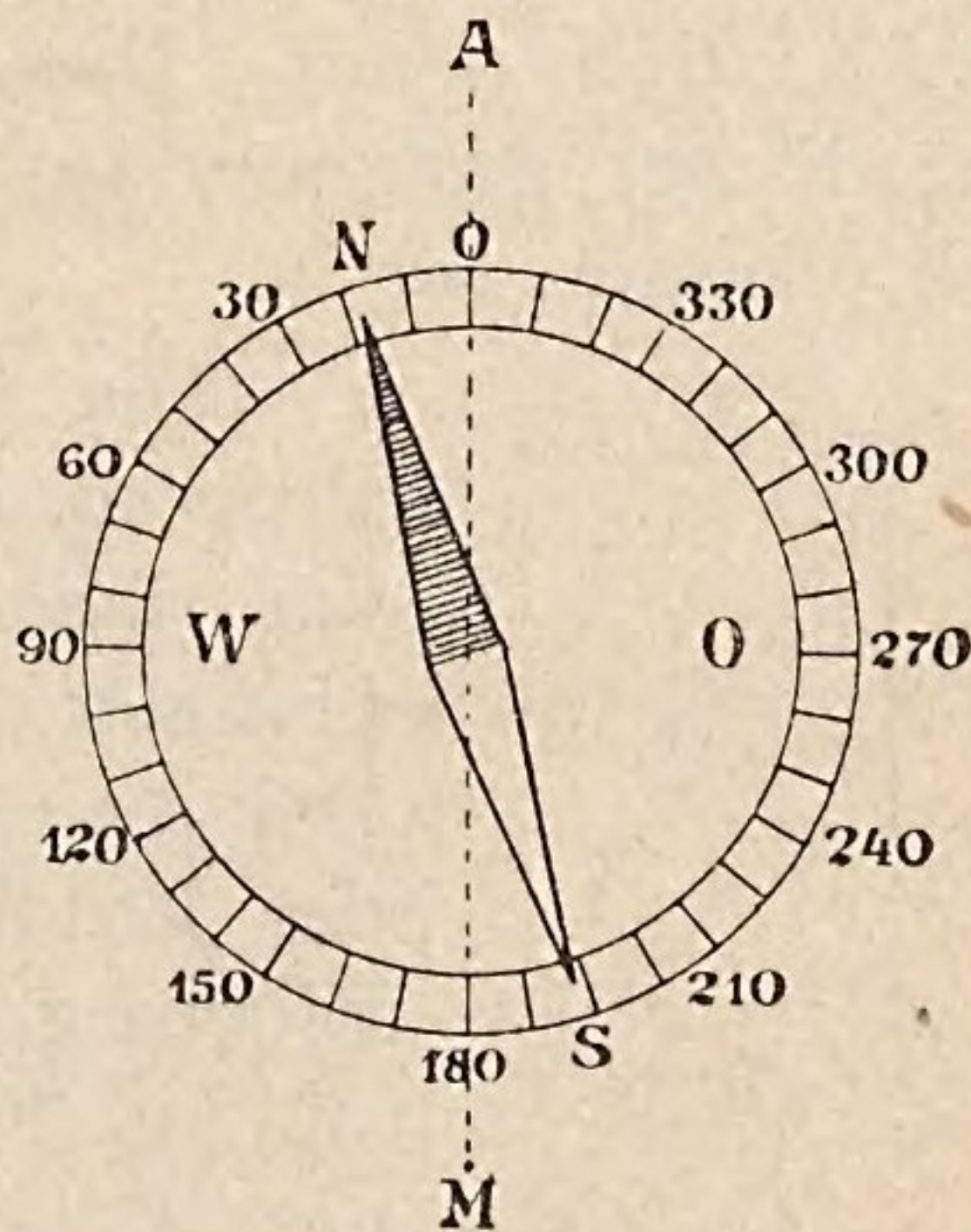


Fig. 43.

Da eine Nadel, wenn sie z. B. auf Kork gesetzt im Wasser schwimmen kann, durch die beiden Kräfte $m H$ und $-m H$ keine translatorische (fortschreitende) Bewegung erfährt, so ist dies eine Bestätigung dafür, daß sie wie jeder Magnet gleichviel positive und negative magnetische Massen in den Polen besitzt.

51. Erdmagnetismus. Wird eine Nadel an einem Faden aufgehängt oder auf eine Spitze gestellt, daß sie sich in horizontaler Ebene drehen kann, so stellt sie sich mit ihrer magnetischen Axe, wie bereits erwähnt, in eine Richtung,

welche mit der geographischen Süd-Nord-Richtung nahezu zusammenfällt. Die Abweichung hievon, magnetische Deklination genannt, ist an verschiedenen Orten der Erde verschieden und ändert sich auch mit der Zeit. In München besteht gegenwärtig eine westliche Deklination des magnetischen Meridians vom geographischen Meridian und beträgt zur Zeit 11° . Dieselbe nimmt erfahrungsgemäß jedes Jahr um ca. $0,1^\circ$ ab.

Stellt man die Nadel so auf, daß sie sich um eine durch ihren Schwerpunkt gehende horizontale Axe drehen kann, so zeigt sie hiebei keine horizontale Lage, sondern bildet mit der Horizontalebene einen Winkel, den man die magnetische Inklination nennt. Dieselbe beträgt für München 64° ; für nördlicher gelegene, auf demselben Längengrade befindliche Orte nimmt sie zu.

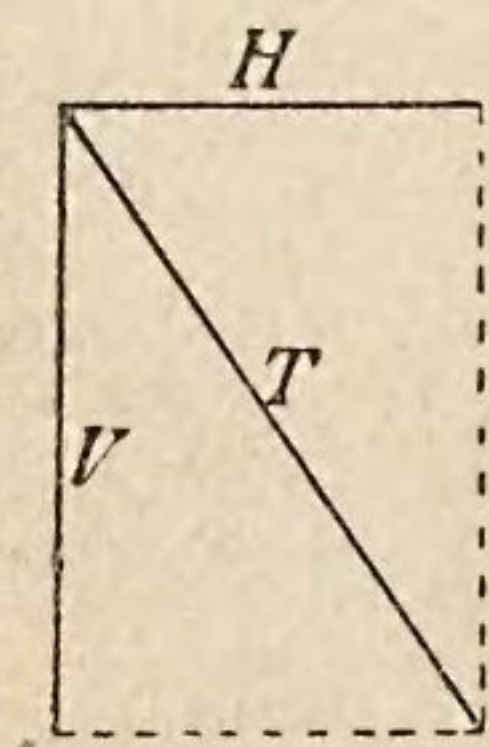


Fig. 44.

Die Nadel stellt sich an jedem Orte der Erde so, als wäre die Erde selbst ein Magnet i , der seinen Südpol in der Nähe des geographischen Nordpols besitzt. Kennt man die Deklination und Inklination für einen Punkt der Erdoberfläche, so ist hiedurch auch die Richtung des Erdmagnetismus daselbst bestimmt (Fig. 44).

Ist die Größe derselben T und die Inklination i , so ist die horizontale Komponente derselben $H = T \cos i$ und die vertikale Komponente $V = T \sin i$. Zugleich ist $T^2 = H^2 + V^2$.

Das magnetische Feld, welches der Erdmagnetismus erzeugt, kann für einen größeren Bereich, z. B. für den einer Stadt, bei Ausschluß störender Massen erfahrungsgemäß als homogen betrachtet werden.

52. Wirkung eines Magnetstabes auf eine in der Verlängerung seiner Axe gelegene magnetische Masse μ und eine kleine Magnetnadel. Vergleichung magnetischer Momente. Hat der Magnetstab die Länge l und beträgt die Entfernung der magnetischen Masse μ von seinem Mittelpunkte r , so ist die Wirkung des Nordpols, der die Menge m enthalten soll, auf μ

$$w_1 = \frac{m\mu}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}$$

und die des Südpols

$$w_2 = -\frac{m\mu}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2},$$

also die Gesamtwirkung

$$W = w_1 + w_2 = m\mu \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right]$$

oder

$$W = m\mu \left[\frac{1}{r^2 - lr + \frac{l^2}{4}} - \frac{1}{r^2 + lr + \frac{l^2}{4}} \right] = \frac{m\mu}{r^2} \left[\frac{1}{1 - \frac{l}{r} + \frac{l^2}{4r^2}} - \frac{1}{1 + \frac{l}{r} + \frac{l^2}{4r^2}} \right].$$

Ist l im Vergleich zu r klein, so lassen sich die höheren Potenzen von $\frac{l}{r}$ vernachlässigen und es ist:

$$W = \frac{m\mu}{r^2} \left[\frac{1}{1 - \frac{l}{r}} - \frac{1}{1 + \frac{l}{r}} \right] = \frac{m\mu}{r^2} \left(1 + \frac{l}{r} - 1 + \frac{l}{r} \right)$$

$$W = \frac{2m\mu l}{r^3} = \frac{2M\mu}{r^3},$$

wobei M das magnetische Moment des Stabes $= ml$ bedeutet.

Legen wir einen Maßstab (Fig. 45), in dessen Mitte sich eine Bussole befindet, in die West-Ost-Richtung, so daß die Nadel sich senkrecht zu

seiner Längsrichtung stellt, und bringt man einen Magnetstab senkrecht zum magnetischen Meridian auf

den Maßstab, so daß sein Mittelpunkt vom Mittelpunkt der Bussole um r entfernt ist, so übt der Magnetstab auf den

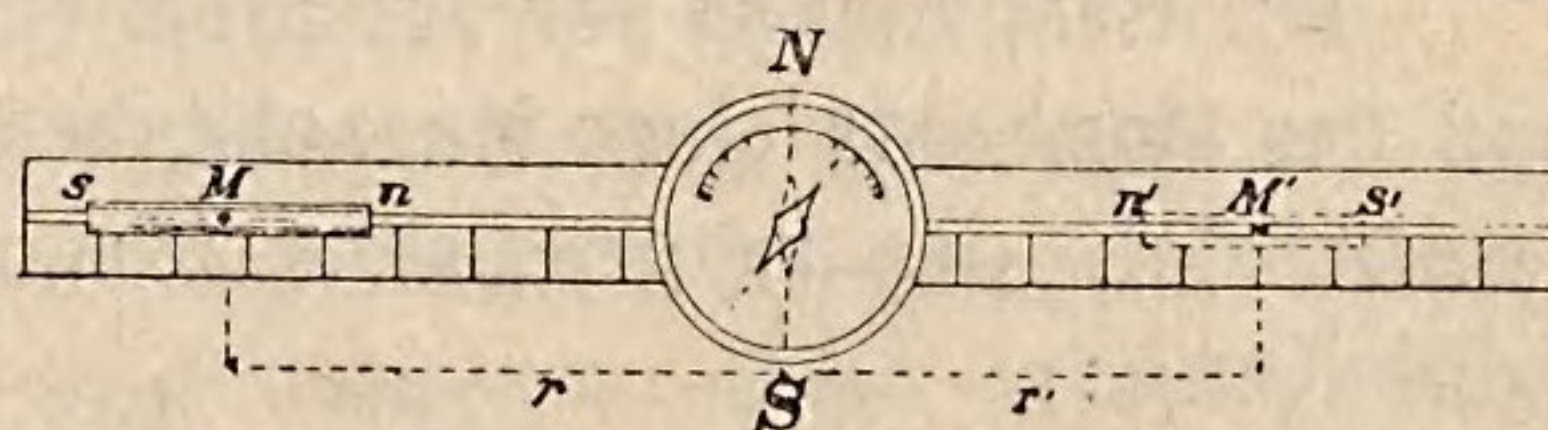


Fig. 45.

Nordpol der Bussole, in dem sich die magnetische Menge μ befindet, vorausgesetzt, daß die Länge der Nadel λ klein ist, nahezu dieselbe Wirkung aus, als läge μ in der Verlängerung der Axe des Stabes. Die gleiche, nur entgegengesetzt gerichtete Wirkung erfährt auch der Südpol mit der Menge $-\mu$, und unter dem Einflusse dieser beiden Kräfte $\frac{2M\mu}{r^3}$ dreht sich die Nadel so lange, bis das von dem Magnetstabe auf sie ausgeübte Drehmoment gerade so groß ist, wie das, welches die horizontale Intensität des Erdmagnetismus auf sie in entgegengesetzter Richtung ausübt. Nehmen wir an, es finde dies statt, wenn die Nadel um den Winkel δ abgelenkt ist,

so ist
$$\frac{2M\mu}{r^3} \lambda \cos \delta = \mu H \lambda \sin \delta$$

oder
$$\frac{2M}{r^3} \cos \delta = H \sin \delta, \text{ woraus}$$

$$M = \frac{1}{2} r^3 H \operatorname{tg} \delta.$$

Will man nun die magnetischen Momente zweier Magnete M und M' miteinander vergleichen, so bringt man den zweiten Magneten auf der anderen Seite der Bussole in eine solche Entfernung r' von ihr, daß er allein die Nadel um denselben Winkel δ nach entgegengesetzter Seite ablenken würde. Bei gleichzeitiger Einwirkung beider Magnete auf die Bussole muß sich dann bei dieser Entfernung r' die Nadel in der Süd-Nord-Richtung einstellen, und man hat

$$M = \frac{1}{2} r^3 H \operatorname{tg} \delta \text{ und } M' = \frac{1}{2} r'^3 H \operatorname{tg} \delta,$$

also
$$M : M' = r^3 : r'^3.$$

53. Bestimmung der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus und des Momentes eines Magnetstabes. Nach dem vorigen Kapitel ergibt sich das magnetische Moment eines Stabes M aus der Gleichung:

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} r^3 \operatorname{tg} \delta.$$

Hängt man nun denselben Stab in seinem Schwerpunkt an einem Faden auf und läßt ihn unter dem Einflusse der

horizontalen Komponente des Erdmagnetismus Pendelschwingungen ausführen, so erhält man durch die Berechnung der Schwingungsdauer dieser Pendelbewegung einen zweiten Ausdruck MH , durch dessen Verbindung mit dem vorigen sich H und M in absolutem Maße berechnen lassen.

Um die Schwingungsdauer des Magnetstabes zu berechnen, beachte man, daß ein physisches Pendel von der Masse m , wenn es aus der vertikalen Gleichgewichtslage um den Winkel φ gebracht wird, ein Drehmoment $m g e \sin \varphi$ erfährt (g ist die Gravitationsbeschleunigung und e die Entfernung seines Schwerpunktes vom Aufhängepunkt) und infolgedessen Schwingungen ausführt, deren Dauer

$$t = 2 \pi \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{m g e}}$$

ist, wobei $\mathcal{J}$ das Trägheitsmoment und $m g e$ die Direktionskraft des Pendels bedeutet.

Da nun der Magnetstab, dessen Moment M ist, von der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus H ein Drehmoment $M H \sin \varphi$ erfährt, wenn er um den Winkel φ aus der magnetischen Süd-Nord-Richtung abgelenkt wird, so macht derselbe Schwingungen, dessen Dauer

$$t = 2 \pi \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{M H}} \text{ ist.}$$

Beobachtet man also diese Dauer, so läßt sich

$$M H = \frac{4 \pi^2}{t^2} \mathcal{J}$$

berechnen, wenn man das Trägheitsmoment des Stabes in Bezug auf seine Drehungsaxe kennt.

Letzteres läßt sich nun aus der Masse und den Dimensionen des Stabes berechnen, kann aber auch experimentell bestimmt werden, indem man einen zweiten Schwingungsversuch nach Hinzufügung neuer Massen von bekanntem Trägheitsmomente i zur Masse des Stabes macht und aus den beiden Gleichungen:

$$MH = \frac{4\pi^2}{t^2} \mathcal{F} \quad \text{und} \quad MH = \frac{4\pi^2(\mathcal{F} + i)}{t_1^2}$$

das Trägheitsmoment $\mathcal{F}$ berechnet.

Hat man die Werte $\frac{M}{H}$ und MH ermittelt, so ergibt sich

$$H = \sqrt{\frac{MH}{M/H}} = \sqrt{\frac{8\pi^2 \mathcal{F}}{t^2 r^3 \operatorname{tg} \varphi}}$$

$$\text{und } M = \sqrt{\frac{M}{H} \cdot MH} = \sqrt{\frac{1}{2} r^3 \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{4\pi^2}{t^2} \mathcal{F}}.$$

Die horizontale Intensität des Erdmagnetismus beträgt für München 0,205 Dyn d. h. die magnetische Masse 1 erfährt von derselben eine Kraft von diesem Betrag.

54. Potential in einem Punkte ausserhalb eines magnetischen Blattes. Denken wir uns ein Stück eines Eisenbleches (Fig. 46) von der Dicke t so magnetisiert, daß die obere Fläche mit positivem, die untere mit negativem Magnetismus von der Dichte σ belegt ist, so muß offenbar eine gewisse Arbeit geleistet werden, um die positive magnetische Masse 1 aus dem Unendlichen nach dem Punkte P zu bringen. Um diese Arbeit (das Potential in P) zu berechnen, denken wir uns das magnetische Blatt in Elementarmagnete zerlegt, von denen jeder die Polflächen s besitze, deren kleinste Entfernungen von P : r_1 und r_2 seien, und beschreiben um P zwei Kugeln mit den Radien r_1 und 1, so schneiden diese aus dem Elementarkegel Ps zwei Flächen aus $a = s \cos \beta$ und ω' gleich dem Körperwinkel des Elementarkegels an P . Da $a = r_1^2 \omega'$, so ist $s = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{r_1^2 \omega'}{\cos \beta}$ und das Potential des Elementarmagneten mit den Polflächen s in P

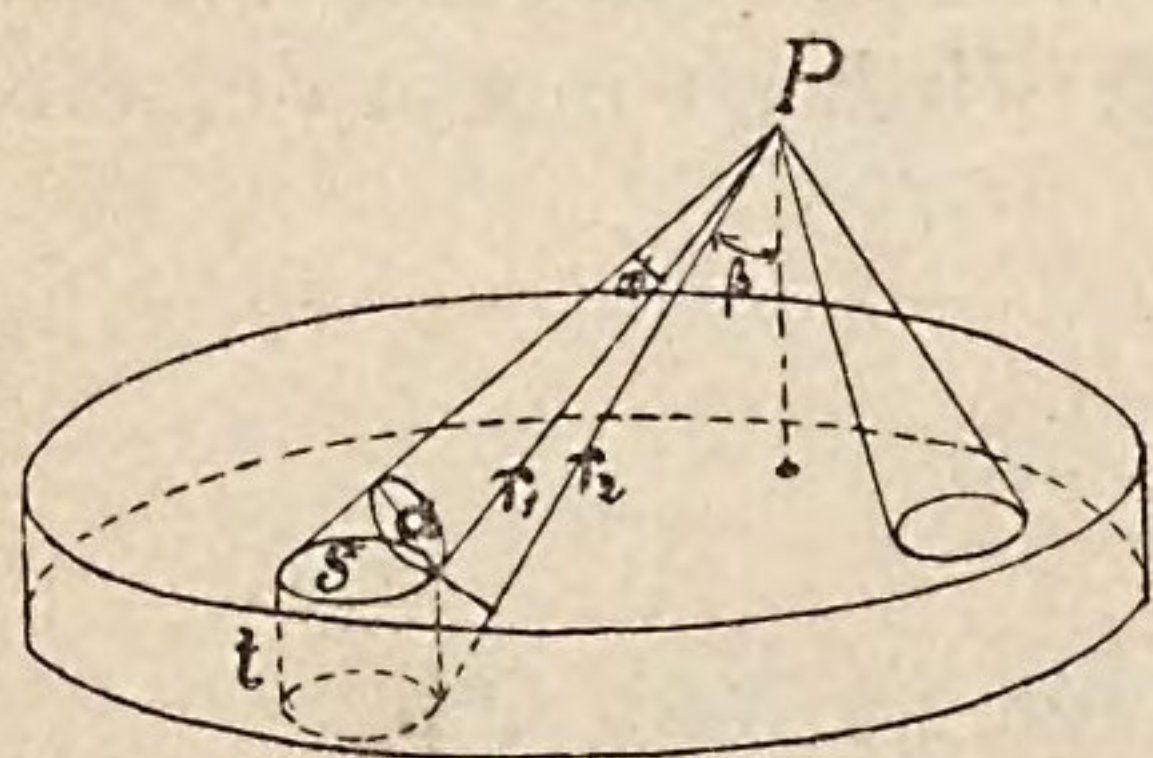


Fig. 46.

geleistet werden, um die positive magnetische Masse 1 aus dem Unendlichen nach dem Punkte P zu bringen. Um diese Arbeit (das Potential in P) zu berechnen, denken wir uns das magnetische Blatt in Elementarmagnete zerlegt, von denen jeder die Polflächen s besitze, deren kleinste Entfernungen von P : r_1 und r_2 seien, und beschreiben um P zwei Kugeln mit den Radien r_1 und 1, so schneiden diese aus dem Elementarkegel Ps zwei Flächen aus $a = s \cos \beta$ und ω' gleich dem Körperwinkel des Elementarkegels an P . Da $a = r_1^2 \omega'$, so ist $s = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{r_1^2 \omega'}{\cos \beta}$ und das Potential des Elementarmagneten mit den Polflächen s in P

$$V = s \sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{r_1^2 \omega'}{\cos \beta} \sigma \frac{r_2 - r_1}{r_1^2}.$$

Schreiben wir $r_2 - r_1 = t \cos \beta$, so wird

$$V = \frac{r_1^2 \omega'}{\cos \beta} \sigma \frac{t \cos \beta}{r_1^2} = \omega' \sigma t.$$

Nennen wir das Produkt σt die Stärke des magnetischen Blattes und bezeichnen wir sie mit Φ , so ist das Potential des Elementarmagneten

$$V = \omega' \Phi$$

und das Potential des ganzen magnetischen Blattes

$$V = \Phi \Sigma \omega' = \omega \Phi,$$

wobei ω den Körperwinkel um P bedeutet, unter welchem das ganze Blatt von P aus gesehen wird.

Zu demselben Resultate gelangt man auch, wenn das Blatt gekrümmt ist. Das Potential in P wird positiv, wenn P auf der positiven Seite des Blattes liegt und negativ auf der entgegengesetzten Seite. Rückt P sehr nahe an das Blatt, so wird $\omega = 2\pi$ und

$$V = \pm 2\pi \Phi.$$

Um die magnetische Masse 1 von einem Punkte der Südpolfläche nach einem Punkte der Nordpolfläche zu bringen, hat man also die Arbeit $A = 4\pi \Phi$ aufzuwenden.

III. Abschnitt.

Elektrische Ströme.

55. Entstehung elektrischer Ströme. Verbindet man den positiven und negativen Konduktor einer kontinuierlich thätigen Elektrisiermaschine durch einen Draht, so fließt die von der Maschine erzeugte Elektrizität beständig von dem positiven zum negativen Konduktor, also vom hohen zum niedrigen Potential. Da aber die in einer Sekunde erzeugte Elektrizitätsmenge nur sehr gering ist, gewöhnlich nur ein Bruchteil von $\frac{1}{1000}$ Coulomb, so wird durch den Querschnitt des Verbindungsdrahtes in einer Sekunde auch nur wenig Elektrizität fließen, d. h. der Strom wird sehr schwach und nur durch sehr empfindliche Instrumente nachweisbar sein. Liefert die Maschine in einer Sekunde z. B. $\frac{1}{20000}$ Coulomb, so geht, da die Elektrizität sich erfahrungsgemäß nirgends anhäuft, durch jeden Querschnitt in dieser Zeit $\frac{1}{20000}$ Coulomb und man sagt, der Strom besitze eine Stärke von $\frac{1}{20000}$ Ampère.

Da vom positiven Konduktor beständig Elektrizität ab- und dem negativen Konduktor zufließt, so ist klar, daß sich in diesem Falle auf den Konduktoren auch nur eine sehr geringe Potentialdifferenz bilden kann. Diese Potentialdifferenz ist aber ein Maß für den Druck, mit welchem die Elektrizität durch den Draht getrieben wird, wie eine an den Enden eines Metallstabes

bestehende Temperaturdifferenz entscheidend ist, mit welcher Geschwindigkeit Wärme von Stellen höherer Temperatur zu Stellen niedrigerer Temperatur fließt, oder wie in einer aufrecht stehenden U Röhre, die mit Wasser gefüllt ist, die Verschiedenheit der Niveauflächen ein Maß für den Druck bildet, der die Bewegung des Wassers verursacht. So wenig nun die Temperaturdifferenz selbst die Bewegung der Wärme veranlaßt oder der Niveauunterschied des Wassers es ist, der die Bewegung des Wassers bethätigt, so ist auch die Potentialdifferenz nicht direkt Ursache der Elektrizitätsbewegung. Letztere ist die Folge der mit einer Potentialdifferenz unzertrennlich verbundenen elektromotorischen Kraft, welche aber die Potentialdifferenz zum Maße ihrer Größe hat. In diesem Sinne ist es aufzufassen, wenn in der Praxis der Kürze wegen elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz, welche auch oft Spannung genannt wird, als identisch gebraucht werden. Es mag nicht überflüssig sein, auf den Unterschied von elektromotorischer und elektrischer Kraft hinzuweisen; erstere wirkt nur auf Elektrizität, bringt sie im Leiter zur Bewegung und wird gemessen nach Volt; letztere wirkt auf elektrisierte Massen und wird gemessen in Dyn.

Wird der Strom z. B. durch eine Influenzmaschine erzeugt, so kann man sich nach der Franklin'schen Theorie den Vorgang so vorstellen, daß von dem Beleg, welcher sich negativ elektrisch zeigt, beständig unter Aufwand einer gewissen Arbeit Elektrizität weggeführt und dem andern Beleg zugeführt wird. Hiedurch bleibt letzterer auf einem höheren, ersterer auf einem niedrigeren Potentiale. Infolge dieser Potentialdifferenz fließt sodann Elektrizität durch den Draht und gibt hiebei die durch die vorige Arbeitsleistung gewonnene Energie wieder aus. Wird in jeder Sekunde die Menge M vom negativen Belege mit dem Potentiale V_2 nach dem positiven Belege vom Potentiale V_1 geschafft, so muß beim Drehen der Maschine außer der zum Leerlaufen notwendigen Arbeit noch eine solche vom Betrage $M(V_1 - V_2)$ Erg geliefert werden. Diese Energie wird sodann die vom positiven zum negativen Pol abfließende Elektrizität wieder verausgaben.

Wir werden uns später noch genau mit den verschiedenen Arbeitsleistungen beschäftigen, die einem elektrischen Strome möglich sind. Vorerst sei nur erwähnt, daß ein elektrischer Strom den Leiter, durch den er geht, erwärmt, daß er Flüssigkeiten, durch die er geleitet wird, in ihre Elemente zu zerlegen vermag, daß er dynamische und magnetische Wirkungen ausüben kann und namentlich, wenn er über oder unter einer Magnetnadel vorübergeleitet wird, diese aus ihrer Richtung abzulenken vermag.

Diese letztere Eigenschaft wird gewöhnlich dazu benutzt, um die Existenz oder Nichtexistenz eines Stromes sowie die Stärke desselben erkennen zu lassen. Die hiezu verwendeten Instrumente, deren Theorie noch folgen wird, werden Galvanoskope oder Galvanometer genannt. Wir werden später noch erfahren, wie man mit einem solchen Instrumente die Stärke eines Stromes in Ampère messen kann.

Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, daß bei einem elektrischen Strome eine gewisse Elektrizitätsmenge einen geschlossenen Kreislauf vollführt (Fig. 47). Hiezu muß durch eine gewisse Arbeitsleistung die zum Strömen zu veranlassende

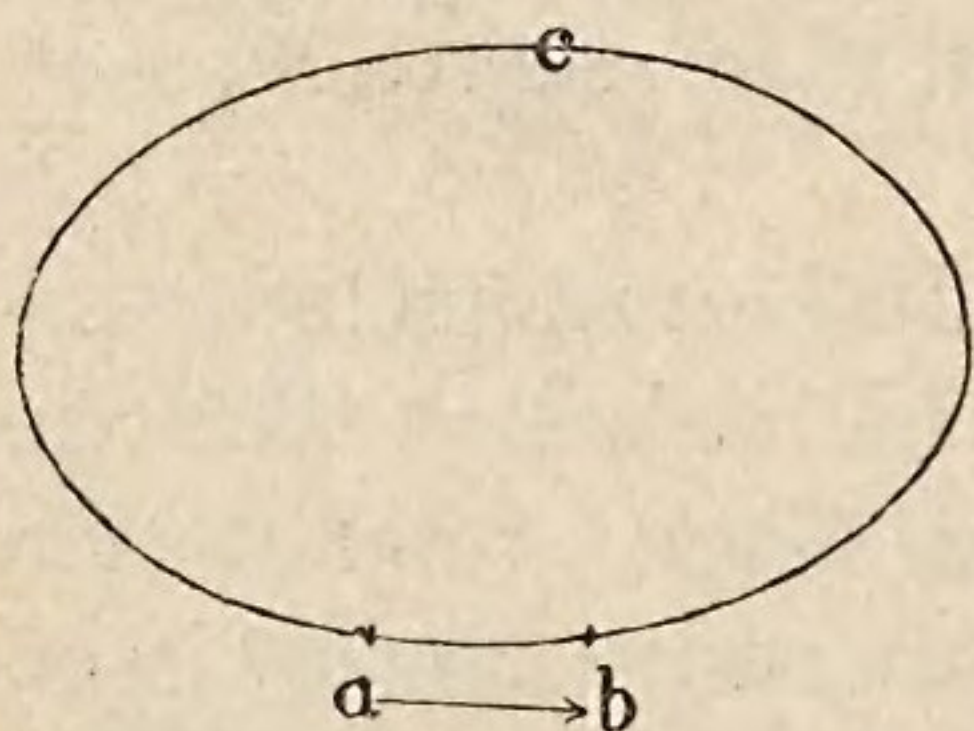


Fig. 47.

Menge z. B. von a nach b geschafft werden, wodurch b auf ein höheres und a auf ein niedrigeres Potential gebracht wird. Infolge der hiedurch entstehenden Potentialdifferenz fließt dann die Menge unter Verlust der Energie, die sie auf dem Wege ab erhalten hat, von selbst durch den Leiter

von b über c nach a . Wird dabei in jedem Augenblicke soviel Elektrizität von a nach b geschafft, als von b über c nach a abfließt, so wird die Potentialdifferenz konstant bleiben und auch der Strom sich so lange in konstanter Stärke erhalten, als in der äußeren Leitung bca keine Veränderung eintritt.

56. Volta'sche Zellen. Die Herstellung stärkerer, wenn auch nicht in der Praxis verwendbarer Ströme verdanken wir einer Entdeckung von Volta. Dieser Gelehrte wurde durch eine Beobachtung Galvanis, die dieser bei seinen Versuchen über

tierische Elektrizität machte, die zu seiner Zeit als Quelle der Lebenskraft in jedem lebenden Wesen vermutet wurde, zu wissenschaftlichen Untersuchungen veranlaßt, denen wir die Erschließung der Elektrizitätsquelle durch chemische Wirkungen verdanken. Galvani machte die Beobachtung, daß Froschschenkel, von denen der Muskel mit einem Kupfer- und der Nerv mit einem Eisendrahte in Berührung gebracht war, jedesmal Zuckungen zeigten, so oft die beiden Drähte miteinander verbunden wurden, und hielt diese Erscheinung irrigerweise für eine Wirkung der in dem Frosche befindlichen Elektrizität. Volta zeigte jedoch, daß sie die Folge der Berührung zweier verschiedener Metalle sei, wodurch stets das eine positiv und das andere negativ elektrisch werde, und fand dabei, daß verschiedene Metalle, miteinander in Berührung gebracht, verschiedene Elektrizitätsmengen zeigten. Volta



Fig. 48.

führte seine Untersuchungen mit einem Goldblattelektroskop aus, auf welches ein Plattenkondensator (Fig. 48) gesetzt war. Er nahm von den beiden Metallen, welche zusammengelötet waren, eines in die feuchte Hand und berührte mit dem anderen die Kollektorplatte, während er die Kondensatorplatte mit dem Finger berührte und so auf das Potential Null brachte. Hob er nun die Kondensatorplatte ab, so zeigte die untere Platte ein von Null verschiedenes Potential. Das Elektroskop gab einen Ausschlag der Goldblättchen und zeigte je nach der Art der Metalle positive oder negative Elektrizität an.

Er ordnete auf Grund seiner Beobachtungen die verschiedenen Metalle in eine solche Reihe, daß jedes folgende

Metall, mit dem vorhergehenden berührt, negativ, dieses aber positiv elektrisch wurde.

Diese Reihe, welche die Spannungsreihe genannt wird, ist: + Natrium, Magnesium, Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin, Kohle —.

Es sei hiebei bemerkt, daß in dieser Folge auch die Oxydationswärme dieser Metalle abnimmt.

Volta konstatierte, daß je zwei Metalle, miteinander berührt, eine konstante Potentialdifferenz zeigten, die nur von der Art, aber nicht von der Form und Größe der berührten Körper abhängt. Zeigte sich die Potentialdifferenz zweier Metalle $= V$, so mußte zu deren Erzeugung vom negativen zum positiven Metall, wenn ersteres auf dem Potential Null gehalten wurde, eine Elektrizitätsmenge $M = CV$ überfließen, wobei C die Kapazität des positiven Metalls ist.

Stellte er aus mehreren Metallen eine Kette her, so daß je zwei sich berührten, so zeigten die äußersten Metalle dieselbe Potentialdifferenz, als wenn sie unmittelbar in Berührung gebracht worden wären.

Bezeichnen wir die Potentialdifferenz zwischen A und B mit A/B , so ist also nach dem Spannungsgesetze:

$$\text{Zink/Eisen} = \text{Zink/Blei} + \text{Blei/Zinn} + \text{Zinn/Eisen}.$$

Wenn demnach eine Kette gebildet wird, in welcher die äußersten Metalle von gleicher Art (also auch gleicher Temperatur) sind, so zeigen dieselben keine Potentialdifferenz, geben also auch zu keinem Strome Veranlassung, wie es mit dem Prinzipie von der Erhaltung der Energie auch übereinstimmt.

Volta fand aber auch Ausnahmen von diesem Spannungsgesetze. Wenn er nämlich in eine Kette außer Metallen noch Säuren oder Lösungen von Salzen brachte, so fand er an den Enden dieser Kette, auch wenn diese aus denselben Metallen gebildet wurden, eine bestimmte Potentialdifferenz, welche nur von der Art der verwendeten Medien abhing.

Er teilte deshalb die Leiter in zwei Klassen ein, in solche, welche dem Spannungsgesetze folgen (hieher gehören alle

Metalle), und in solche, welche dies nicht thun (das sind die Säuren und Salzlösungen).

Er setzte eine Säule in der Weise zusammen, daß er auf eine isolierende Glasplatte eine Zinkplatte, auf diese eine mit verdünnter Säure befeuchtete Tuchscheibe und auf diese eine Kupferscheibe legte. Auf diese folgte wieder eine Zinkplatte, dann wieder eine Tuchscheibe u. s. f. Indem er diese Anordnung n mal wiederholte, erhielt er eine Säule von n Elementen (Fig. 49).

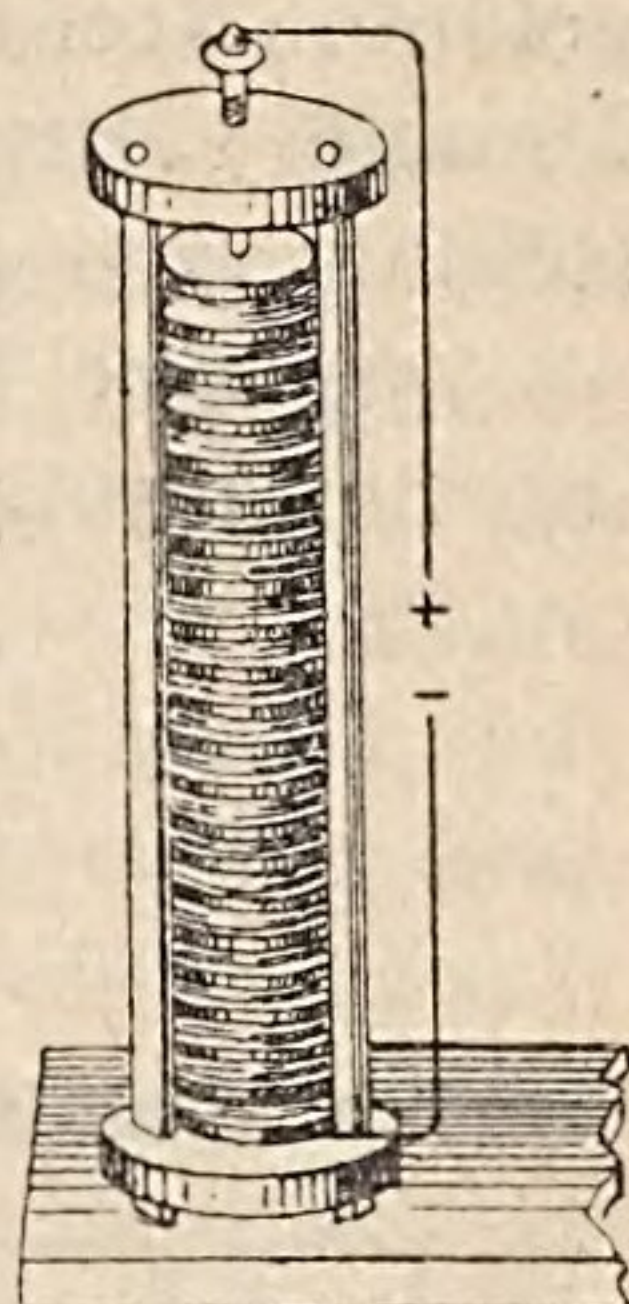


Fig. 49.

Nach der Ansicht Voltas findet die Elektrizitätserregung in derselben nur an den Kontaktstellen von Zink und Kupfer statt, während die befeuchteten Tuchscheiben nur als Leiter für die Elektrizität dienen. Durch die Berührung eines jeden Plattenpaares fließt hienach so viel Elektrizität von jedem unter der Berührungsfläche befindlichen Leiter auf die über derselben stehende Metallplatte, daß zwischen beiden eine Potentialdifferenz $= V$ erzeugt wird. Da an jeder Berührungsfläche derselbe Vorgang stattfindet, so muß sich bei Verwendung von n Elementen zwischen dem untersten und obersten Ende der Säule eine Potentialdifferenz $= nV$ zeigen. Dieses Resultat wird auch experimentell bestätigt. Wird das in der Mitte befindliche Plattenpaar zur Erde abgeleitet, so zeigt die oberste Kupferplatte, mit dem Elektroskope verbunden, das Potential $\frac{nV}{2}$, die unterste Zinkplatte dagegen $-\frac{nV}{2}$.

Wird die unterste Zinkplatte auf das Potential Null gebracht, so zeigt die oberste Kupferplatte das Potential nV . Die Potentialdifferenz an den Enden der Säule ist stets nV .

Volta ersann auch noch eine andere bequemere Anordnung der Plattenpaare, wie sie in Fig. 50 dargestellt ist.

Hiebei tauchen n metallisch verbundene Zink-



Fig. 50.

Kupferstreifen in ebensoviele mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte Becher in der Weise, daß in jedem Becher beide Metalle vertreten sind. Man nennt eine solche Zusammenstellung eine Batterie von n galvanischen Elementen.

Spätere Versuche haben gezeigt, daß nicht bloß durch die Berührung ungleicher Metalle, sondern auch durch den

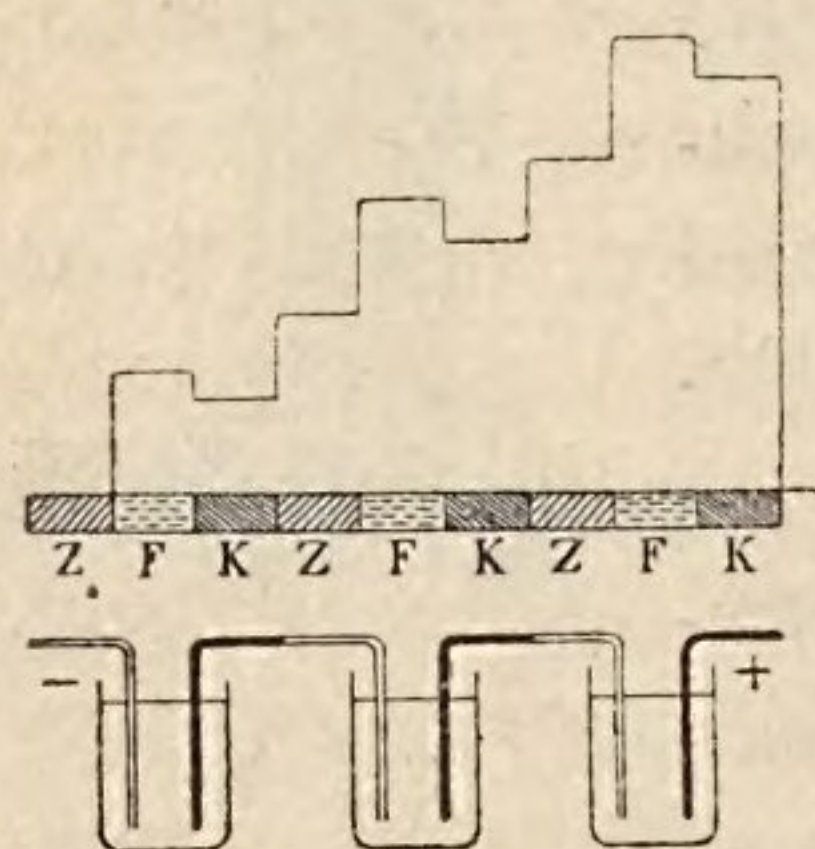


Fig. 51.

Kontakt von Metallen mit Flüssigkeiten Potentialdifferenzen erzeugt werden. Wie nun die Potentialdifferenzen innerhalb einer Säule oder einer Batterie von n Zink-Kupfer-Säure thatsächlich gefunden wurden, ist durch nebenstehendes Diagramm dargestellt (Fig. 51).

Hiebei ist das Zinkende durch Verbindung mit der Erde auf dem Potential Null erhalten, während die Potentiale der folgenden Medien durch die angegebenen Ordinaten ausgedrückt sind unter der Berücksichtigung, daß sowohl Zink als Kupfer ein niedrigeres Potential durch die Berührung mit der Flüssigkeit annehmen, als diese, dabei aber die Potentialdifferenz von Zink/Flüssigkeit circa viermal größer ist als die von Kupfer und Flüssigkeit.

Verbindet man das äußerste Kupfer mit dem äußersten Zink d. i. den positiven mit dem negativen Pol, so fließt außerhalb der Batterie von ersterem zu letzterem und innerhalb derselben in umgekehrter Richtung eine Elektrizitätsmenge, und zwar um so mehr, je größer die Spannungsdifferenz an den Polen ist. Ob letztere eine Folge des Kontaktes der einzelnen Medien, oder die Folge von chemischer Einwirkung der Flüssigkeiten auf die Metalle ist, konnte bis jetzt noch nicht entschieden werden. Die letztere Annahme erscheint jedoch mit Rücksicht auf das Energieprinzip als die glaubwürdigere.

Wie später nämlich noch ausführlich gezeigt wird, zersetzt der durch die Spannungsdifferenz an den Polen eingeleitete Strom bei seinem Durchgange durch die Batterie die Flüssigkeit derselben in ihre Elemente und veranlaßt hiedurch eine

Verbrennung des Zinks. Man wird nun kaum fehlgehen, wenn man annimmt, daß die hiedurch erfolgende Abnahme der chemischen Energie der Batterie das Äquivalent für die Energie bildet, welche der Strom im äußern Teile verausgabt und daß die als elektrisch geladen gedachten Moleküle, welche die Produkte der Zersetzung bilden, dem positiven Pole in jedem Zeiteilchen soviel Elektrizität zuführen, als durch die äußere Leitung von ihm abfließt. Demnach ist es wahrscheinlich, daß der Strom durch die infolge einer Kontaktwirkung entstandene Potentialdifferenz eingeleitet, aber durch den Verbrauch von chemischer Energie unterhalten wird. Letztere Annahme wird durch die Ausführungen in Kap. 60 noch weitere Bestätigung finden.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß zur Erzeugung eines elektrischen Stromes durch chemische Vorgänge Metalle zu benutzen sind, die in der Spannungsreihe möglichst weit voneinander entfernt sind und von denen das zum negativen Pole verwendete oxydierbar ist. Als solches wird hiezu durchgehends Zink benützt.

Von Elementen aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit finden außer dem Elemente Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure vorzugsweise noch Verwendung:

Die Smee'sche Zelle, welche aus Zink und mit Platinmoor überzogenem Platin oder Silber in verdünnter Schwefelsäure besteht, und das Bunsen'sche Tauchelement (Fig. 52), bei dem Zink und Gasretortenkohle in eine Chromsäurelösung tauchen, wobei das Zink, so lange das Element nicht gebraucht wird, aus der Flüssigkeit herausgezogen und festgeschraubt werden kann.

Diese Elemente geben anfangs einen stärkeren Strom, verlieren aber sehr bald an Wirkung, da in der Flüssigkeit chemische Prozesse auftreten, welche ihre elektromotorische Kraft verringern. Man hat deshalb Elemente konstruiert, welche einen für längere Zeit gleichstarken Strom liefern. Auf welche Weise man solche konstante Elemente herstellen kann, wird



Fig. 52.

erst ersichtlich werden, wenn wir die chemischen Wirkungen des elektrischen Stromes kennen gelernt haben.

57. Elektrolyse. Führt man die metallischen Enden eines Stromleiters, Elektroden genannt, nacheinander in verschiedene Flüssigkeiten, so überzeugt man sich, daß letztere einem Strome gegenüber je nach ihrer Art verschiedenes Verhalten zeigen. Geschmolzene Metalle und Quecksilber leiten den Strom. Die meisten Öle, namentlich Terpentin und Petroleum, sowie chemisch reines Wasser zeigen sich vollständig isolierend und bilden demnach, wenn Metallplatten als Elektroden benützt werden, das Dielektrikum eines Kondensators. Die Salzlösungen, Säuren, sowie Wasser, welches Spuren von Salzen oder Säuren enthält, werden dagegen von dem Strome zersetzt; und zwar scheiden sich in jeder Flüssigkeit, in welche die Elektroden eingeführt werden (elektrolytische Zelle), an der Elektrode, durch welche der Strom aus der Zelle austritt (Kathode), welche also mit dem negativen Pol der Batterie verbunden ist, das Metall oder Wasserstoff, an der anderen Elektrode, welche Anode genannt wird, der übrige Teil eines Salz- oder Säuremoleküls aus. Hierbei findet diese Ausscheidung nur an den Elektroden statt, wie weit dieselben auch voneinander entfernt sein mögen.

Clausius erklärt diesen Vorgang damit, daß er annimmt, in einer durch den Strom zersetzbaren Flüssigkeit, Elektrolyt genannt, befinde sich ein Teil der Säure- oder Salzmoleküle in Gruppen, Ionen, dissociiert (getrennt), von denen die einen aus den Metallen oder Wasserstoffteilchen, die anderen aus dem Reste derselben gebildet seien. Die ersteren Gruppen seien positiv, die letzteren negativ elektrisch geladen; diese Ionen sind in Bewegung, vereinigen sich von Zeit zu Zeit mit Gruppen anderer Moleküle, können aber unter allen Umständen nur durch Arbeitsaufwand voneinander geschieden werden. Die negativen Gruppen werden von der positiven Anode angezogen und heißen deshalb Anionen, während die positiven nach der negativen Kathode wandern und dementsprechend Kationen genannt werden. Durch diese Wanderung der mit Elektrizität geladenen Ionen, wird in einem Elektrolyten der Strom

geleitet. Die Leitung erfolgt demnach hiebei durch Konvektion, also mit den Ionen, nicht durch dieselben.

Ist der Elektrolyt zusammengesetzt z. B. $Na_2SO_4 + H_2O$, so wird, da Wasser nicht leitet, an der Kathode Na_2 und an der Anode SO_4 ausgeschieden. Ist erstere z. B. Quecksilber und letztere Kupfer, so bildet sich zunächst Natriumamalgam und Kupfersulfat. Wenn aber die Elektroden z. B. aus Platin gebildet sind, so bildet Na an der Kathode mit Wasser $2(NaOH)$, wobei sich H_2 ausscheidet, während SO_4 mit Wasser SO_4H_2 bildet und O an der Anode ausgeschieden wird.

Man sieht also, daß von einem zusammengesetzten Elektrolyten zunächst die Gruppen der bestleitenden Körper an den Elektroden sich ausscheiden, daß diese daselbst aber wieder sekundäre Verbindungen je nach Gelegenheit eingehen.

Ist z. B. der Elektrolyt angesäuertes Wasser und sind die Elektroden aus Platin gebildet, so sammelt sich an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Sauerstoff an und zwar, wie man sich durch Auffangen der Gase mittelst eines in Fig. 53 dargestellten Apparates überzeugt, dem Volumen nach doppelt soviel Wasserstoff als Sauerstoff, der chemischen Zusammensetzung des Wassers H_2O entsprechend.

Ist der Elektrolyt Kupfersulfat $CuSO_4$ und die Anode Cu , während die Kathode von irgend einem andern metallischen Körper gebildet wird, so wird an der Anode SO_4 ausgeschieden, welches das Cu angreift und mit ihm sich wieder zu $CuSO_4$ vereinigt, während auf die Kathode sich das ausgeschiedene metallische Cu niederschlägt. Auf diese Weise lassen sich metallische Gegenstände galvanisch mit Kupfer überziehen (Galvanoplastik).

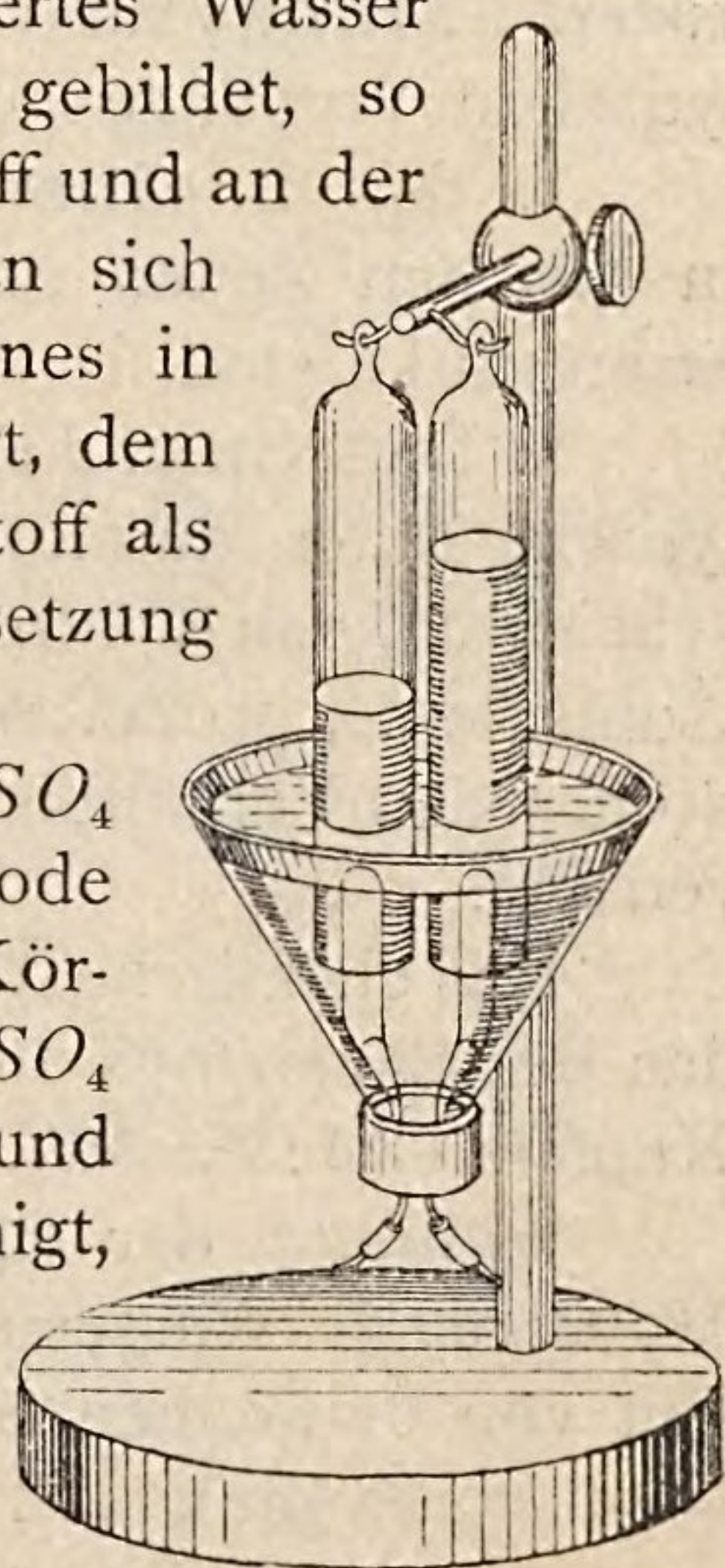


Fig. 53.

Will man Gegenstände galvanisch vernickeln (Fig. 54), vergolden oder versilbern, so bringt man sie als Kathode in eine Lösung von einem Nickel-, Gold- oder Silbersalz und

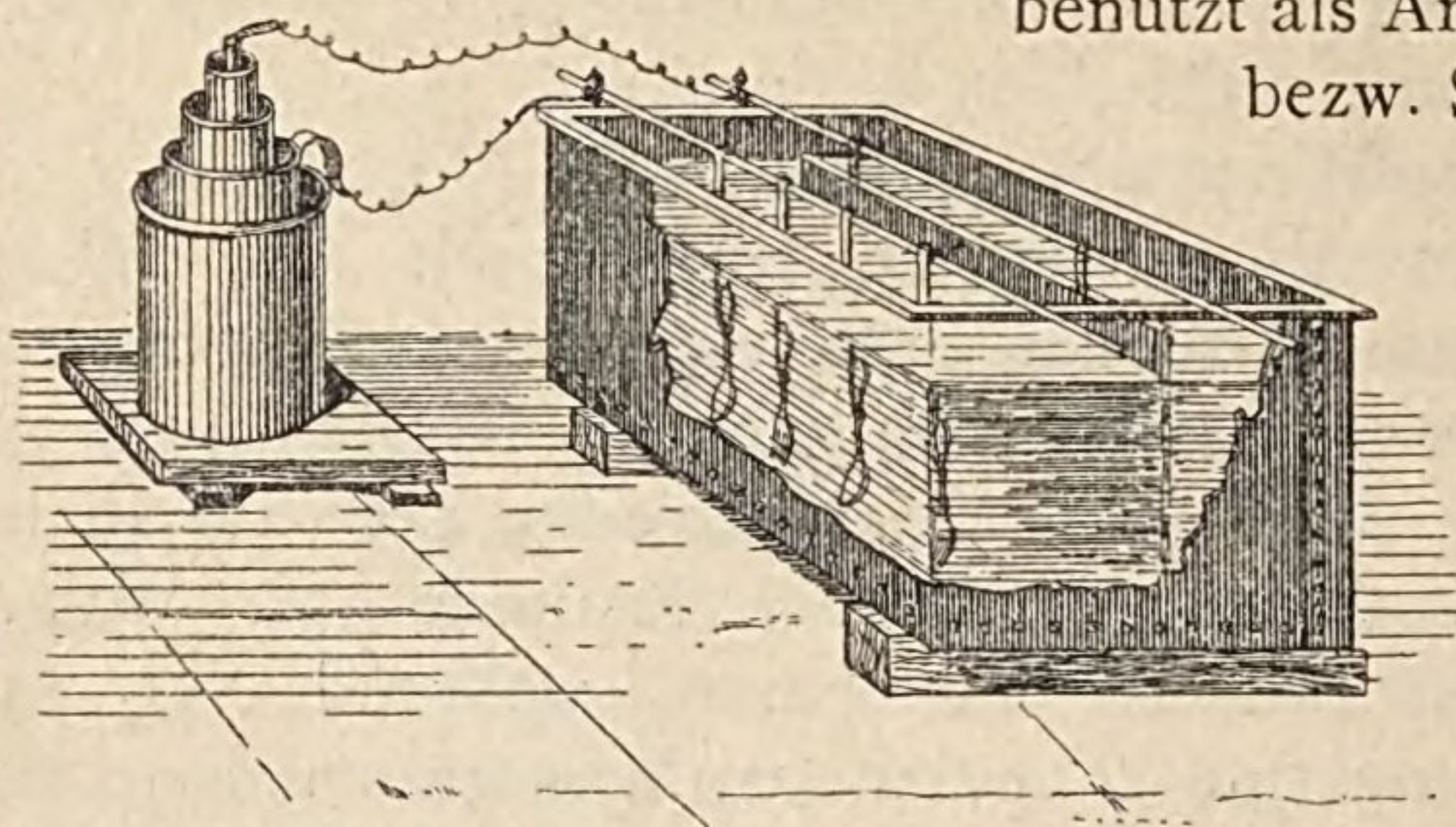


Fig. 54.

benützt als Anode Nickel, Gold bzw. Silber. Ein durchgeleiteter Strom verursacht so- dann analoge Vorgänge wie in der elektrolyti- schen Zelle, wel- che aus

$Cu, CuSO_4$
und dem metal- lischen Gegen- stande besteht.

58. Die Faraday'schen Gesetze der Elektrolyse und die Volta- meter. Faraday fand bei seiner Untersuchung über die elektro- lytischen Vorgänge

1. daß in einer elektrolytischen Zelle die Mengen der in gleichen Zeiten ausgeschiedenen Ionen proportional der Stromstärke sind.

2. Daß ein und derselbe Strom, der verschiedene elektro- lytische Zellen durchwandert, Mengen an den Elektroden aus- scheidet, deren Gewichte sich verhalten wie ihre chemischen Äquivalente, wobei man unter chemischem Äquivalent eines Stoffes das Verhältnis seines Atomgewichtes zu seiner Valenz versteht.

Das chemische Äquivalent des Wasserstoffs ist demnach 1, das des Sauerstoffs $16:2=8$, das des Zinks $65,4:2=32,7$, des Kupfers $63,4:2=31,7$, des Silbers 107,94.

Während der Strom von 1 Ampère in einer Sekunde 0,00001039 gr Wasserstoff ausscheidet, wiegen die in gleicher Zeit von demselben Strome ausgeschiedenen Mengen

Zink	0,339753 mgr,
Kupfer	0,3284 „
Silber	1,1181 „

Diese Zahlen nennt man die elektro-chemischen Äquivalente.

Scheidet ein Strom in 10 Stunden eine Gewichtsmenge von 35,46 gr Kupfer aus, so beträgt die Stärke desselben 3 Ampère.

Hat sich also in einer gewissen Zeit auf der Kathode einer elektrolytischen Zelle, die in die Stromleitung eines Hauses eingeschaltet ist, eine Menge von 35,46 gr Kupfer niedergeschlagen, so wurde in diesem Hause während dieser Zeit Strom vom Betrage von 30 Ampèrestunden benützt.

Die zum Messen von Stromstärken auf elektrolytischem Wege gebrauchten Instrumente heißen Voltameter. Die gebräuchlichsten sind das Silber- und das Wasser-Voltameter.

Bei ersterem (Fig. 55) wird als Anode ein Stift aus reinem Silber, als Kathode ein Silber- oder Platintiegel und als Elektrolyt eine 15- bis 30%ige Silbernitratlösung benützt.

Geht ein Strom τ Minuten lang durch den Elektrolyten und wiegt der Niederschlag an der Kathode, der vor der Wägung mit heißem destillierten Wasser gewaschen und getrocknet wird, p mgr, so ist die Stärke des durchgeleiteten Stromes

$$i = \frac{p}{1,1181 \cdot 60 \cdot \tau} = \frac{p}{67,1 \tau} \text{ Ampère.}$$

Im Wasser-Voltameter (Fig. 53) wird der Strom durch eine 10- bis 20%ige reine Schwefelsäurelösung zwischen zwei Platinelektroden geleitet, wobei an denselben Wasserstoff und Sauerstoff ausgeschieden werden.

Bei starken Strömen fängt man beide Gase in einer vor dem Versuch mit dem Elektrolyten gefüllten graduierten Glasröhre, welche über beide Elektroden gestülpt ist, auf, während man bei schwachen Strömen nur den Wasserstoff auffängt, da der Sauerstoff zum Teil absorbiert wird.

Hat ein Strom 150 ccm Knallgas in 200 Sekunden bei einer Temperatur von 16° und einem Barometerstande von 749 mm entwickelt und ist die Flüssigkeitssäule unter dem Gase nach dem Versuche 10 cm über der äußeren Oberfläche, so beträgt der Druck, unter welchem sich das feuchte Gas befindet, $p = 749 - 100 \frac{s}{13,6}$ mm Quecksilber, wenn s das spezifische Gewicht der Säure bedeutet. Er ist also nahezu $p = 749 - \frac{100}{12} = 740,6$ mm. Da die Spannkraft von Wasserdampf bei

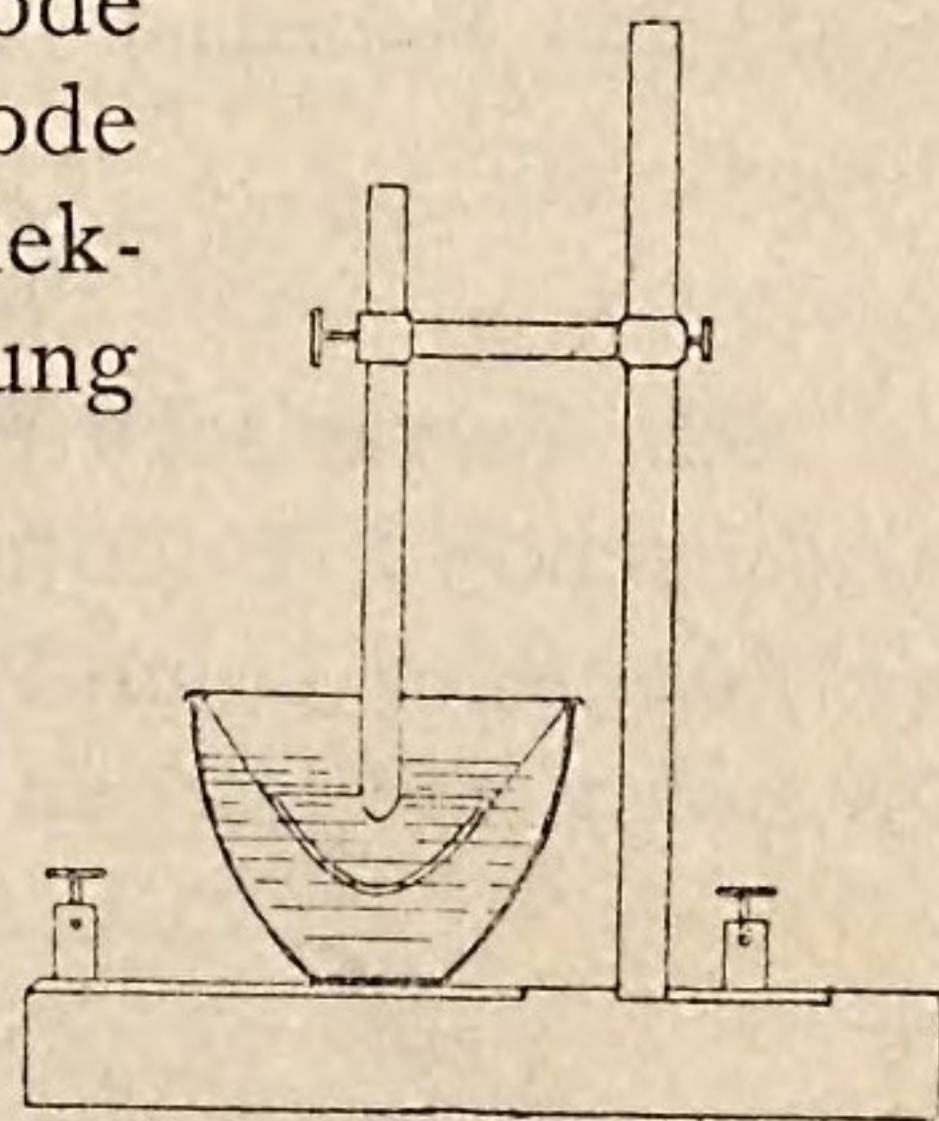


Fig. 55.

$16^{\circ} e = 13,5$ mm und die Spannkraft der angewandten 18%igen Schwefelsäure-Dämpfe $\frac{9}{10}$ hiervon beträgt, so ist der Druck des trockenen Gases $p' = 740,5 - 12,15 = 728,5$ mm.

Die entwickelte Menge Knallgas hat deshalb bei 0° und 760 mm ein Volumen

$$v = \frac{150}{1 + 0,00367 \cdot 16} \cdot \frac{728,5}{760} = 142,8 \text{ ccm}$$

und da 1 Ampère in 1 Sekunde erfahrungsgemäß 0,1740 ccm Knallgas von 0° und 760 mm entwickelt, so ist die Stromstärke:

$$i = \frac{142,8}{0,174 \cdot 200} = 4,1 \text{ Ampère.}$$

59. Galvanische Polarisation. Leitet man einen von den galvanischen Elementen B erzeugten Strom (Fig. 56) durch ein Galvanometer G und eine elektrolytische Zelle in der Weise, daß man die Enden der Batterie B mit den Quecksilber-

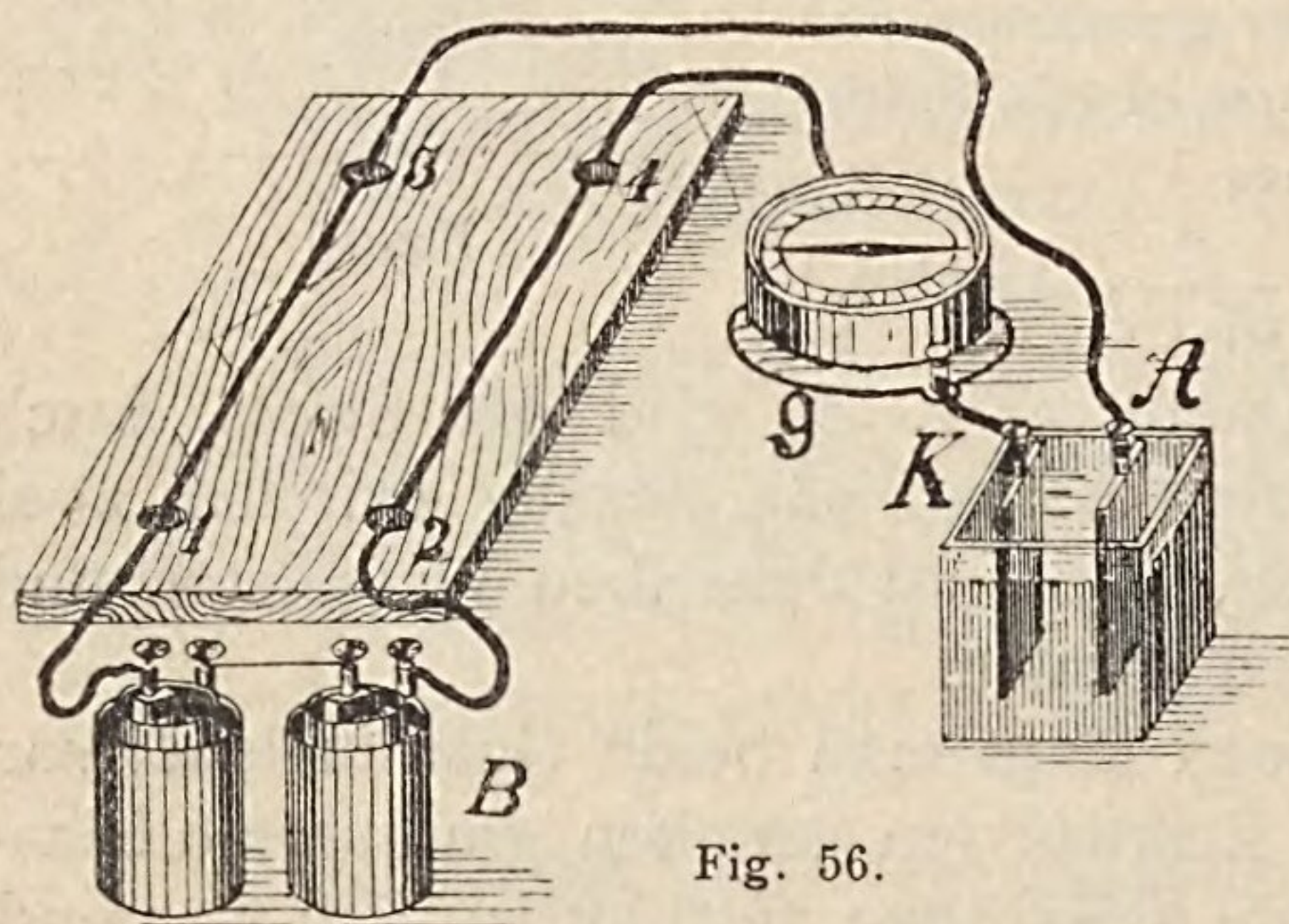


Fig. 56.

gruben 1 und 2, sowie ein Ende des Galvanometers und eine Elektrode der Zelle mit den Quecksilbergruben 3 und 4 verbindet und die Verbindungen von 2 4, sowie 1 3 durch Kupferdrähte herstellt, so wird die Magnetnadel um einen

gewissen Winkel aus ihrer Nord-Süd-Richtung durch den Strom abgelenkt, während in der elektrolytischen Zelle, die aus zwei in verdünnter Schwefelsäure befindlichen Blechen oder Drähten bestehen möge, die Flüssigkeit zersetzt wird, wobei sich an der Anode Sauerstoff und an der Kathode Wasserstoff ausscheidet. Hebt man nun die Verbindung 2 4 auf, so ist der Strom unterbrochen; die Nadel geht wieder in ihre Nord-Süd-Richtung zurück und die Wasserzersetzung hört auf. Verbindet man nun schließlich anstatt 2 4 die Quecksilbernäpfchen 3 4, wodurch die Batterie B aus dem Kreise ausgeschaltet, aber die elektro-

lytische Zelle und das Galvanometer verbunden wird, so schlägt die Galvanometernadel abermals aus, aber nach der entgegengesetzten Richtung, wie vorher.

Diese Erscheinung ist die Folge einer entgegengesetzten elektromotorischen Kraft, welche in der Zelle hauptsächlich durch Ansammeln freien Wasserstoffes an der Kathode entsteht. Infolge derselben fließt durch die Leitung ein dem vorigen entgegengesetzt gerichteter Strom in der Zelle von der Kathode zur Anode und außerhalb derselben von der Anode durch das Galvanometer zur Kathode. Man nennt nun eine Elektrode, welche infolge elektrolytischer Vorgänge ihr Potential ändert, polarisiert und den durch die Polarisation der Elektroden erzeugten Strom Polarisationsstrom.

Stellt man die erste Verbindung wieder her und benützt man als Stromerzeuger B ein galvanisches Element von der elektromotorischen Kraft 1 Volt, so geht der Strom so lange durch Galvanometer und Wasserzelle, bis sich an den Platinelektroden soviel Gase ausgeschieden haben, daß sie eine Gegenkraft von 1 Volt erzeugen können. Dann hört die weitere Zersetzung auf und die beiden elektromotorischen Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Läßt man in B nun eine stärkere elektromotorische Kraft, z. B. von 1,3 Volt, wirken, so wird wieder so lange Wasser zersetzt, bis die ausgeschiedenen Gase eine Gegenkraft von 1,3 Volt besitzen. Diese Gegenkraft kann aber über einen bestimmten Betrag nicht hinauswachsen; die Grenze für die Wasserbatterie ist mindestens 1,69 Volt und hängt von der Art und den Dimensionen der Elektroden ab. Werden diese von zwei Platinblechen gebildet, so steigt die Gegenkraft auf ungefähr 3 Volt. Wenn man also die Wasserzersetzung kontinuierlich fortgesetzt erhalten will, so muß man eine Elektrizitätsquelle von mindestens mehr als 1,69 Volt Spannung verwenden. Beträgt hiebei die elektromotorische Kraft der polarisierenden Zelle E und die Gegenkraft der polarisierten Zelle e , so wird die resultierende elektromotorische Kraft $E - e$ den Strom im Stromkreise bewegen.

Benützt man anstatt der Wasserzelle eine andere Zersetzungszelle, so tritt jedesmal eine Gegenkraft auf, wenn an

den Elektroden chemische Prozesse sich vollziehen, die sich nicht neutralisieren. Eine solche Neutralisation findet immer statt, wenn als Elektrolyt die Lösung eines Salzes benützt wird, dessen Metall das nämliche ist, wie das der Anode. In diesem Falle, wie z. B. bei der galvanischen Versilberung, wird an der einen Elektrode gerade so viel Metall aufgelöst, als an der anderen niedergeschlagen wird. Diese gleichen, aber entgegengesetzten Prozesse neutralisieren sich und es zeigt sich keine Gegenkraft. Man kann deshalb diese galvanoplastischen Prozesse auch mit den kleinsten Stromquellen ausführen.

60. Berechnung der elektromotorischen Kräfte galvanischer Elemente aus den elektrolytischen Prozessen. Wie schon am Schlusse von Kap. 56 erwähnt wurde, ist mit ziemlicher Sicherheit anzunehmen, daß die Stromenergie nicht bloß die Folge einer Kontaktwirkung sei, sondern in den chemischen Energieänderungen ein Äquivalent finde. Wir finden thatsächlich, daß eine Volta'sche Batterie einen um so stärkeren Strom liefert, je mehr Zink verbraucht wird, je mehr also an chemischer Energie verloren wird, und überzeugen uns, daß in der oben beschriebenen Polarisationszelle, in welcher Wasser zersetzt, also die chemische Energie vermehrt wird, eine elektromotorische Gegenkraft e auftritt, welche die Energie des Stromes schwächt.

Es entsteht nun für uns die Frage, ob nicht durch Messungen konstatiert werden kann, daß in einer galvanischen Zelle jeder Gewinn bzw. Verlust an elektrischer Energie gleich ist einem entsprechenden Verluste bzw. Gewinne an chemischer Energie.

Um diese Frage zu beantworten, wollen wir die Bedingung aufstellen, unter welcher eine Stromenergie einer chemischen Energie gleich ist.

Berücksichtigen wir, daß der Strom, welcher die Stärke I Ampère besitzt, in 1 Sekunde durch jeden Querschnitt des Leiters I Coulomb befördert, und nehmen wir an, daß die elektromotorische Kraft, welche den Strom treibt, konstant gleich E sei, so leistet dieser Strom in t Sekunden die Arbeit

$$A = E I t,$$

welche, wie schon früher erwähnt wurde, in Wärme umgewandelt wird, wenn in den Stromkreis nicht noch ein besonderes Arbeitsobjekt eingeschaltet ist. Joule hat nun durch Messungen gefunden, daß die in dem Stromleiter erzeugte Wärmemenge wirklich diesen Betrag $E I t$ besitzt.

Um ein Maß für die chemischen Energieänderungen zu finden, stellen wir uns vor, daß das Produkt einer chemischen Verbindung z. B. $OH_2 = O + H_2$, welche unter Wärmeentwicklung stattfindet, eine um den Betrag dieser Wärmemenge geringere Energie besitzt, als ihre Elemente vorher inne hatten. Wird diese Verbindung wieder getrennt, so ist diese Trennung mit einem ebenso großen Wärmeverbrauch verbunden und die Energie der getrennten Teile ist um den dieser Wärme äquivalenten Betrag größer geworden. Die hierbei produzierte oder konsumierte Wärmemenge (Wärmetönung), die von Thomsen für eine große Zahl von Verbindungen gemessen wurde, bildet nun ein Maß für die chemische Energieänderung. Demnach kann die Bedingung, daß die in einer gewissen Zeit gewonnene Stromenergie gleich ist dem Verluste an chemischer Energie, in folgender Form ausgesprochen werden: Die in einer gewissen Zeit im Stromkreise erzeugte Wärmemenge (d. i. die Stromenergie) muß gleich sein der Wärmemenge, welche in derselben Zeit durch die chemischen Prozesse in der Zelle entwickelt wird.

Favre hat zuerst dieses Resultat geprüft, indem er den von einer Platin- — verdünnter Schwefelsäure- — Zink-Zelle erzeugten Strom so lange in einem Kalorimeter unterhielt, bis 1 Äquivalent Zink (33 gr) aufgelöst war. Er fand hiebei, daß in dieser Zeit im Stromkreise die gleiche Wärmemenge erzeugt wurde, als wenn 33 gr Zink in der Säure direkt aufgelöst wurden, also eine Bestätigung obiger Frage.

Mithin sind wir im stande, für den Fall, daß sich in einer geschlossenen Zelle nur ein einziger chemischer Vorgang abspielt, die elektromotorische Kraft zu berechnen. Nennen wir diese E und die Stromstärke I , und hat der chemisch gelöste Körper das Äquivalentgewicht $= \beta$, so ist die Menge des in t Sekunden gelösten Stoffes $= I \alpha \beta t$, und die hierbei

entwickelte Wärmemenge $W = I \alpha c t$, wenn c die Verbindungswärme von β gr dieses Stoffes und α das chemische Äquivalent des Wasserstoffes bedeuten. Mithin ist

$$\begin{aligned} E I t \text{ Volt-Coul.} &= I \alpha c t \text{ Gramm-Kalorien} = I \alpha c t \cdot 42 \cdot 10^6 \text{ Erg} \\ &= I \alpha c t \cdot \frac{42 \cdot 10^6}{107} \text{ Coulomb-Volt.} \end{aligned}$$

Setzen wir nun $I = 1$ Ampère und $t = 1$ Sekunde, so wird
 $E = 0,00001039 \cdot 4,2 c = 0,0000436 c$ Volt.

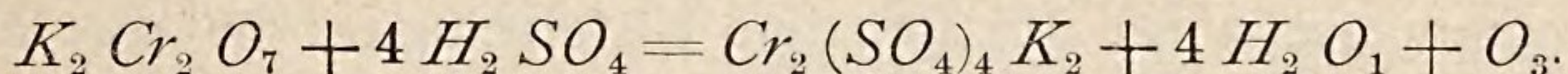
In der vorher besprochenen Wasserzelle wird, wie bereits erwähnt, Wärme verbraucht und dadurch chemische Energie gewonnen und dies hat in t Sekunden einen Energieverlust $I e t$ zur Folge, der durch die Gegenkraft e in die Erscheinung tritt.

Da hiebei die Wärmetönung gleich der Oxydationswärme von 1 gr Wasserstoff $c = 39000$ gr Kal., so berechnet sich die erzeugte Gegenkraft $= 1,69$ Volt, also ebenso groß, wie sie auch durch Messung gefunden wird.

Spielen sich in einem Elemente zwei Vorgänge ab, von denen der eine Wärme entwickelt und der andere Wärme absorbiert, so hat man für c die Differenz der entsprechenden Verbindungswärmen zu setzen.

61. Konstante Elemente. Verbinden wir die Pole eines Kupfer-Säure-Zink Elementes durch einen Draht, so wird durch denselben ein Strom vom Kupfer zum Zink fließen. Derselbe wird sodann durch das Zink in die Zelle ein- und durch das Kupfer aus der Zelle austreten. Die Schwefelsäure H_2SO_4 wird hiebei durch den Strom zersetzt, und an der Kathode, also am Kupfer, scheidet sich H_2 und am Zn der Rest SO_4 aus. Letzteres verbindet sich mit dem Zn zu $ZnSO_4$, das in der Flüssigkeit zur Lösung kommt. Durch die hiebei entwickelte Wärme wird nach dem Vorhergehenden die Spannungsdifferenz zwischen Flüssigkeit und Zink und durch Vermittelung des im Innern fließenden Konvektionsstromes die zwischen der Zink- und Kupferelektrode erhalten. Da aber gleichzeitig sich am Kupfer H_2 ausscheidet und dieser nach dem vorigen eine bis zu einer gewissen Grenze wachsende Gegenkraft e hervorbringt, so wird nach kurzer Zeit die elektromotorische Kraft von ihrem ursprünglichen Werte E zum Werte $E - e$ herabsinken.

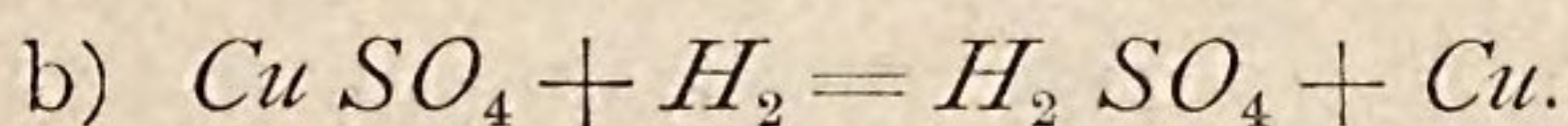
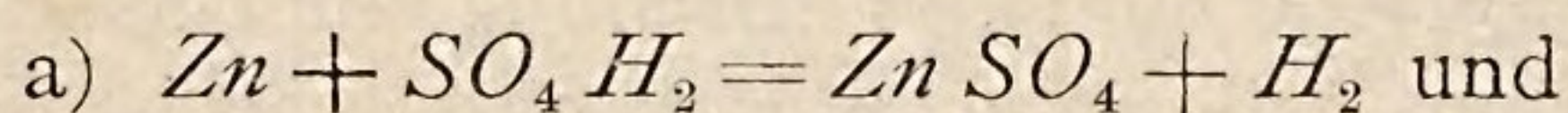
Um diese Inkonstanz des Stromes zu vereiteln, muß man den Wasserstoff beseitigen und dadurch verhindern, daß der Polarisationsstrom zur Entstehung gelangt. Schwächen läßt sich derselbe dadurch, daß man der Kathode eine rauhe Oberfläche gibt, wie dies beim Smee'schen Element durch Verwendung von Platin, mit Platinmoor überzogen, beabsichtigt ist. In diesem Falle werden sich an den auf der Kathode befindlichen Spitzen größere Wasserstoffblasen bilden und ablösen. Ein besseres Mittel besteht darin, daß man der Säure ein stark oxydierendes Mittel beimengt, dessen Sauerstoff mit Wasserstoff Wasser bildet. So wird in der Tauchbatterie von Bunsen doppeltchromsaures Kali der Schwefelsäure beigegeben, so daß sich Chromalaun und Wasser bilden, wie es die Gleichung zeigt:



Das wirksamste Mittel ist aber die Verwendung von zwei meistens durch eine poröse Thonzelle getrennten Flüssigkeiten, welche bewirken, daß an der Kathode sich gar kein Wasserstoff ausscheidet.

Die gebräuchlichsten solcher Elemente, die man konstante Elemente nennt, sind:

1. Das Daniell'sche Element, in welchem *Zn* in verdünnte Schwefelsäure und Kupfer in Kupfervitriollösung tauchen. Bei Durchleitung eines Stromes gehen die beiden Prozesse vor sich:



Es wird also am Zinkpol *Zn* aufgelöst und am Kupferpol Kupfer niedergeschlagen.

Wenn wir annehmen, daß die beiden Prozesse der Trennung und Bildung der Schwefelsäure sich neutralisieren, so wird die elektromotorische Kraft hier also unterhalten durch die Wärme, welche durch die Verbrennung des Zinks entwickelt wird, vermindert um die Wärme, welche durch Ausscheidung des Kupfers verbraucht wird. Da nach Braun (elektr. Zeitschr. 1891) die Lösungswärme von einem Gramm-Äquivalent *Zn* in $SO_4 H_2 = 44000$ gr Kal., die des *Cu* = 19000 gr Kal., so berechnet sich

nach dem vorigen Kapitel die elektromotorische Kraft eines Daniell-Elementes

$$E = 0,0000436 (44000 - 19000) = 1,09 \text{ Volt.}$$

Dieses Resultat wird durch die Messung nahezu bestätigt. Die elektromotorische Kraft eines gewöhnlichen Daniell-Elementes besitzt dieser zufolge je nach der Konzentration der Säure 1,08–1,12 Volt. Es läßt sich demnach mit 1 Daniell noch kein Wasser zersetzen, da die Gegenkraft der Wasserzelle mindestens 1,69 Volt beträgt.

2. Das Grove-Element, zu welchem *Zn* in verdünnter Schwefelsäure und Platin in konzentrierter Salpetersäure verwendet wird und

3. Das Bunsen-Element, welches wie das Grove-Element zusammengesetzt ist, nur mit dem Unterschiede, daß das teure Platin durch die billigere Kohle ersetzt ist.

Die elektromotorische Kraft der beiden letzteren Elemente beträgt ca. 1,9 Volt. Die Unterhaltung des Stromes geschieht wieder durch die Verbrennung des *Zn*; die Konstanz wird dadurch bewirkt, daß der entwickelte Wasserstoff am positiven Pol die Salpetersäure unter Bildung von Untersalpetersäure und Wasser reduziert.

Das vielverwendete *Leclanché*-Zink-Kohlen-Element ist kein konstantes Element. Es taucht hierbei Zink und Kohle in eine Lösung von Salmiak, die Kohle aber ist innerhalb einer porösen Thonzelle mit einer Mischung von Gaskohle und Braunstein umgeben. Die elektromotorische Kraft ist bei sehr kurzem Gebrauch 1,48 Volt. Die Unterhaltung des Stromes erfolgt durch Verbindung des Zinks mit Chlor zu Zinkchlorid; an der Kathode wird Ammoniak frei, während der Wasserstoff das Manganhyperoxyd unter Bildung von Wasser reduziert. Die chemischen Prozesse sind dargestellt durch die Gleichung $Zn + 2 NH_4 Cl + 2 Mn O_2 = Zn Cl_2 + 2 NH_3 + Mn_2 O_3 + H_2 O$, so daß das Element solange als konstant angesehen werden kann, als die Oxydation des freiwerdenden *H* durch den vorhandenen Braunstein genügend energisch erfolgt.

Man sieht, daß bei all diesen Elementen der Strom durch den Verbrauch von Zink erhalten wird. Verwendet man hierbei

chemisch reines Zink, so erfolgt die Zersetzung desselben nur bei geschlossenem Strome; benützt man dagegen käufliches Zink, so wird dieses schon im offenen Elemente durch die Säure zersetzt.

Man kann sich dies dadurch erklären, daß die Moleküle des ersteren von gleicher Art sind und deshalb zu elektrischen Vorgängen keine Veranlassung bieten, während im zweiten Falle neben Zinkmolekülen auch solche anderer Metalle sich finden und bei der Ungleichartigkeit dieser Moleküle an deren Oberflächen elektrische Spannungsdifferenzen auftreten werden. Da nun die Schwefelsäure die Pole leitend verbindet, sind somit alle Bedingungen zur Entstehung und Forterhaltung zahlloser elektrischer Ströme gegeben. Demnach wird somit die Auflösung irgend eines Metalles in einer Säure als elektrolytische Wirkung von elektrischen Strömen zu betrachten sein.

Um nun in den vorhergehenden beschriebenen Elementen das Zink nicht schon der Zerstörung dieser molekularen Ströme auszusetzen, macht man die Oberfläche dadurch möglichst homogen, daß man das verwendete Zink vor dem Gebrauche amalgamiert.

62. Akkumulatoren. Halten wir ein Daniell'sches Element längere Zeit geschlossen, so bildet sich einerseits in demselben durch Lösung von Zink Zinkvitriol, während andererseits Kupfer aus der vorhandenen Kupfervitriollösung unter Bildung von Schwefelsäure gefällt wird. Hierbei bildet Zn die Anode und Cu die Kathode.

Lassen wir in das gebrauchte Element nun einen andern elektrischen Strom beim Cu ein- und am Zink austreten, so scheidet sich an dem nun die Anode bildenden Kupfer SO_4 aus und bildet Kupfervitriol, während H_2 zur Zinkzelle wandert. In dieser zersetzt der Strom Zinkvitriol und fällt aus dieser Lösung unter Bildung von Schwefelsäure Zink, welches sich auf der Zinkkathode niederschlägt.

Man sieht, daß diese beiden Prozesse zusammen einen Kreisprozeß ausmachen können, das heißt: es kann der letztere Prozeß, der die Umkehrung des ersteren ist, von solcher Dauer gewählt werden, daß nach Vollendung der beiden Prozesse der Zustand im Elemente derselbe ist, wie vor Beginn derselben.

Denkt man sich den zweiten Prozeß zuerst ausgeführt, so verwandelt derselbe eine gewisse Menge elektrischer Energie in chemische Energie (er fällt Zink und löst Kupfer) und befähigt dadurch das Element, diese Energie beim umgekehrten Prozesse wieder in elektrische Energie zu verwandeln. Das gebrauchte Daniell-Element, Zink in Zinkvitriol und Kupfer in Schwefelsäure, ist also ein System, in welchem sich elektrische Energie in chemischer Form auf lange Zeit aufspeichern und nach Belieben wieder in elektrische Energie (Stromenergie) umsetzen läßt. Ein solches System nennt man einen Akkumulator.

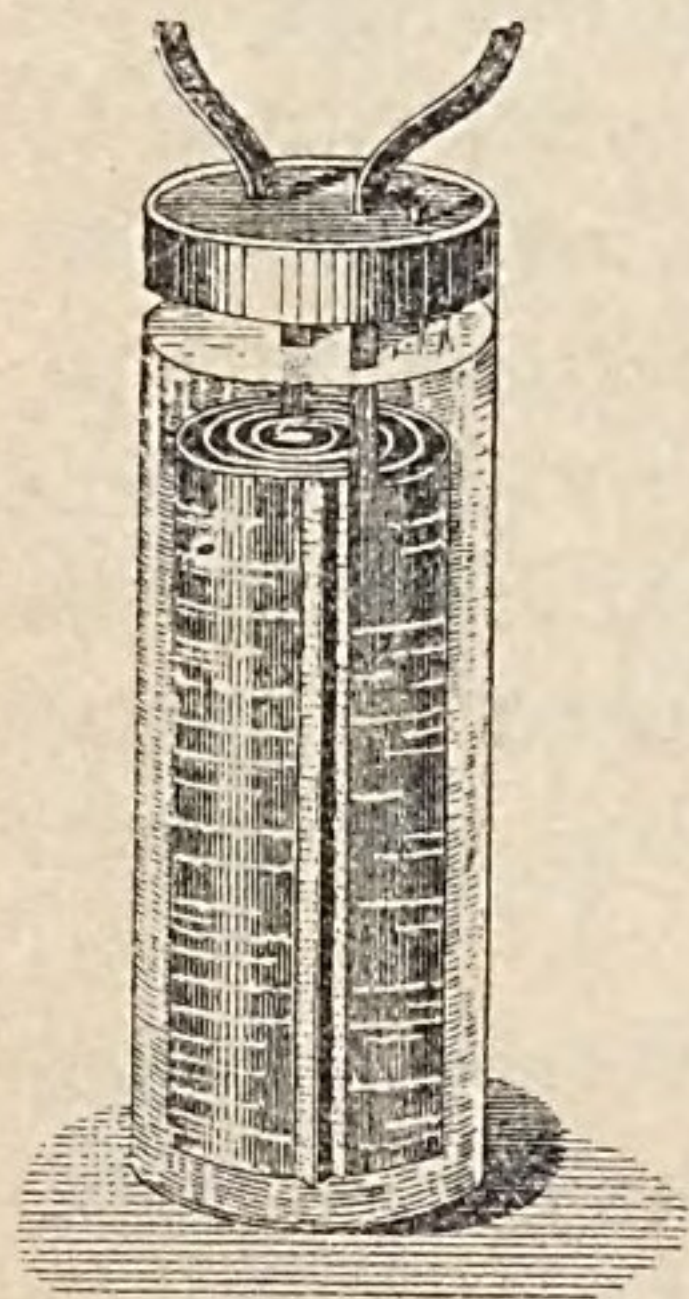
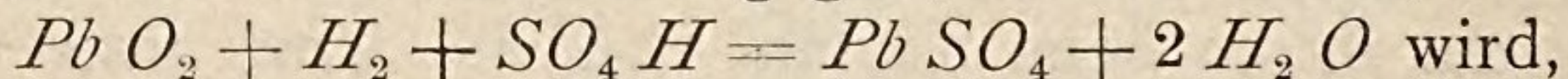


Fig. 57.

In der Praxis verwendet man bis jetzt Akkumulatoren (Fig. 57), in denen als metallische Leiter Bleiplatten benutzt werden, welche in vollständig reine, metallfreie 20%ige Schwefelsäure tauchen. Wenn die Akkumulatoren zur Stromentnahme fertig sein sollen, so muß die eine Bleiplatte mit einer Schichte von porösem schwammigen Blei und die andere mit einer solchen von porösem Bleisuperoxyd überzogen sein. Die letztere (braun) bildet den positiven, die erstere (weiß) den negativen Pol. Werden die beiden Pole leitend verbunden, so scheidet sich an der Kathode Wasserstoff aus, der mit

der vorhandenen Schwefelsäure zur Bildung von schwefelsaurem Blei und Wasser Veranlassung gibt, in der Weise, daß



während an der Anode sich SO_4 ausscheidet und mit Pb sich gleichfalls zu schwefelsaurem Blei vereinigt.

Eine solche Akkumulatorenzelle ist je nach ihrer Kapazität längere oder kürzere Zeit konstant und besitzt eine Spannung von 2 Volt. Ist diese durch den Gebrauch auf 1,8 Volt zurückgegangen, so würde sie bei noch längerem Gebrauche rasch abfallen und muß wieder durch einen Strom, der mindestens eine elektromotorische Kraft besitzt, welche größer ist als die Gegenkraft des Akkumulators (2,2 Volt pro Zelle, also $2,2 \cdot n$ Volt wenn n Zellen hintereinander geschaltet sind), geladen werden.

Hiebei muß der positive Pol des Stromes mit dem positiven des Akkumulators und der negative des Stromes mit dem negativen desselben verbunden werden, dann scheidet sich am ersteren SO_4 aus, welches mit dem vorhandenen Wasser zur Bildung von Bleisuperoxyd und Schwefelsäure Veranlassung gibt, indem

$Pb\ SO_4 + SO_4 + 2\ H_2\ O = Pb\ O_2 + 2\ SO_4\ H_2$ wird, während am negativen Pol sich Wasserstoff ausscheidet und die Bildung von schwammigem Blei und Schwefelsäure veranlaßt.

Wird diese Ladung so weit fortgesetzt, bis alles schwefelsaure Blei verschwunden ist, was sich durch Aufsteigen von Wasserstoff- und Sauerstoffgas an den Elektroden anzeigt, so ist dieselbe beendet und der Akkumulator kann wieder gebraucht werden.

Um einen solchen Akkumulator zum Gebrauch fertig zu machen, werden die Elektroden aus Bleigittern hergestellt. Man streicht oder preßt sodann in die Zwischenräume der positiven Platten Mennige und verwandelt dieses durch Elektrolyse in Bleisuperoxyd, während man in die Zwischenräume der negativen Platte Bleiglätte, vermischt mit Bindemitteln, bringt. Die chemischen Prozesse vollziehen sich dann sowohl bei der Entladung, als bei der Ladung nur in diesen Schichten (aktive Masse), während die festen Bleigitter lediglich zur Leitung dienen.

Da bei der Ladung die geschilderten chemischen Prozesse eine entsprechende Zeit beanspruchen, so darf dieselbe nicht zu rasch ausgeführt werden. Dasselbe gilt auch für die Entladung; hiebei ist namentlich das Herabfallen der aktiven Masse und eine ständige, hiedurch bewirkte Schwächung bei Entnahme eines zu starken Stromes zu fürchten. Es ist deshalb die Stromstärke sowohl bei der Ladung, als bei der Entladung von den Fabriken, welche die Akkumulatoren liefern, anzugeben.

Die Kapazität beträgt für die meisten Akkumulatoren 4—8 Ampèrestunden pro Kilogramm Plattengewicht d. h. es kann ein Strom von 8 Ampère 1 Stunde lang oder ein Strom von 2 Ampère 4 Stunden dem Sammler entnommen werden,

bis seine Spannung um 10% abfällt, und er wieder geladen werden muß.

Da bei der Entladung die Schwefelsäure beständig verdünnt wird, so gibt auch eine aräometrische Messung den Stand an, wie weit die Entladung bereits vorgeschritten ist.

Während die Strommenge, die in einem Sammler aufgespeichert wird, nahezu vollständig (gewöhnlich 97%) wieder gewonnen werden kann, geht ein Teil der aufgespeicherten Energie verloren, da jeder Akkumulator bei höherer Spannung geladen als entladen wird. Man drückt diese Erscheinung kurz in dem Satze aus: der Wirkungsgrad in Ampèrestunden beträgt 97%, der Wirkungsgrad in Wattstunden 77—83%.

Daß das schwammige Blei von der Schwefelsäure nur solange angegriffen wird, als der Strom geschlossen ist, hat seinen Grund darin, daß, solange der Strom geschlossen ist, an dem Blei nur SO_4 ausgeschieden wird und sich mit ihm zu $Pb SO_4$ verbindet, während H_2 zur Kathode wandert; daß aber bei unterbrochenem Strome durch die Wirkung lokaler Ströme an demselben außer SO_4 auch H_2 sich ansetzt und dasselbe gegen weiteren Angriff schützt.

63. Ohm'sches Gesetz. Denken wir uns die Enden eines l cm langen prismatischen Metallstabes auf den beiden konstanten Temperaturen t_1 und t_0 erhalten, so fließt ein Wärmestrom von der höheren Temperatur t_1 nach der niedrigeren t_0 und die in einer Sekunde durch einen Querschnitt gehende Wärmemenge Q ist, wenn seitlich kein Wärmeverlust stattfindet, proportional dem Querschnitt q , dem auf die Längeneinheit treffenden Temperaturunterschiede $\frac{t_1 - t_0}{l}$ und der Leitungsfähigkeit k des betreffenden Metalls. Es ist also

$$Q = k q \cdot \frac{t_1 - t_0}{l} = \frac{t_1 - t_0}{\frac{l}{k q}}.$$

Nennt man den Nenner $\frac{l}{k q}$ den Leitungswiderstand w , so ist

$$Q = \frac{t_1 - t_0}{w}.$$

Ohm hat dieses Gesetz der Wärmeleitung auf die Fortpflanzung der Elektrizität übertragen und durch Messungen gefunden, daß die Intensität eines elektrischen Stromes $\mathcal{J}$ d. i. die in einer Sekunde durch einen Querschnitt eines Leiters fließende Elektrizitätsmenge

$$\mathcal{J} = \frac{V_1 - V_0}{W} \text{ ist,}$$

wobei V_1 und V_0 die an den Enden des Leiters bestehenden Potentiale und W den Widerstand desselben bedeuten. Letzterer ist bestimmt als:

$$W = \frac{l}{kq} = \frac{\text{Länge}}{\text{Leitungsfähigkeit. Querschnitt}}$$

Setzen wir in obiger Gleichung $\mathcal{J} = 1$ Ampère und $V_1 - V_0 = 1$ Volt, so ergibt sich als Einheit des Widerstandes, für welche man die Bezeichnung Ohm (Ω) gewählt hat, der Widerstand, in welchem die elektromotorische Kraft 1 Volt einen Strom von 1 Ampère zu erzeugen vermag. Da

$$W = \frac{V}{\mathcal{J}} = \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Länge}} : \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Zeit}}{\text{Länge}} \text{ ist,}$$

kann demnach ein Widerstand als der reciproke Wert einer Geschwindigkeit aufgefaßt werden.

Der von 20 Daniell à 1,1 Volt erzeugte und durch einen 3 Kilometer langen und 2 qmm dicken Kupferdraht geleitete Strom hat, da Kupferdraht von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt einen Widerstand von 0,0172 Ω bietet, die Stärke:

$$\mathcal{J} = \frac{22 \cdot 2}{0,0172 \cdot 3000} = 0,85 \text{ Ampère.}$$

64. Hintereinander gereihte Leiter. Sind zwei Elektroden durch eine Kette aus verschiedenen Leitern mit den Widerständen $r_1, r_2, r_3 \dots$ verbunden, und wirken in diesen die elektromotorischen Kräfte $e_1, e_2, e_3 \dots$, so hat der in dem geschlossenen Kreise fließende Strom überall die gleiche Stärke i und die gleiche Richtung.

Es ist deshalb $ir_1 = e_1, ir_2 = e_2, ir_3 = e_3 \dots$, woraus sich $i(r_1 + r_2 + r_3 + \dots) = e_1 + e_2 + e_3 + \dots$ ergibt.

Nennen wir den gesamten Widerstand der Kette R und die gesamte in ihm wirkende elektromotorische Kraft E , so ist auch $iR = E$.

Aus den beiden Gleichungen ergeben sich demnach die Sätze:

- a) In jedem Widerstande r , durch den ein Strom i geht, wird eine elektromotorische Kraft ir absorbiert.
- b) Der Widerstand von n hintereinander befindlicher Widerstände ist gleich ihrer Summe.
- c) Die Summe der elektromotorischen Kräfte in einem geschlossenen Stromkreise ist stets gleich der Summe der in seinen einzelnen Teilen wirkenden elektromotorischen Kräfte.

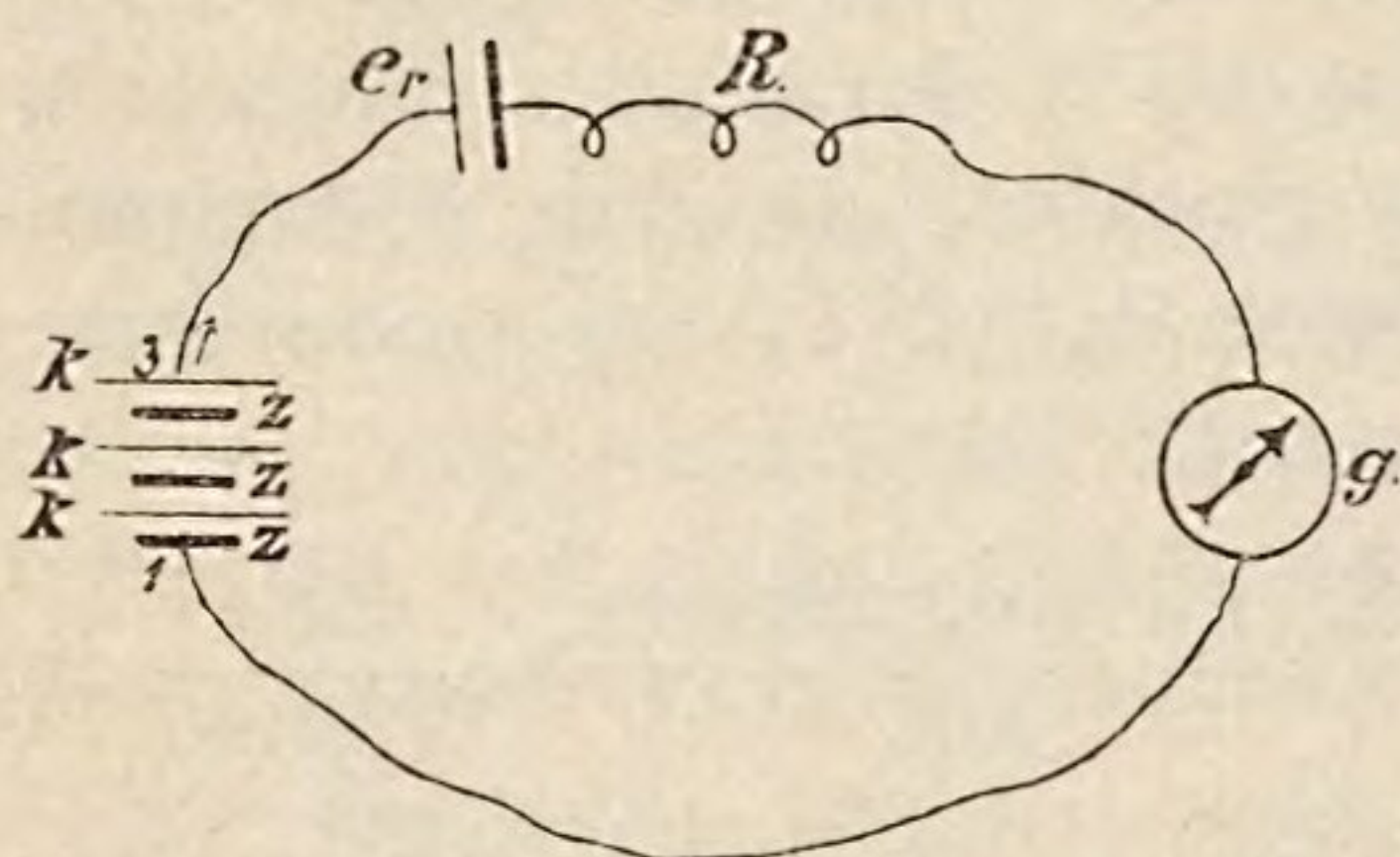


Fig. 58.

Betrachten wir einen Stromkreis, der außer drei hintereinander geschalteten Daniell-Zellen noch eine elektrolytische Zelle mit der Gegenkraft e_r und dem Widerstande R , sowie ein Galvanometer mit dem Widerstande G enthält (Fig. 58), so ist nach dem

vorigen die Resultante der elektromotorischen Kräfte $E = 3(Cu/Zn + Fl/Zn - Fl/Cu) - e_r$. Dieselbe bewegt,

$$\text{wenn } i = \frac{E}{\text{Summe der Widerstände}} \text{ bedeutet,}$$

i Coulomb pro Sekunde von der das Zink in der ersten Zelle umgebenden Flüssigkeit durch diese und die poröse Thonzelle hindurch zur Kupfersulfatlösung und durch sie zur ersten Kupferplatte, dann zur zweiten und dritten Zelle abermals vom Zink durch die Flüssigkeiten zum Kupfer, von hier aus durch den Leitungsdraht zur elektrolytischen Zelle, von dieser aus durch die Drahtwindungen des Galvanometers und wieder zum Zink zurück.

Der Strom muß also nicht bloß durch die außerhalb der Daniell-Batterie befindlichen Widerstände $R + G$, sondern

auch im Innern derselben durch die Flüssigkeiten und durch die poröse Thonzelle hindurch wandern. Diese letzteren Widerstände, die man im Gegensatze zu den vorigen die inneren Widerstände R_i nennt, sind nicht unbedeutend; sie sind bei kurzen Stromkreisen meistens sogar größer als die äußeren. So besitzt ein Daniell-Element einen inneren Widerstand von $1-2 \Omega$, ein Bunsen-Element $0,2 \Omega$, eine Akkumulatorzelle $0,03-0,1 \Omega$, ein mittleres Leclanché-Element $0,60 \Omega$.

Man kann den inneren Widerstand galvanischer Elemente dadurch verkleinern, daß man die beiden Elektroden einander nähert und sie von großer Oberfläche macht, weil dann der Strom eine kürzere Flüssigkeitsschicht und einen größeren Querschnitt zu durchwandern hat.

Da der innere Widerstand von n hintereinander geschalteten Elementen $R_i = n r_i$ beträgt, wenn wir den eines einzelnen r_i nennen, so findet zur Überwindung desselben ein Potentialverlust $= i R_i$ statt. Während also die Spannungsdifferenz an den Polen bei geöffnetem Strome E ist, beträgt die Potentialdifferenz an den beiden Polklemmen (die Klemmenspannung) nur $E - i R_i$, sobald der Strom geschlossen wird.

65. Nebeneinander gereihte Leiter. Sind zwei Elektroden A und B durch n Leiter miteinander verbunden, welche die Widerstände $r_1 r_2 r_3 \dots$ besitzen, so fließt, so lange die Elektroden die konstante Potentialdifferenz $a - b = E$ zeigen, durch

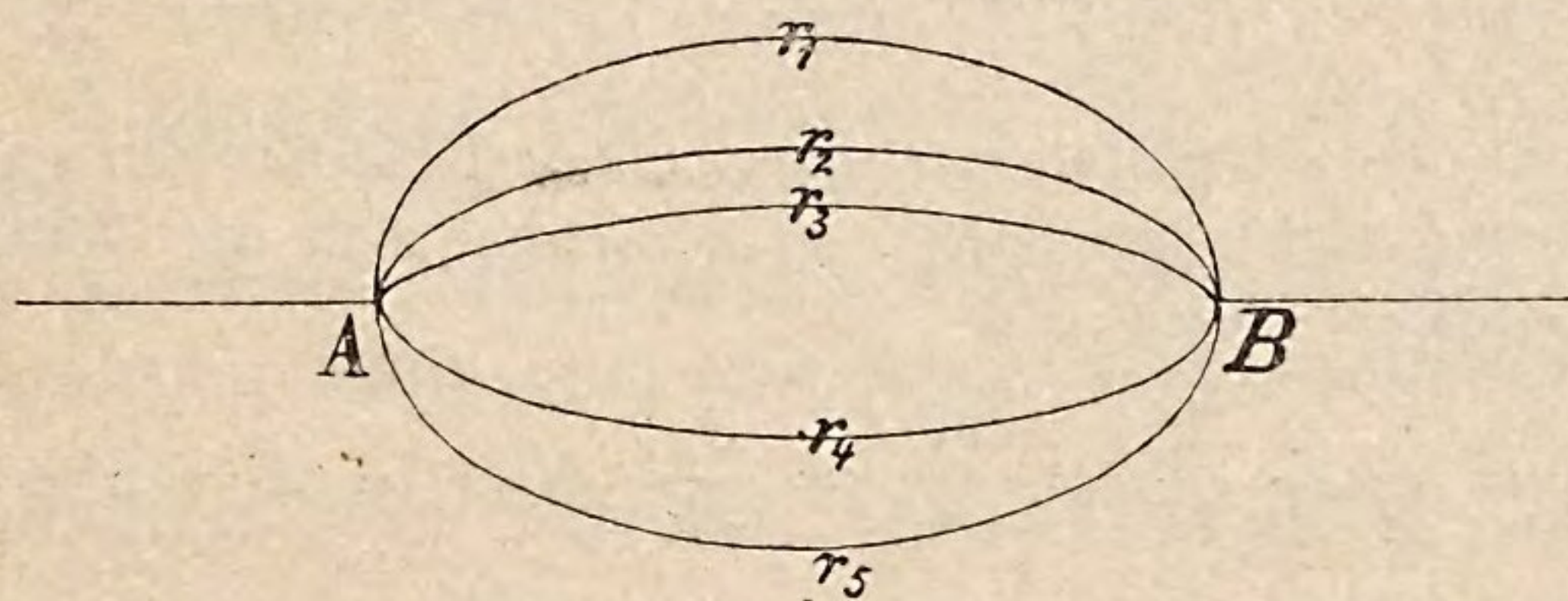


Fig. 59.

das gesamte Leitersystem ein Strom von der Stärke $\mathcal{I} = \frac{E}{R}$ wenn R der Gesamtwiderstand ist (Fig. 59).

Derselbe verteilt sich auf die n Wege in der Weise, daß die durch die einzelnen Leiter gehenden Ströme bzw. die Stärken haben:

$$i_1 = \frac{E}{r_1}, i_2 = \frac{E}{r_2} \text{ etc. und daß}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n = \mathcal{F} \text{ ist.}$$

Setzt man in die letzte Gleichung die entsprechenden Werte ein, so erhält man

$$\frac{E}{R} = \frac{E}{r_1} + \frac{E}{r_2} = \dots + \frac{E}{r_n} \text{ und}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}.$$

Nennt man den reciproken Wert des Leitungswiderstandes Leitungsfähigkeit, so sagt uns diese Gleichung, daß die Gesamt-leitungsfähigkeit von n nebeneinander geschalteten Widerständen gleich der Summe der Leitungsfähigkeiten der einzelnen Teile ist.

Schalten wir n Elemente, von denen jedes den inneren Widerstand r_i besitzt, nebeneinander, oder wie man auch sagt, parallel, indem man alle positiven Pole unter sich und alle negativen miteinander verbindet, so erhält man ein einziges Element, dessen elektromotorische Kraft so groß ist, wie die einer einzigen Zelle, dessen innerer Widerstand R_i aber sich berechnet

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_i} + \dots = \frac{n}{r_i} \text{ also } R_i = \frac{r_i}{n}.$$

Werden zwei Drähte, von denen einer 12Ω und der andere 15Ω besitzt, nebeneinander geschaltet, so berechnet sich der Widerstand R , den sie zusammen bieten, aus:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{27}{180} = \frac{3}{20}. \text{ Also ist } R = 6\frac{2}{3} \Omega.$$

66. Gruppierung der galvanischen Elemente. Hat man n Elemente, von denen jedes den inneren Widerstand r_i und die elektromotorische Kraft e besitzt, so liefert ein Element einen Strom

$$i = \frac{e}{r_i + r_a}, \text{ wenn } r_a \text{ den äußern Widerstand bedeutet.}$$

Schaltet man die n Elemente hintereinander, so liefern sie einen Strom:

$$i_h = \frac{n e}{n r_i + r_a}.$$

Werden sie aber parallel geschaltet, so hat der von ihnen erzeugte Strom die Stärke

$$i_p = \frac{e}{\frac{r_i}{n} + r_a}.$$

Ist nun der äußere Widerstand so klein, daß man ihn gegen den inneren vernachlässigen kann, so ist

$$i_h = \frac{n e}{n r_i} = \frac{e}{r_i}$$

also nicht größer, als der Strom einer einzigen Zelle, dagegen

$$i_p = \frac{e}{\frac{r_i}{n}} = \frac{n e}{r_i},$$

d. h. n mal so groß als der einer Zelle.

Ist dagegen, wie bei Telegraphenleitungen, r_a so groß, daß man den inneren Widerstand gegen r_a vernachlässigen kann, so ist $i_h = \frac{n e}{r_a}$ und $i_p = \frac{e}{r_a}$.

Im ersten Falle, also bei sehr kleinem äußeren Widerstande, ist deshalb die Parallelschaltung, bei sehr großem äußeren Widerstande dagegen die Hintereinanderschaltung vorteilhaft.

Die günstigste Gruppierung erhält man bei einem äußeren Widerstande r_a , wenn man aus den n disponibeln Zellen x Elemente hintereinander schaltet, von denen jedes aus $\frac{n}{x}$ nebeneinander geschalteten Zellen besteht, und das x so bestimmt, daß der nun gelieferte Strom

$$i = \frac{x e}{x \cdot \frac{r_i}{n/x} + r_a}$$

seinen größten Wert erhält. Dies ist der Fall, wie die Algebra

lehrt, wenn $x \cdot \frac{r_i}{n/x} = r_a$, d. h. wenn man den inneren Widerstand so groß macht, als der äußere ist.*)

Soll z. B. der stärkste Strom, den 12 Daniell, von denen jedes einen inneren Widerstand 1Ω besitzt, zu liefern vermögen, durch ein elektrolytisches Bad vom Widerstande $1,2 \Omega$ geschickt werden, so berechnet sich x aus der Gleichung

$$\frac{x^2 \cdot r_i}{n} = r_a, \text{ also } \frac{x^2 \cdot 1}{1,2} = 1,2, \text{ woraus } x^2 = 14,4 \text{ und } x = 4.$$

Man hat also aus den 12 Zellen 4 Elemente zu machen, von denen jedes aus 3 parallel geschalteten Daniell besteht, und sie hintereinander zu schalten.

67. Anwendungen des Ohm'schen Gesetzes. Hat man sechs Akkumulatorzellen, von denen eines eine elektromotorische Kraft von 2 Volt und einen innern Widerstand von $0,1 \Omega$ besitzt und soll mit ihnen ein Strom erzeugt werden, der in einem Voltameter vom Widerstande $0,6 \Omega$ in einer Stunde 2,8 L Knallgas von 0° und 760 mm ausscheidet, so muß dieser Strom, da 1 Ampère in einer Stunde 626 ccm Knallgas liefert, $\frac{2800}{626} = 4,50$ Ampère stark sein.

Macht man nun aus den sechs Zellen drei hintereinander geschaltete Elemente, von denen eines aus zwei nebeneinander geschalteten Zellen besteht, so besitzt der so erzeugte Strom, wenn die Wasserzelle eine Gegenkraft von 1,9 Volt besitzt, die Intensität

$$\frac{3 \cdot 2 - 1,9}{3 \cdot \frac{0,1}{2} + 0,6} = 5,46 \text{ Ampère.}$$

*) Der Bruch $\frac{a}{b+x}$ besitzt seinen größten Wert, wenn auch sein Quadrat am größten ist, wenn also

$$\frac{a^2}{b^2 + 2bx + x^2} = \frac{a^2}{b^2 - 2bx + x^2 + 4bx} = \frac{a^2}{(b-x)^2 + 4bx}$$

am größten ist, und dies ist der Fall, wenn man $b - x = 0$, also $x = b$ macht.

Man hat also vor oder hinter der Zelle noch einen Widerstand x einzuschalten, daß

$$\frac{4,1}{0,75 + x} = 4,5 \text{ wird, also } x = 0,15 \, \Omega.$$

Würde man parallel zu der elektrolytischen Zelle ein Galvanometer, dessen Widerstand 2mal größer als der des Bades ist, schalten, so hätte der Gesamtstrom in der Kette die Stärke

$$\mathcal{I} = \frac{4,1}{0,15 + \frac{0,6 \cdot 1,2}{1,8}} = 7,5 \text{ Amp.}$$

Hievon fließen $\frac{2}{3} \cdot 7,5 = 5$ Ampère durch das elektrolytische Bad und 2,5 Ampère durch das Galvanometer.

Bei Änderung der Stromquelle erhält man im gegebenen Falle die Stärke des Stromes in der Zelle, wenn man die am Galvanometer abgelesene mit 2 multipliziert.

Besitzt eine Glühlampe einen Widerstand von $75 \, \Omega$ und bedarf sie zum Weißglühen eines Stromes von 0,8 Ampère, so muß an den Enden derselben eine Spannungsdifferenz von 60 Volt bestehen. Hat die Elektrizitätsquelle, von der aus der Strom bezogen wird, eine Spannung von 100 Volt, so muß in den Stromkreis noch ein Widerstand w eingeschaltet werden, der 40 Volt absorbiert, der also bestimmt ist durch die Gleichung $w \cdot 0,8 = 40$, also $w = 50 \, \Omega$.

68. Widerstandsmessung. Im folgenden sollen die in der Praxis am häufigsten vorkommenden Aufgaben, Widerstände, elektromotorische Kräfte und Kapazitäten zu messen, behandelt werden. Die Zahl der Wege zur Lösung dieser Aufgaben ist sehr groß; je nach Bedarf ist in den einzelnen Fällen der eine oder der andere am zweckmäßigsten. Hier müssen wir uns darauf beschränken, nur anzudeuten, auf welche Weise solche Messungen überhaupt gemacht werden können.

Wie schon erwähnt, ist die Einheit für den Widerstand das Ohm, welches »legal« bestimmt ist als der Widerstand, den eine 1 qmm dicke Quecksilbersäule von 106,3 cm Länge bei 0° bietet. Will man in einen Stromkreis bestimmte Widerstände einschalten, so benützt man als solche Drähte, welche einen

großen spezifischen Widerstand und eine geringe Abhängigkeit von der Temperatur besitzen, meistens aus Kupfer-Nickel- oder Kupfer-Mangan-Legierungen. Dieselben werden zum bequemen Gebrauch gewöhnlich in einem Kasten (Widerstandskasten) in folgender Weise angeordnet. Man befestigt auf dem Deckel eines prismatischen Kastens eine Reihe von isolierten Messingstücken (Fig. 60) und verbindet je zwei benachbarte derselben durch einen Draht von solcher Länge, daß er genau einen beabsichtigten

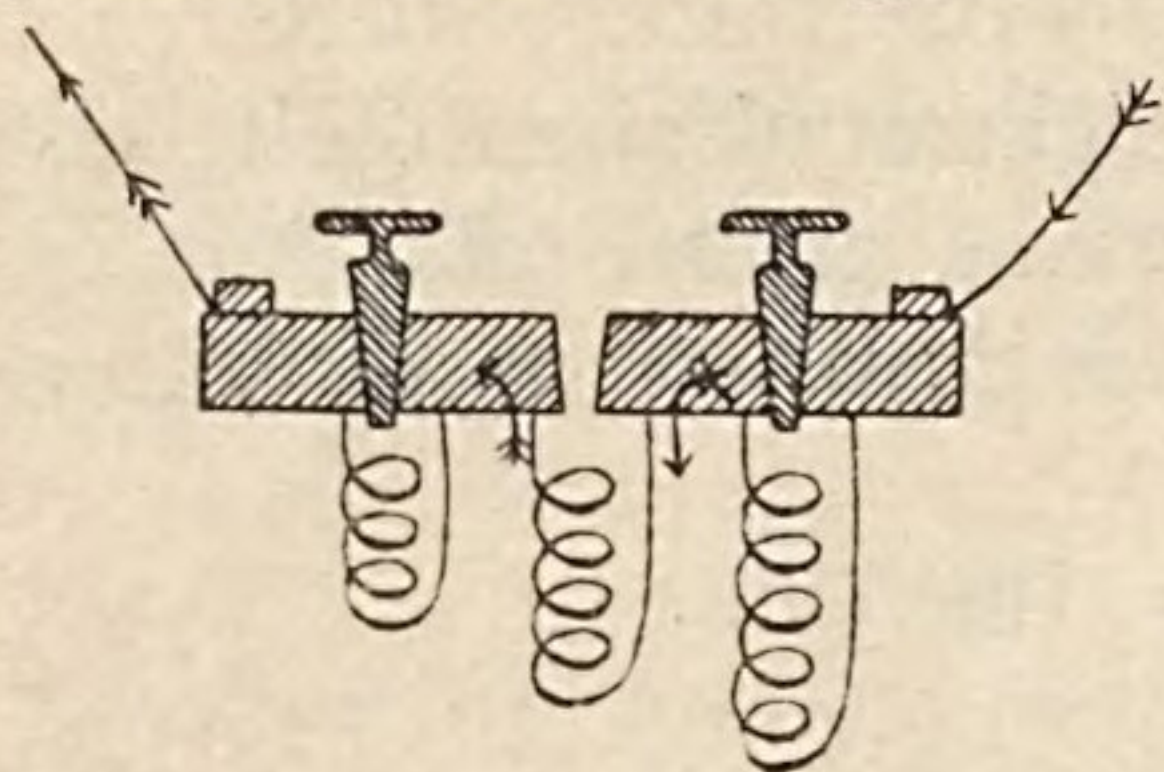


Fig. 60.

Widerstand bietet. Zur Vermeidung von (später zu beschreibender) Selbstinduktion wird jeder Draht vorher in der Mitte geknickt und doppelt auf eine Rolle aufgewunden. Zwischen je zwei Messingklötzen kann noch eine zweite Verbindung hergestellt werden durch konisch geschliffene Messingstöpsel. Verbindet man nun die äußersten Messingstücke mit den Elektroden einer Stromquelle und sind alle Messingstöpsel eingesteckt, so sind alle Widerstandsrollen aus dem Stromkreise ausgeschaltet und der Strom geht durch die keinen wesentlichen Widerstand bietenden Messingstücke. Wird aber ein Stöpsel herausgezogen, so muß derselbe die verbindende Rolle durchlaufen und den von ihr gebotenen Widerstand überwinden. Es werden gewöhnlich eine Reihe von Drähten mit den Widerständen 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200, 500 etc. Ohm in einem Kasten vereinigt, so daß man im stande ist, jede beliebige Anzahl Ohm in den Stromkreis einzuschalten. Außer solchen Widerstandskästen werden auch Rheostaten von nebenstehender Form (Fig. 61) gebraucht.

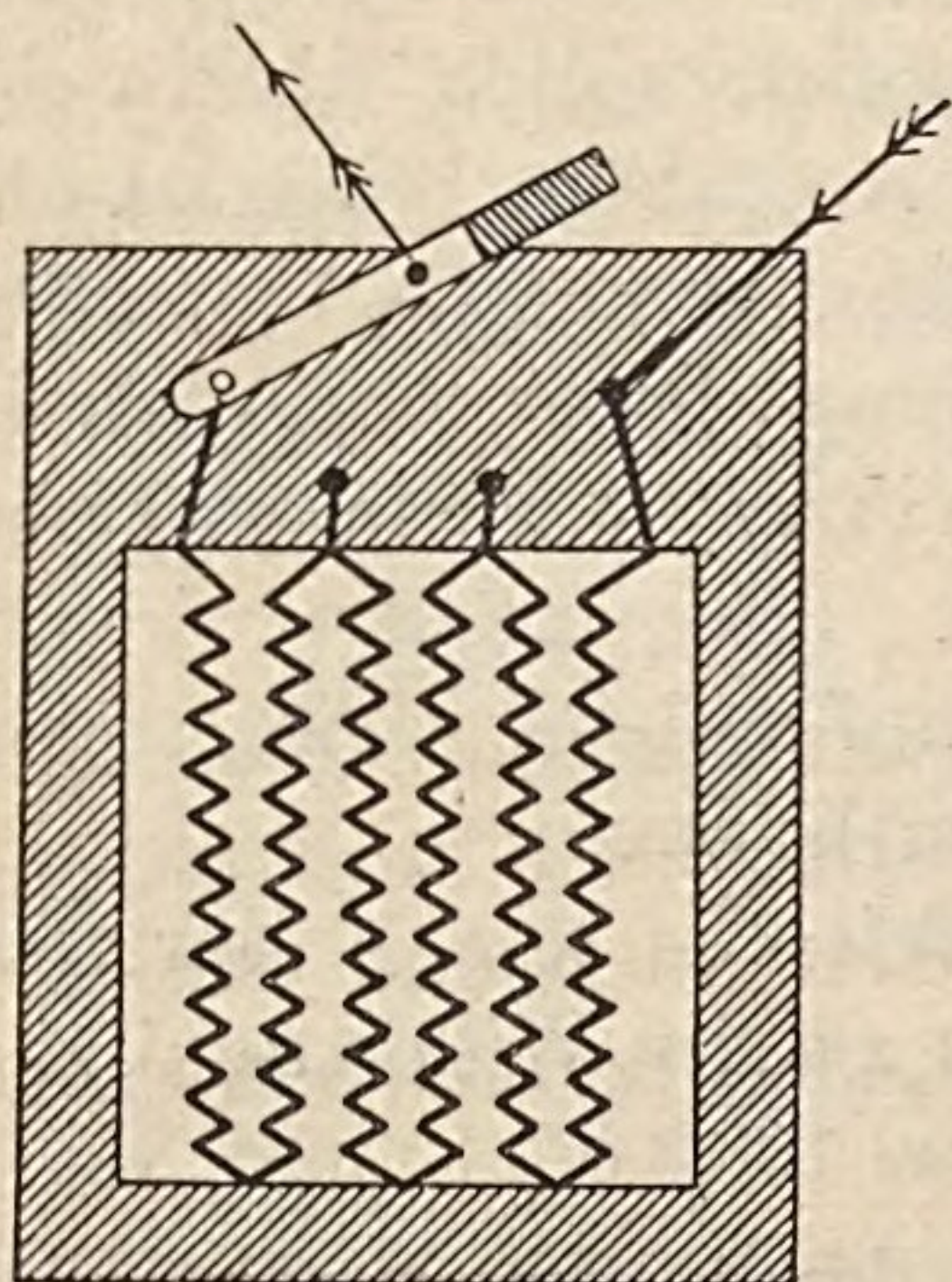


Fig. 61.

Will man einen unbekannten Widerstand abgleichen, so schaltet man denselben in einen Stromkreis,

der auch ein Galvanometer enthält, und sieht, um welchen Winkel der Strom die Magnetnadel ablenkt. Hierauf wechselt man den Widerstand aus mit einem Rheostaten und schaltet so viele Einheiten desselben ein, daß die Nadel wieder um denselben Winkel abgelenkt wird. Der hiezu notwendige Rheostatenwiderstand ist dann dem zu messenden gleich.

Am häufigsten benützt man zur Messung von Widerständen die Wheatstone'sche Brücke (Fig. 62), welche aus einer Zweigleitung BA und DC und dem Brückendraht MN besteht. Sind A und C zwei konstante Widerstände w_1 und w_3 , $B = w_2$ ein Rheostat und $D = w_4$ ein zu messender Widerstand, und schickt man den von der Zelle Z/C erzeugten Strom durch P über Q in die Brücke, so werden M und N in der Regel verschiedenes Potential haben. Deshalb wird entweder in der Richtung MN oder NM ein Strom durch die Brücke fließen und durch Ablenkung der Nadel des eingeschalteten Galvanometers angezeigt werden. Es kann aber auch der

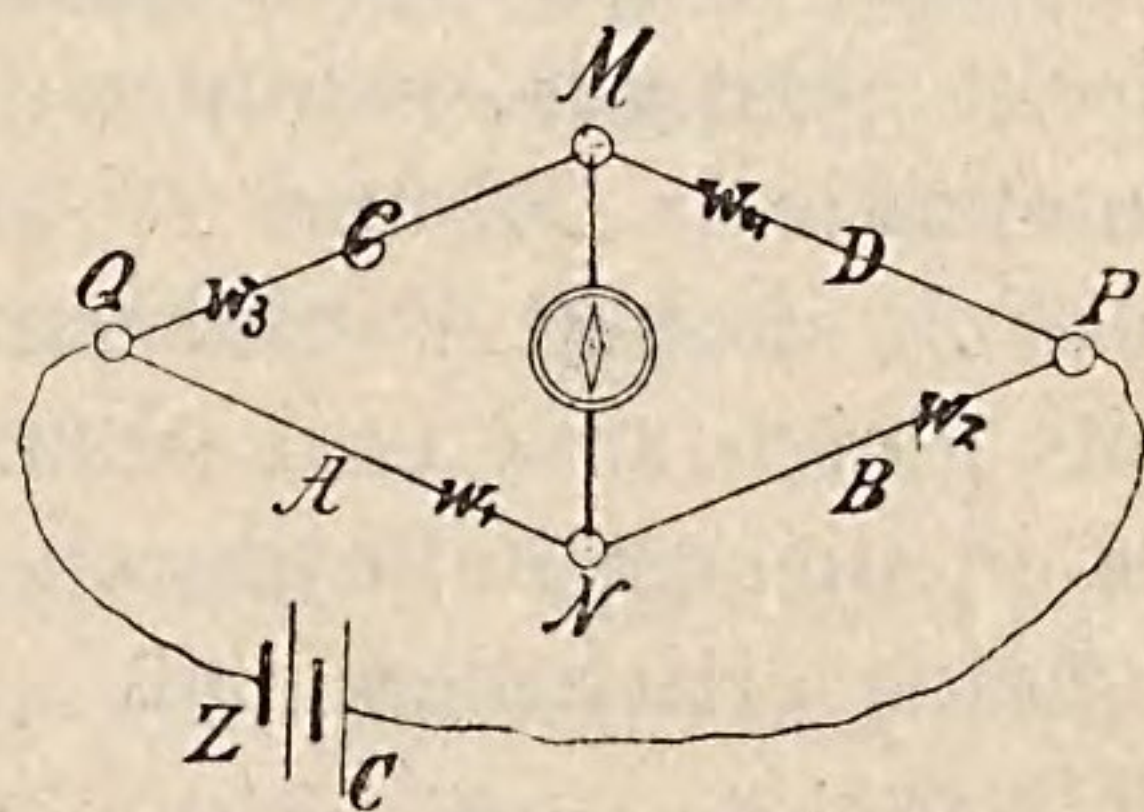


Fig. 62.

Widerstand w_2 des Rheostaten so gewählt werden, daß M und N gleiches Potential besitzen und infolgedessen das Galvanometer die Ablenkung Null zeigt (Nullmethode). Um die Bedingung hiefür zu erfahren, können wir die aus dem Ohm'schen Gesetze folgenden Kirchhoff'schen Sätze anwenden:

1. An jedem Verzweigungspunkt ist die Summe der (zu- und abfließenden) Stromstärken Null, weil sonst eine Anhäufung von Elektrizität bei längerem Stromschlusse stattfinden müßte.

2. In einem beliebig in sich geschlossenen Teile der Leitung ist die Summe der elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Produkte aus den Widerständen und den sie durchfließenden Strömen, wie oben (Kap. 64) bereits bewiesen wurde.

Nennen wir den Strom außerhalb der Zweigleitung $\mathcal{I}$, in den Zweigen A, B, C, D bzw. i_1, i_2, i_3, i_4 und in der Brücke i ,

ferner die Klemmenspannung der Zelle E , so bestehen die beiden Systeme von Gleichungen:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= i_2 + i_4 & i_2 w_2 + i_1 w_1 &= E \\ \mathcal{F} &= i_1 + i_3 & i_4 w_4 + i_3 w_3 &= E \\ i_4 &= i + i_3 & i_4 w_4 + i G - i_2 w_2 &= 0 \\ i_1 &= i + i_2 & i G + i_1 w_1 - i_3 w_3 &= 0 \end{aligned}$$

Soll $i = 0$ werden, so bedingen diese beiden Systeme

$$\begin{aligned} i_3 &= i_4 & i_4 w_4 &= i_2 w_2 \text{ woraus } i_4 w_4 = i_2 w_2 \\ i_1 &= i_2 & i_1 w_1 &= i_3 w_3 & i_4 w_3 &= i_2 w_1 \end{aligned}$$

und $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ folgt.

Zu obiger Bedingungsgleichung können wir aber auch direkt gelangen, wenn wir bedenken, daß bei Gleichheit der Potentiale in M und N auch die elektromotorischen Kräfte in PM und PN einerseits, sowie in MQ und NQ anderseits gleich sind und deshalb $i_4 w_4 = i_2 w_2$ und $i_3 w_3 = i_1 w_1$ ist. Da in diesem Falle durch MN kein Strom fließt, so ist auch sogleich ersichtlich, daß $i_4 = i_3$ und $i_2 = i_1$. Es folgt also abermals $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$.

Ist z. B. $A = 10$ Ohm, $C = 100$ Ohm und muß man $B = 247$ Ohm wählen, um MN stromlos zu machen, so ist

$$D = \frac{100 \cdot 247}{10} = 2470 \Omega.$$

Wählt man $A = 1000$ und $C = 1$ und hat man im Rheostaten 4 Ohm auszuschalten, so ist $D = \frac{4 \cdot 1}{1000} = 0,004 \Omega$.

Man sieht, wie mit der Brücke große wie kleine Widerstände durch Vergleichung mit bekannten Widerständen gemessen werden können.

Man hat auf solche Weise für den spezifischen Widerstand eines m/mm^2 Drahtes für reine Metalle bei 18°C nachstehende Werte gefunden: Für Silber 0,016 Ω , Kupfer 0,0172, Platin 0,14, Quecksilber 0,958, Gaskohle 50 Ω , Nickelin 0,42, Eisen 0,09—0,15, Antimon 0,45.*)

Es zeigte sich, daß diejenigen Metalle, welche die Wärme gut leiten, in demselben Verhältnisse auch die Elektrizität gut leiten.

*) Die Werte sind der Tabelle aus Kohlrausch's prakt. Physik entnommen.

Bei zunehmender Temperatur ist der Widerstand eines Drahtes =

$$\frac{k l}{q} \left[1 + \alpha (t - 18) \right]$$

wobei α für reine feste Metalle etwa 0,004, für Quecksilber 0,0009 beträgt.

Für einige Legierungen aus Kupfer-Mangan und Kupfer-Nickel sowie Kupfer-Nickel-Mangan ist der Widerstand von der Temperatur ganz unabhängig, also $\alpha = 0$. Diese Legierungen werden daher zu Rheostatenwiderständen benützt. Bei der Kohle nimmt der Widerstand mit der Temperatur ab. Der Kohlenfaden einer Glühlampe, der bei gewöhnlicher Temperatur 230 Ω hatte, zeigte weißglühend nur einen Widerstand von 150 Ω .

Elektrolytische Flüssigkeiten leiten viel schlechter als Metalle; so ist z. B. das Leitungsvermögen von 20%iger Schwefelsäure bei 18° 61,1 Milliontel von dem des Quecksilbers bei 0°. Bei steigender Temperatur wird deren Leitungswiderstand kleiner. Für 1° nimmt er um ca. 2,5% ab.

69. Ermittlung elektromotorischer Kräfte. Will man elektromotorische Kräfte in einem Leiter, also die Potentialdifferenz zwischen seinen Enden, mit einer bekannten elektromotorischen Kraft eines konstanten Elementes vergleichen, so sind hiezu die früher beschriebenen empfindlichen Elektrometer, welche nur zum Messen sehr kleiner Potentialdifferenzen gehören, nicht geeignet. In diesem Falle verbindet man nacheinander die Klemmen des Elementes und die Enden des Leiters mit einem Galvanometer, welches einen sehr großen Widerstand W , etwa 3000 Ohm, besitzt, und beobachtet die Ausschläge der Nadel, welche, wie später gezeigt werden wird, ein Maß für die Stromstärke sind. Nach dem Ohm'schen Gesetze verhalten sich dann die elektromotorischen Kräfte wie die am Galvanometer abgelesenen Stromstärken. Ist das Galvanometer ein für allemal z. B. mittelst einer elektrolytischen Zelle in Volt geaicht (vergleiche Kap. 78), so kann man direkt die Spannungen in Volt ablesen. Ein solches Instrument heißt Voltmeter. Legt man ein solches an zwei Punkte eines Leiters an, so werden wegen des sehr großen Widerstandes im Nebenschlusse die Stromverhältnisse in der ersten Leitung nicht geändert.

Von den vielen möglichen Methoden möge noch eine Nullmethode hier Aufnahme finden.

Denkt man sich die Enden einer Akkumulator- oder Bunsenzelle B (Fig. 63) mit dem Nullpunkt und einem beliebigen anderen Punkte eines geradlinigen in z. B. 2000 gleiche Teile graduierten Meßdrahtes verbunden, so fällt das Potential an den Punkten des Drahtes von 0 an bis zum zweiten Berührungspunkt, der in der Figur ungefähr bei 1600 ist, gleichmäßig. (Die Potentialdifferenz zwischen Null und 1000 ist z. B. $i \cdot 1000 r$, wenn i die Stromstärke und r der Widerstand eines Teilstriches ist.) Verbindet man nun eine Maßzelle C mit 0 so, daß der von ihr ausgehende Strom durch ein eingeschaltetes Galvanometer nach 0 hin fließt und muß man das andere Ende dieser

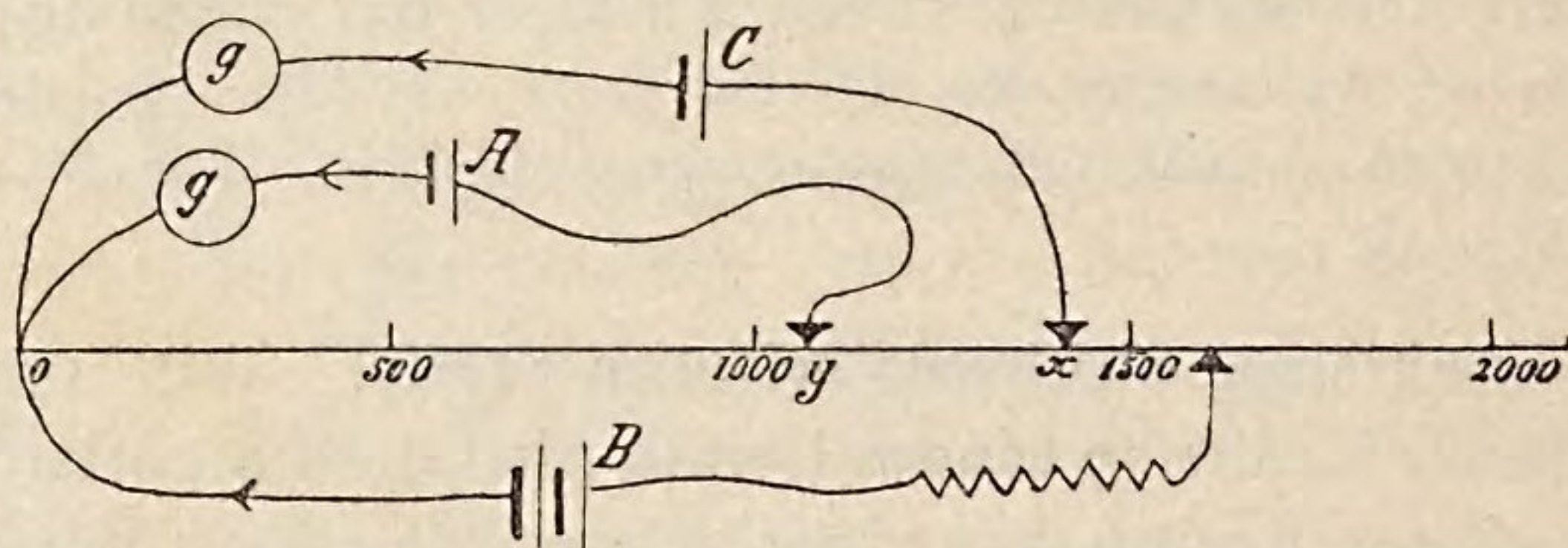


Fig. 63.

Zelle durch einen Draht mit einem x Teilstriche von Null entfernten Punkte des Meßdrahtes verbinden, damit das Galvanometer keinen Ausschlag gibt, so ist offenbar die von B herrührende Potentialdifferenz zwischen 0 und x so groß wie die Spannung der Maßzelle e .

Es ist also: $i \cdot x r = e$.

Verbindet man in gleicher Weise die zu messende Zelle A mit Null und einem zweiten Punkte des Meßdrahtes, daß das in ihre Leitung eingeschaltete Galvanometer gleichfalls keinen Ausschlag zeigt, so ist deren elektromotorische Kraft $E = i y r$, wenn der zweite Punkt um y Teilstriche von Null entfernt ist.

Es ist also: $E : e = y : x$.

In der Figur ist $E : e = 1100 : 1400$.

Weiß man, daß C eine elektrische Kraft von 1,4 Volt besitzt, so ist die Spannung von $x = 1,1$ Volt.

Besitzt der obige Meßdraht einen sehr großen Widerstand, so kann man durch ihn auch Ströme von hoher Spannung leiten, ohne ihn abzuschmelzen. Leitet man den Strom einer elektrischen Maschine durch, indem man deren Pole mit 0 und 2000 verbindet, und muß man die Maßzelle C an die Punkte 0 und 20 anlegen, damit das Galvanometer keinen Ausschlag gibt, so ist die elektromotorische Kraft der Zelle $e = 20 r i$ und die Klemmenspannung der Maschine $E = 2000 r i$ also $E : e = 2000 : 20$; $E = 100 e = 140$ Volt.

70. Bestimmung der Kapazität eines Kondensators. Auch zur Lösung dieser Aufgabe soll nur eine Methode angegeben werden, um ersichtlich zu machen, wie man einen Kondensator mit einem zweiten von bekannter Kapazität vergleichen kann.

Ersetzt man in der Anordnung der Wheatstone'schen Brücke zwei Widerstände durch die zwei Kondensatoren C_1 und C_2 und reguliert den Rheostaten r_2 so, daß beim Öffnen und Schließen der Kette durch das Galvanometer kein Strom fließt, so ist dies nur möglich, wenn die Enden der Brücke, also auch die inneren Belege der beiden Kondensatoren, während ihrer Ladung gleiches Potential V_1 besitzen. Wegen ihrer Verbindung haben auch die äußeren Belege das gleiche Potential V_2 . Kennen wir deren Kapazitäten C_1 und C_2 und deren Ladungen Q_1 und Q_2 , so ist (Fig. 64)

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = V_1 - V_2.$$

Da aber die in gleichen Zeiten, nämlich während des Stromschlusses erfolgten Ladungen den Intensitäten der beiden Zweigströme i_1 und i_2 proportional sind und diese bestimmt sind durch

$$i_1 = \frac{e}{r_1} \quad i_2 = \frac{e}{r_2}$$

wenn e der Spannungsunterschied zwischen Anfang und Ende

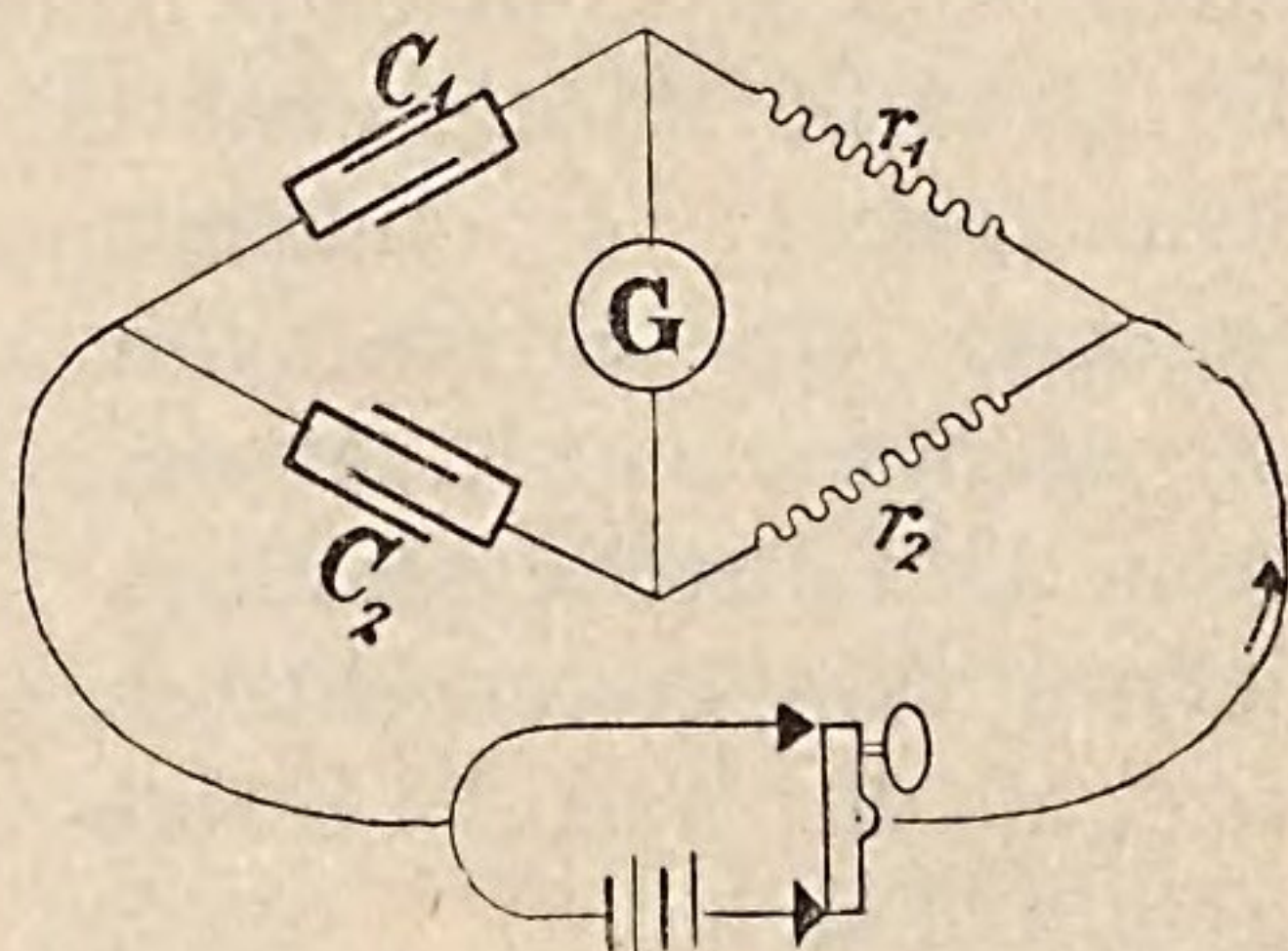


Fig. 64.

der Widerstände r_1 und r_2 ist, so ergibt sich als Bedingung für den Galvanometerausschlag Null:

$$C_1 : C_2 = Q_1 : Q_2 = i_1 : i_2 = r_2 : r_1 \text{ also } C_1 : C_2 = r_2 : r_1.$$

Die zur Ermittlung der Kapazität eines Leiters erfundenen Methoden lösen auch die Aufgabe, die Dielektrizitätskonstanten verschiedener Medien miteinander zu vergleichen, indem man verschiedene Kondensatoren, die sich nur durch das angewandte Dielektrikum voneinander unterscheiden, vergleicht.

71. Thermoelektrizität und Peltiereffekt. Peltier hat die Entdeckung gemacht, daß ein elektrischer Strom, der zwei zusammengelötete Stäbe aus Wismut und Antimon durchfließt, die Lötstelle erwärmt oder abkühlt, je nachdem er vom Antimon zum Wismut oder umgekehrt fließt. Im ersteren Falle entwickelt er Wärme an der Lötstelle, im letzteren absorbiert er solche.

Dieser Vorgang läßt sich umkehren.

Ein in den Stromkreis eingeschaltetes Galvanometer zeigt einen vom Wismut zum Antimon fließenden Strom an, wenn die Lötstelle stärker erwärmt wird als die übrigen Teile des Stromkreises; es entsteht dagegen ein Strom von entgegengesetzter Richtung, wenn die Lötstelle auf einer tieferen Temperatur erhalten wird, als der Rest der Stromleitung (Fig. 65).

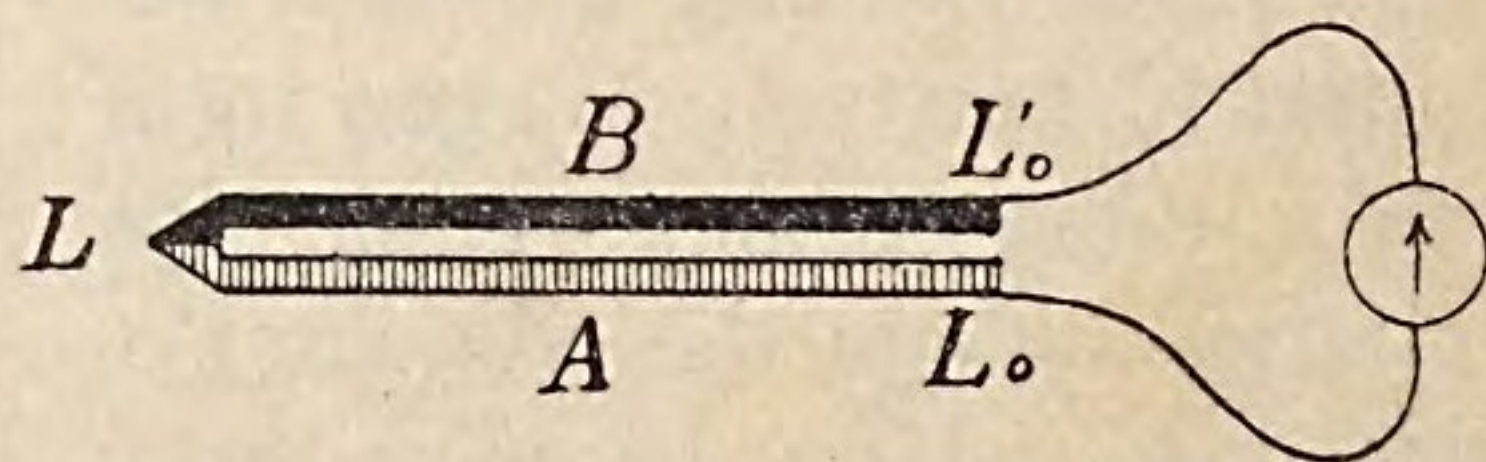


Fig. 65.

Die gleichen Erscheinungen, nur in geringerer Stärke, zeigen sich auch, wenn anstatt Wismut und Antimon andere Metalle benützt werden.

Verbindet man eine sehr große Zahl von Metallpaaren und erhält man die einen Lötstellen auf einer höheren Temperatur als die anderen, so zeigen sich Ströme, die für kleinere Temperaturdifferenzen denselben proportional sind.

Gülcher hat diese thermoelektrische Erscheinung auch zur Erzeugung stärkerer Ströme benützt. Die von ihm konstruierte Thermosäule besteht aus einer sehr großen Anzahl

auf einer Schiefertafel stehender Nickelröhrchen, auf welche mit einer Antimonlegierung gefüllte Hülsen aufgesetzt sind. Letztere werden erhitzt durch Verbrennung von Gas, welches durch die Nickelröhren zugeführt wird. Die einzelnen Elemente sind verbunden durch Kupferbleche von großer Oberfläche, wodurch eine heftige Wärmeausstrahlung bewirkt und hiemit die Überführung der Wärme von den heißen zu den kalten Verbindungsstellen verhindert werden soll.

Mit einer solchen Säule, bestehend aus 66 hintereinander geschalteten Elementen, läßt sich eine Spannung von 4 Volt erzeugen.

72. Joule'sche Wärme. Wenn ein elektrischer Strom von der Stärke $\mathcal{J}$ einen Leiter durchfließt, dessen Enden die Potentialdifferenz E zeigen, so ist der Verlust an elektrischer Energie in diesem Leiter in t Sekunden $= E \mathcal{J} t$ Watt. Hat der Strom keine mechanische Arbeit zu leisten, so wird der gesamte Energieverlust in Wärme umgesetzt. In welcher Weise dieser Verlust vom Widerstand des Leiters R abhängt, ersehen wir, wenn wir $\mathcal{J} = \frac{E}{R}$ setzen, wodurch wir erhalten:

$$W = E \mathcal{J} t = \mathcal{J}^2 R t.$$

Dieses Gesetz wurde von Joule auch durch Versuche bestätigt, wie bereits in Kap. 60 erwähnt wurde.

Fließt also ein Strom von 1 Ampère durch einen Leiter von 1 Ω Widerstand, so ist der Energieverlust in einer Sekunde:

$$1 \text{ Volt-Coulomb} = 10^7 \text{ Erg} = \frac{10^7}{42.106} = 0,24 \text{ gr Kalorien.}$$

Fließt ein Strom von $\mathcal{J}$ Ampère durch einen Widerstand R Ohm, so entwickelt derselbe in t Sekunden eine Wärmemenge:

$$W = 0,24 \mathcal{J}^2 R t \text{ gr Kalorien.}$$

Ist also die Leitung aus verschiedenen hinter einander geschalteten Drähten zusammengesetzt, so wird derjenige von ihnen am meisten erwärmt, der den größten Widerstand besitzt. Diese Erwärmung kann bei hinreichend starkem Strome so intensiv werden, daß der Draht rot- oder weißglühend wird und sogar abschmilzt.

Ist die Erwärmung eines Drahtleiters von der Länge l , dem Durchmesser d und dem spezifischen Leitungswiderstande s (bei gewöhnlicher Temperatur) stationär geworden, dann ist die in einer Sekunde von dem Strome i ihm zugeführte Joulesche Wärme gleich der von seiner Oberfläche an die Umgebung ausgestrahlten. Nehmen wir an, dieselbe sei dem Temperaturunterschied des Drahtes und der Umgebung t sowie der Oberfläche des Drahtes proportional und nennen wir den Proportionalitätsfaktor K , den Temperaturkoeffizienten von s aber α , so ist t bestimmt durch die Gleichung:

$$0,24 i^2 \frac{4 l s (1 + \alpha t)}{d^2 \pi} = K d \pi l t.$$

Hiemit läßt sich also bestimmen, bei welcher Temperatur z. B. ein Platindraht rot- oder weißglühend wird, sobald man die Thermokonstanten α und K für Platin kennt.

73. Glühlampen. Die vorzüglichste Anwendung findet die Umwandlung der elektrischen Energie in Wärme und Licht in der Beleuchtung durch Glühlicht- und Bogenlampen.

Die Glühlampen (Fig. 66) bestehen aus einem dünnen Kohlenfaden, welcher mit seinen beiden Enden an Platinfäden befestigt und in eine bis auf 0,2 mm Quecksilberdruck luft-

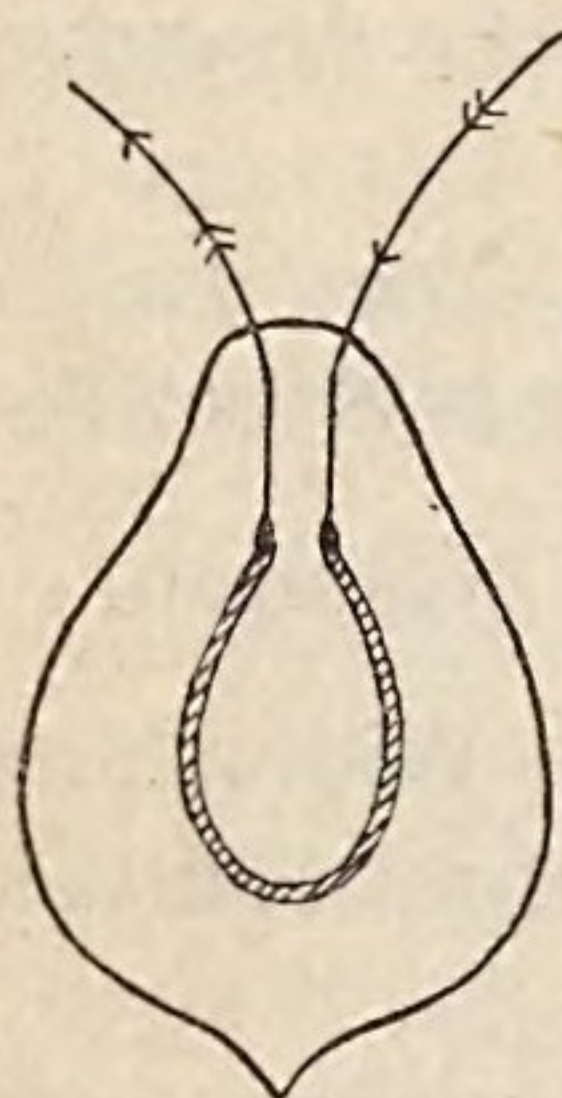


Fig. 66.

leer gemachte Glasbirne eingekittet ist. Wird durch den Kohlenfaden ein Strom geschickt, so wird derselbe wegen seines großen Widerstandes bis zur Weißglut erhitzt. Kohle hat hierbei die Eigenschaft, daß ihr Widerstand mit der Erhitzung abnimmt. Je nach den Dimensionen des Fadens darf die Stromstärke, ohne den Kohlenfaden zu gefährden, eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Da sich von dem Kohlenfaden stets kleine Kohlenteilchen lösen, so hat jede Lampe nur eine begrenzte Lebensdauer. Dieselbe wird durch einen zu

starken Strom bedeutend verkürzt.

Eine 16kerzige Lampe von 166Ω Widerstand hat bei einem von 100 Volt Spannung erzeugten Strome (0,6 Ampère), eine Lebensdauer von 1000 Brennstunden. Ihr Energie-

verbrauch beträgt hierbei pro Sekunde 60 Watt, also ist ihr spezifischer Verbrauch d. i. der Verbrauch an Energie für eine Kerzenstärke ca. 4 Watt. Bei einer höheren als dieser vorgeschriebenen Spannung wird zwar die Leuchtkraft bedeutend verstärkt, aber ihre Lebensdauer unverhältnismäßig mehr herabgesetzt. Die Leuchtstärke $\mathcal{J}$ ist erfahrungsgemäß $\mathcal{J} = C(ei)^3 = C' e^6$ d. h. proportional dem Kubus des Energieverbrauchs oder proportional der 6. Potenz der Spannung. Die Lebensdauer nimmt aber ab nahezu im Verhältnis der 25. Potenz der Spannung.

Lampen von größerer Leuchtstärke müssen aus dicken Kohlenfäden gemacht werden. Eine 500kerzige von 8Ω Widerstand und für 100 Volt verbraucht pro Sekunde die Energie von 1250 Watt, also pro Kerze 2,5 Watt. Nach angestellten Messungen ist ein spezifischer Verbrauch von 3,3 Watt in Bezug auf die Lebensdauer der Lampe am günstigsten.

Soll eine Reihe von Glühlampen durch denselben Strom erleuchtet werden, so werden sie parallel geschaltet (Fig. 67).

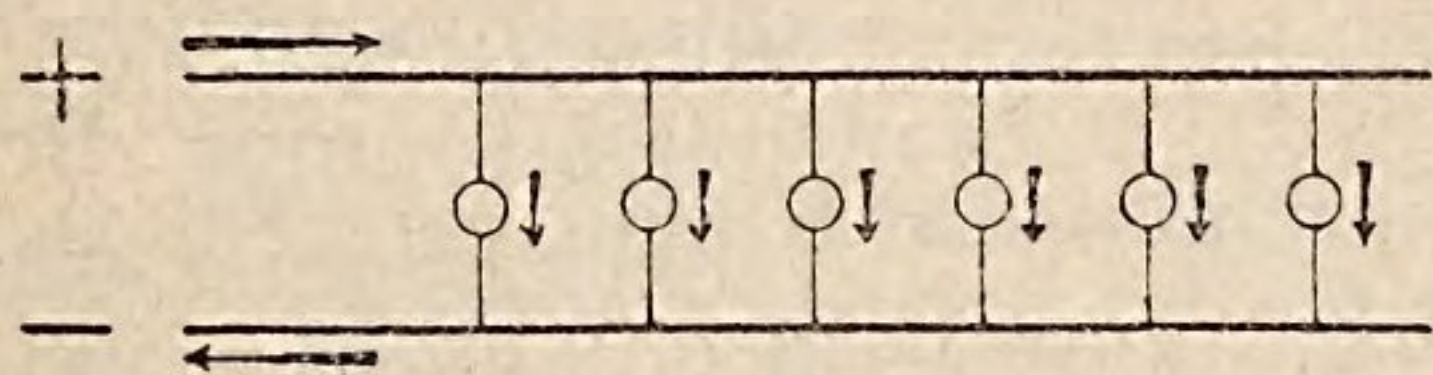


Fig. 67.

Brennt dann nur eine Lampe mit dem Widerstand ω , so ist bei einem Spannungsunterschied E auf beiden Seiten

der Lampe $\mathcal{J} = \frac{E}{\omega}$ und der

Verbrauch pro Sekunde $E \cdot \mathcal{J}$ Watt. Brennen alle n Lampen,

so ist bei der gleichen Spannung E der Strom $\mathcal{J}' = \frac{E}{\omega/n} = n \mathcal{J}$

und der Verbrauch $n E \mathcal{J}$. Da der Strom sich auf die n Lampen gleichmäßig verteilt, so hat der durch eine Lampe gehende Strom abermals die Stärke $\mathcal{J}$. Damit also eine beliebige Anzahl Lampen stets in gleicher Stärke brennen, muß man dafür Sorge tragen, daß die Spannungsdifferenz E zu beiden Seiten der Parallelschaltung konstant bleibt.

Würde man n Lampen hintereinander schalten, so müßte die Spannung für jede einzelne Lampe E , für die n Lampen also $n E$ sein. Der Strom wäre dann $\mathcal{J}'' = \frac{n E}{n \omega} = \mathcal{J}$ und der

Verbrauch $n E \cdot \mathcal{F}$, also ebenso groß wie bei der Parallelschaltung. Mit dieser Schaltung wäre aber der Nachteil verbunden, daß man bei einer großen Anzahl von Lampen eine sehr hohe Spannung benützen müßte, und überdies der Strom in der ganzen Leitung unterbrochen würde, wenn die Leitung in einer Lampe eine Störung erführe, falls eine weitere Sicherheit nicht getroffen wäre.

74. Bogenlampen. Schickt man durch zwei sich berührende Kohlenstäbe einen Strom von 4–12 Ampère, so geraten die sich berührenden Spitzen derselben ins Glühen. Entfernt man sodann die Kohlen voneinander, so geht der Strom von Kohle zu Kohle durch die Luft und bildet den zuerst von Davy beobachteten Lichtbogen. Hierbei lösen sich von der stärker leuchtenden positiven Kohle Teilchen ab, welche sich auf der negativen Kohle als Wärzchen ansetzen. Dieses Bogenlicht wird zur Beleuchtung verwendet, wo große Lichtstärke gefordert ist. In den hierfür konstruierten Lampen werden die beiden Kohlen in vertikaler Stellung, die positive Kohle oben, an-

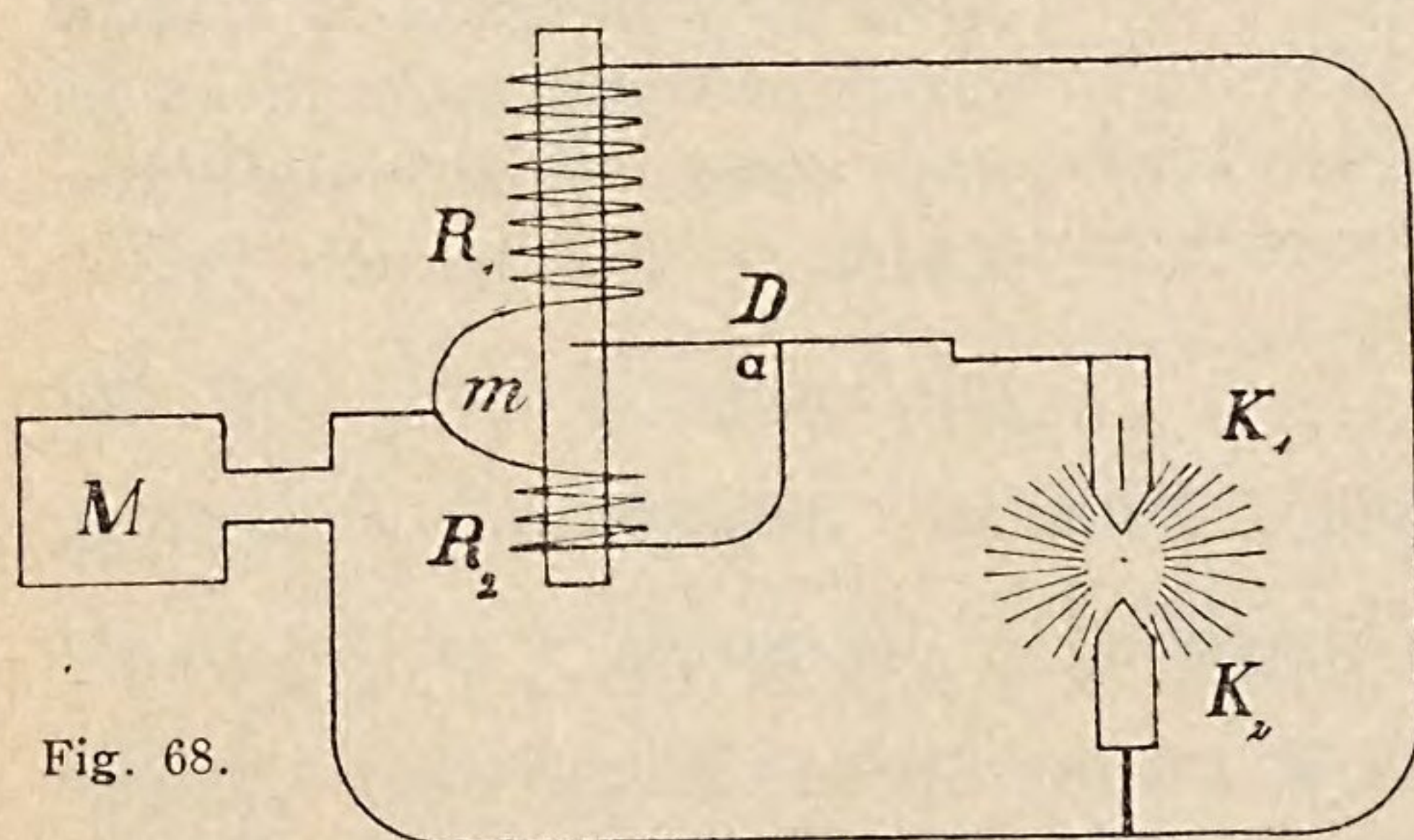


Fig. 68.

gebracht und deren Spitzen unter Berücksichtigung, daß die positive Kohle doppelt so schnell abbrennt als die negative, durch einen selbstthätigen Mechanismus in richtiger Entfernung gehalten (Fig. 68).

Die Einrichtung des Regulators (Differentiallampe von Hefner-Alteneck) ist auf eine erst später behandelte magnetische Wirkung des Stromes gegründet. In der Lampe ist die eine der beiden Kohlen K_2 fest, die andere K_1 ist an einem um D drehbaren Hebel α angemacht und mit diesem beweglich. Der von der Maschine M erregte Strom verzweigt sich bei seinem Eintritt in die Lampe und geht zum Teil durch die Spule R_1 , zum Teil durch die Spule R_2 und von

hier durch die beiden Kohlen. Sind diese zu weit voneinander entfernt, so ist der Widerstand des Flammenbogens und der Leitung R_2 größer, als der von R_1 , und der Strom geht in stärkerer Intensität durch R_1 . Infolgedessen wird ein in der Rolle befindlicher Eisenstab stärker in die Spule R_1 hineingezogen und dadurch K_1 dem K_2 genähert.

Die Bogenlampen zeigen einen kleineren spezifischen Verbrauch als die Glühlampen.

Wird eine Bogenlampe durch einen Strom von 16 Ampère und einer Spannung von 55 Volt erleuchtet, so erzeugt sie eine Leuchtstärke von 1600 Normalkerzen. Es beträgt also ihr spezifischer Verbrauch nur $\frac{16 \cdot 55}{1600} = 0,55$ Watt, während zur Erzeugung der gleichen Leuchtkraft mit einer Glühlichtlampe von der günstigsten Ökonomie 3,3 der sechsfache Betrag erforderlich wäre.

Der Widerstand des Lichtbogens beträgt hierbei nicht $\frac{55}{16} = 3,4 \Omega$, sondern nur etwas mehr als 1Ω . Die Spannung von 55 Volt muß aber aufgewendet werden, da in dem Krater der positiven Kohle eine elektrische Gegenkraft von etwa 35 Volt auftritt.

IV. Abschnitt.

Elektromagnetismus.

75. Die Gesetze von Biot, Savart und Laplace. Läßt man einen Strom durch einen geradlinigen Leiter z. B. von unten nach oben fließen, und streut man auf ein Blatt Papier, dessen Ebene senkrecht zu dem Leiter steht, Eisenfeilspähne, so ordnen sich diese in konzentrische Kreise (Fig. 69).

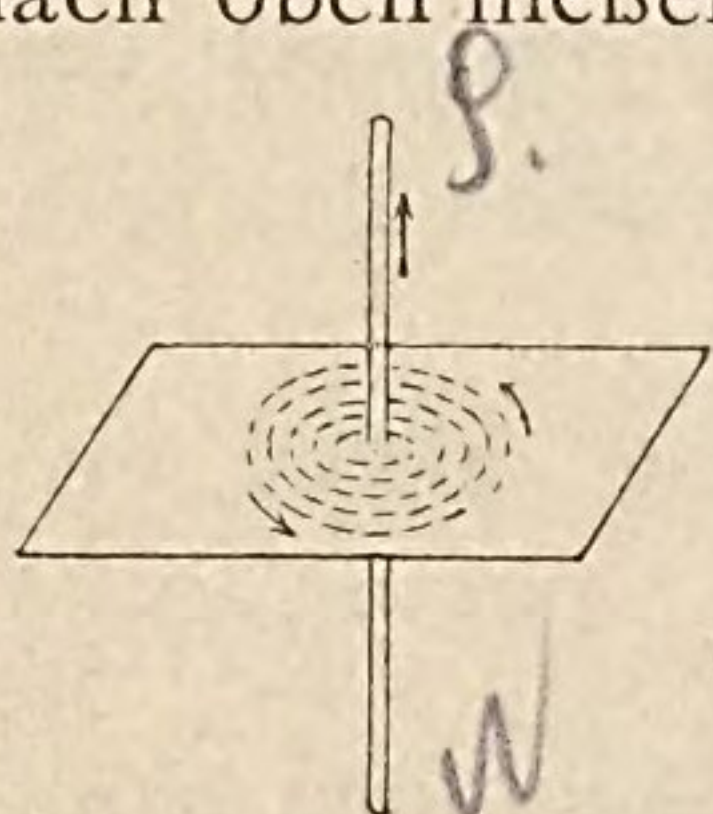


Fig. 69.

Es erzeugt also ein Strom in seiner Umgebung ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien konzentrische Kreise sind und deren Ebenen senkrecht auf dem Stromleiter stehen.

Eine Magnetnadel gibt die Richtung dieser Kraftlinien an; sie laufen in der Richtung um den Stromleiter, in welcher man einen Korkzieher drehen muß, um diesen in der Richtung des Stromes fortzubewegen.

Von der Wirkung dieses Kraftfeldes überzeugt man sich, wenn man in der Nähe eines starken vertikal gerichteten Stromes die Hälften zweier gleichgerichteter vertikal hängender Magnete bringt (Fig. 70).

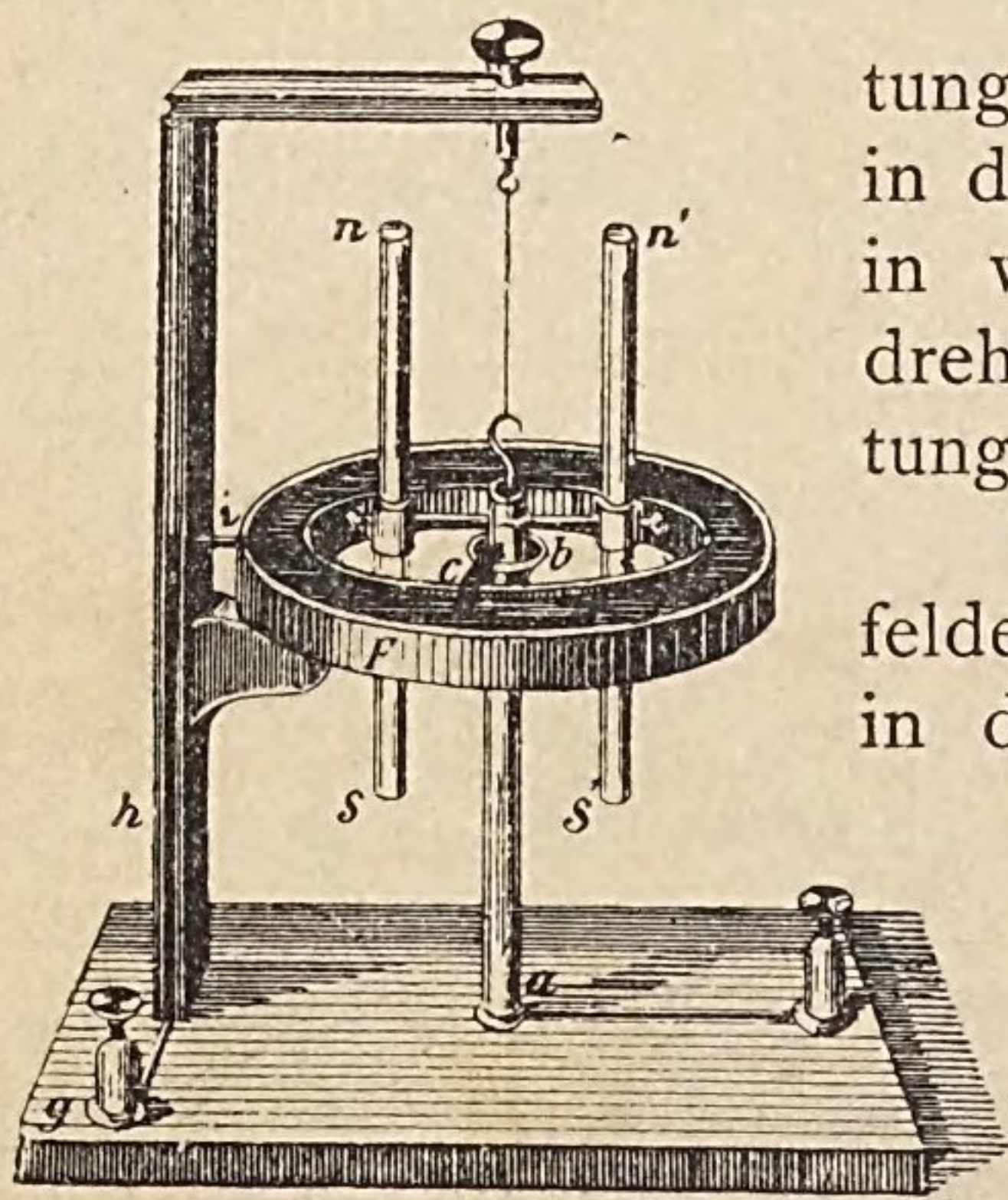


Fig. 70.

Macht der Strom den Weg ghi in die horizontale Queck-

silber-Rinne F und durch den Bügel cb in die vertikale Säule $b\alpha$ so bewegt sich das System, von oben gesehen, umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr. Die Nordpole unterliegen nicht der magnetischen Wirkung des Stromes ba und die beiden Südpole bewegen sich den Kraftlinien entgegen.

Die Größe der magnetischen Kraft in der Entfernung r_1 und r_2 vom Stromleiter O , also H_1 und H_2 , finden wir durch folgende Überlegung (Fig. 71).

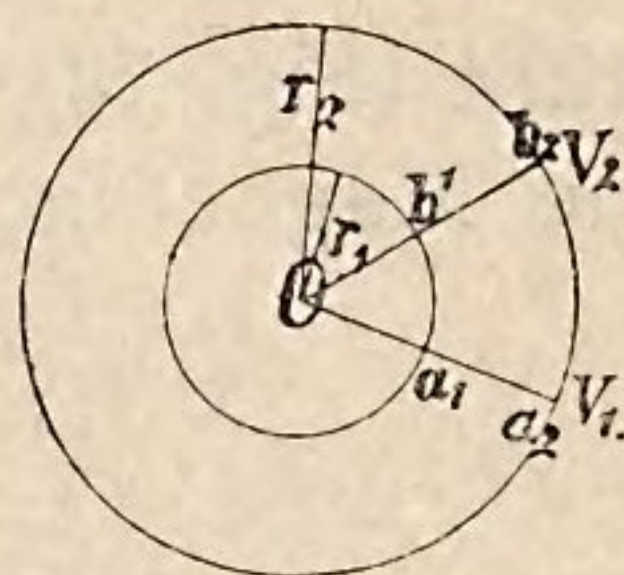


Fig. 71.

Da die Kraftlinien konzentrische Kreise sind, so sind die Niveaulinien Ebenen, welche durch den Stromleiter und die Radien gehen. Besitzen zwei Niveaulinien die Potentiale V_1 und V_2 wobei $V_1 > V_2$, so ist die Arbeit, die der Strom leistet, um den Einheitspol die Wege $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ zu bewegen

$$H_1 \cdot a_1 b_1 = H_2 \cdot a_2 b_2 = V_1 - V_2.$$

Hieraus ergibt sich: $H_1 : H_2 = a_2 b_2 : a_1 b_1 = r_2 : r_1$ d. h. die magnetische Kraft, welche ein geradliniger Strom an einem Punkte erzeugt, ist umgekehrt proportional der Entfernung des Punktes vom Stromleiter. Die Richtung derselben steht senkrecht auf der durch den Stromleiter und den Punkt bestimmten Ebene und ist durch die Korkzieherregel bestimmt. Genaue Messungen ergaben ferner noch, daß diese Kraft proportional der Stromstärke i und der Stärke der in dem Punkte befindlichen magnetischen Masse ist.

Es läßt sich dieselbe also darstellen durch die Gleichung:

$$H = \frac{k i m}{r}.$$

Dieses Gesetz wurde von Biot und Savart gefunden.

Hiedurch erklären sich auch die zuerst von Oersted beobachteten Wirkungen, welche ein von einem Strome durchfloßener Leiter auf eine ihm parallel gerichtete

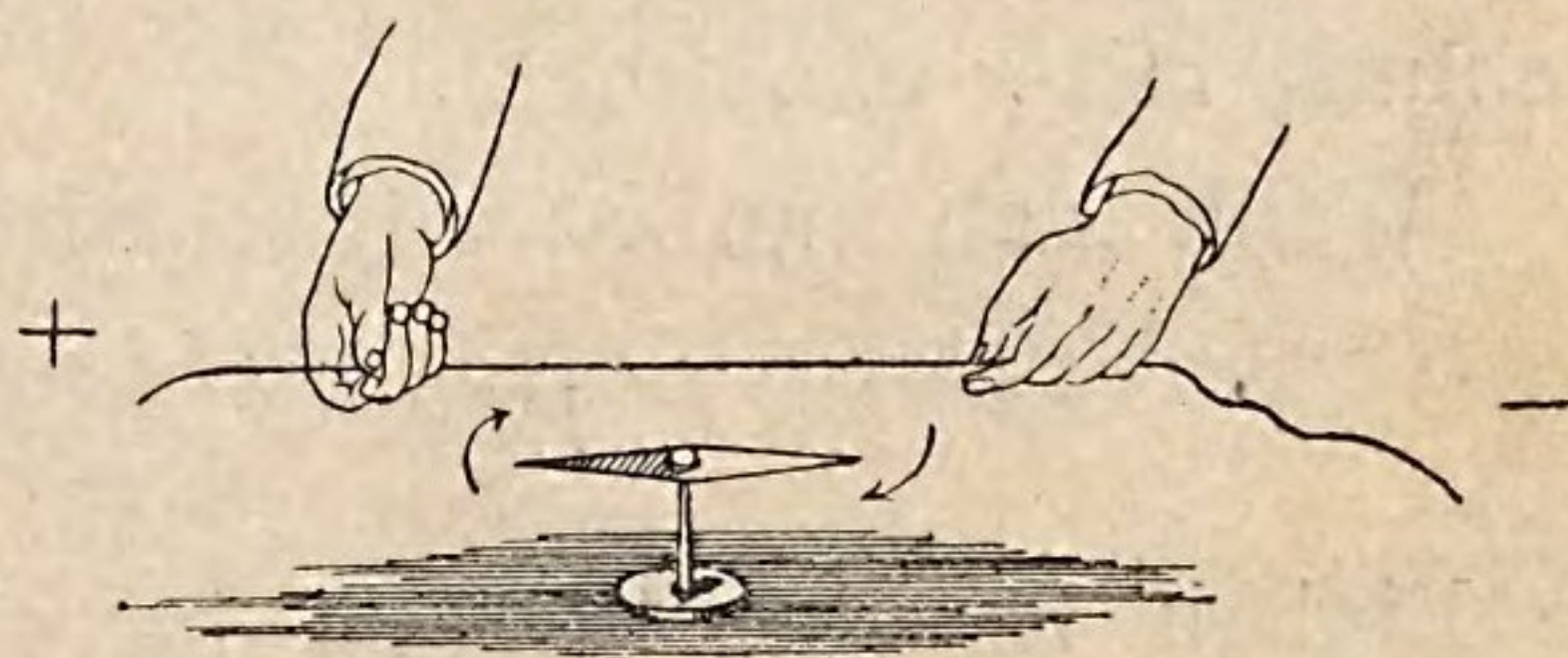


Fig. 72.

Magnetnadel ausübt, wenn er derselben genähert wird. Wird der Strom von Nord nach Süd geleitet und befindet sich der Leiter oberhalb der Nadel, so wird ihr Nordpol ostwärts und ihr Südpol westwärts abgelenkt (Fig. 72).

Führt man durch einen zu einem Rechteck gebogenen Draht (Fig. 73), in dessen Ebene sich parallel zu zwei Seiten eine Magnetnadel befindet, einen Strom und zwar durch die

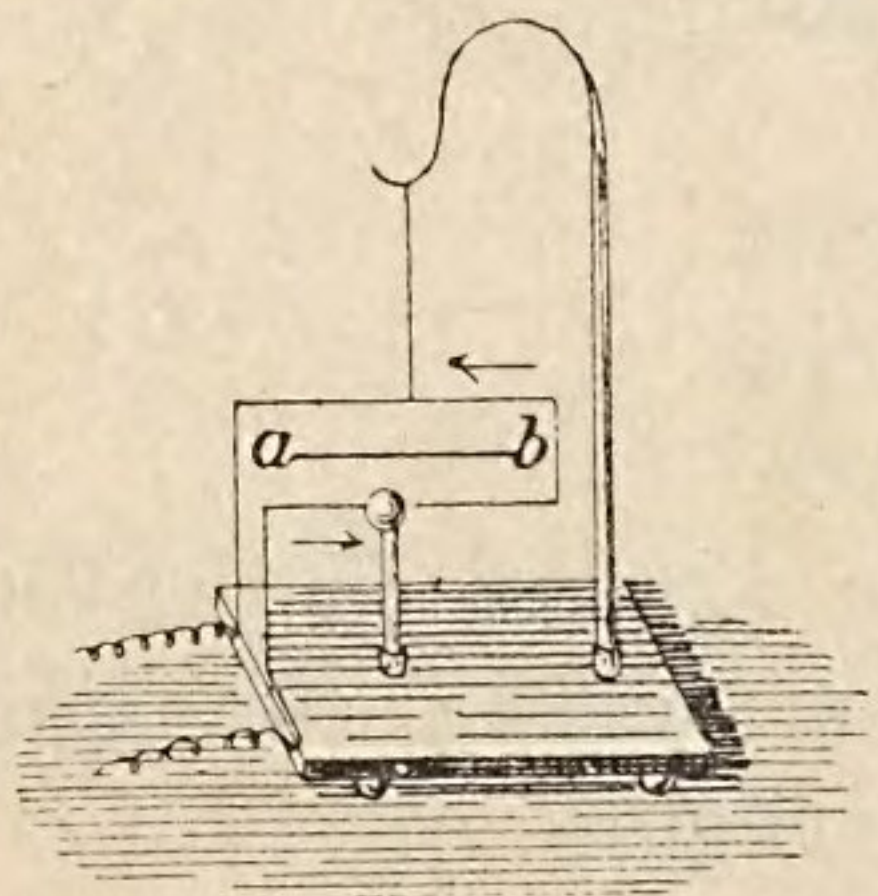


Fig. 73.

unter der Nadel befindliche Seite ein und durch die oberhalb der Nadel befindliche Seite aus, so wirken die von beiden Stromleitern ausgeübten magnetischen Drehungskräfte in derselben Richtung und suchen die Nadel zur Ebene des Stromleiters senkrecht zu stellen. Auf diesem Prinzipie beruht die Wirkung der seither schon mehrfach zu Hilfe genommenen Galvanometer.

Die magnetische Kraft, welche ein elektrischer Strom auf einen Pol in der Entfernung r ausübt, ist aufzufassen als die Resultante der Kräfte, welche die einzelnen Elemente des durchströmten Leiters auf die magnetische Masse m ausüben. Es hat nun Laplace gefunden, daß man durch Rechnung nur zu dem Resultate, wie es im Biot-Savart'schen Gesetze ausgedrückt ist, gelangen kann, wenn man die Wirkung W eines sehr kleinen von einem Strome i durchflossenen Leiterelementes von der Länge l auf die magnetische Masse m

$$W = \frac{k m i l \sin \alpha}{r^2}$$

setzt, wobei r die Entfernung des Stromelementes von dem magnetischen Punkte und α den Winkel bedeutet, den seine Richtung mit r einschließt.

Wählt man nun $k = 1$, so wird durch

$$W = \frac{m i l \sin \alpha}{r^2}$$

die Einheit für den Strom i im elektromagnetischen Maße definiert.

Da sich diese Definition bequemer aus zwei in der folgenden Nummer abgeleiteten Gleichungen ergibt, so möge sie erst dort Ausdruck finden.

76. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes und Einheit der Stromstärke im elektromagnetischen Maße. Wird ein Kreis mit dem Radius y (Fig. 74) von einem Strom von der Stärke i durchflossen, so ist die Wirkung eines Leiterelementes l auf den Einheitspol, der auf der Axe in der Entfernung x vom Zentrum gelegen ist:

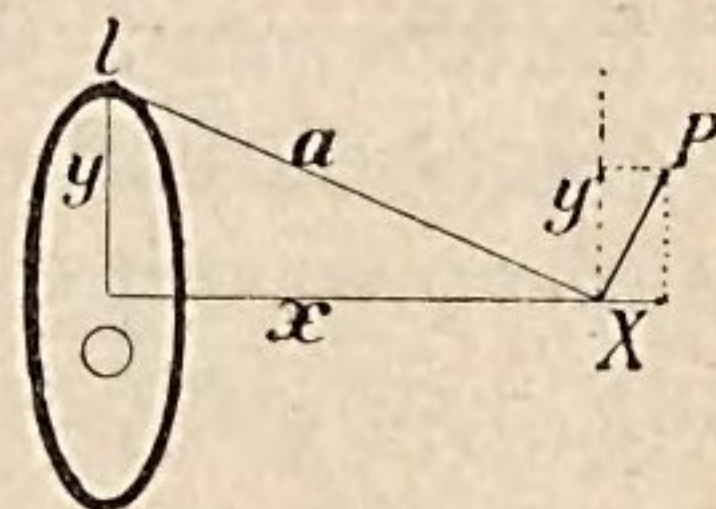


Fig. 74.

$$P = \frac{i l}{a^2}, \text{ da } \alpha = 90^\circ \text{ ist,}$$

wobei P auf der Ebene (la) senkrecht steht und nach der Korkzieherregel gerichtet ist.

Zerlegen wir diese Wirkung P in zwei Komponenten, von denen die eine in die Richtung der Axe und die andere senkrecht auf sie fällt, so ist die erstere

$$x = \frac{i l}{a^2} \sin \Theta = \frac{i l y}{a^3},$$

die letztere

$$y = \frac{i l}{a^2} \cos \Theta = \frac{i l x}{a^3}.$$

Die Wirkung aller Leiterelemente bekommen wir, wenn wir die der einzelnen Elemente summieren. Hierbei geben die ersteren die Summe

$$f = \frac{i y}{a^3} \Sigma l = \frac{2 \pi i y^2}{a^3}, \text{ da } \Sigma l = 2 \pi y \text{ ist,}$$

während die letzteren wegen ihrer symmetrischen Lage um die Axe die Summe Null haben.

Verlegen wir den Einheitspol in den Mittelpunkt des Kreises, so ist die Wirkung des Kreisstromes auf ihn

$$a) \quad f = \frac{2 \pi i}{y}.$$

Für sehr große x kann $a = x$ gesetzt werden, und es wird:

$$f = \frac{2 y^2 \pi i}{x^3} = \frac{2 S i}{x^3},$$

wenn wir die Kreisfläche $y^2 \pi = S$ setzen.

Vergleicht man diesen Wert mit dem in Kap. 52 gefundenen Ausdruck für die Wirkung eines Magnetstabes vom Momente M auf einen in der Entfernung x in seiner Axe gelegenen Einheitspol

$$W = \frac{2M}{x^3},$$

so findet man, daß ein Strom i , der einen Kreis mit der Fläche S durchfließt, hinsichtlich seiner magnetischen Wirkung identisch ist mit einem auf seiner Ebene senkrechten und durch seine Axe gesteckten sehr kurzen Magneten vom Momente

$$b) \quad M = iS.$$

Die beiden Gleichungen a) und b) eignen sich nun sehr gut, um eine Definition für die absolute Einheit der Stromstärke im elektromagnetischen Maße zu geben, wie sie die Wahl des Proportionalitätsfaktors $k=1$ im Laplace'schen und Biot-Savart'schen Gesetze zur Folge hat. Setzen wir in der Gleichung a) den Radius $y = 1$ cm, so bedeutet dieselbe: Wenn ein Strom von i absoluten Einheiten durch die Peripherie eines Kreises mit dem Radius 1, also durch die Länge 2π einer solchen fließt, so stößt er die im Mittelpunkte befindliche magnetische Masse 1 mit der Kraft von $2\pi i$ Dyn ab; demnach ist die Stromeinheit im elektromagnetischen Maße der Strom, der durch einen 1 cm langen Kreisbogen mit dem Radius $= 1$ cm fließend auf die im Centrum befindliche magnetische Masse 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

Aus der Gleichung b) ergibt sich noch eine zweite Definition für die absolute Stromeinheit. Hiernach besitzt dieselbe der Strom, welcher eine Kreisfläche von 1 qcm umfließend dieselbe Wirkung hat, wie ein durch die Stromschleife gesteckter Magnet vom Momente 1.

Sowohl aus dem Laplace'schen Gesetze

$$\text{Kraft} = \frac{i \cdot l \cdot m \sin \alpha}{r^2},$$

wie aus den Gleichungen a) (in der man sich noch den Faktor 1 d. i. die magnetische Masse 1, auf welche der Strom wirkt, hinzugesetzt zu denken hat) und b) ergibt sich für die

Stromeinheit im elektromagnetischen Maße die Dimension $M^{1/2} L^{1/2} t^{-1}$, mithin für die Elektrizitätsmenge die Dimension $M^{1/2} L^{1/2}$.

Messungen von Kohlrausch und Lord Kelvin haben ergeben, daß die Einheit der Elektrizitätsmenge im elektromagnetischen Maße $3 \cdot 10^{10}$ mal größer ist als die Einheit im elektrostatischen Maße. Es ist also

$$1 E.M.E = 3 \cdot 10^{10} E.St.E = 10 \cdot 3 \cdot 10^9 = 10 \text{ Coulomb.}$$

Fließt also in 1 Sekunde die Menge $1 E.M.E$ durch einen Querschnitt, so besitzt dieser Strom die Stärke von 10 Ampère d. h. $1 \text{ Ampère} = \frac{1}{10} E.M.E$ d. h. $\frac{1}{10}$ absolute Einheit im elektromagnetischen Maße.

Wird also ein Kreis von 4 cm Radius von einem Strome von 2 Ampère durchflossen, so erzeugt dieser im Mittelpunkte desselben ein magnetisches Feld von der Stärke:

$$H = \frac{2 \pi \cdot 0,2}{4} = 0,314 \text{ Dyn.}$$

77. Tangentenbussole. Wird ein kreisförmiger Leiter mit dem Radius r so aufgestellt, daß seine Ebene mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, und in seinem Mittelpunkt eine sehr kleine Magnetnadel von der Länge l auf eine Spitze aufgesetzt, so wird letztere, so lange kein Strom durch den Leiter fließt, in der Ebene des Meridians liegen; sie wird aber um einen Winkel α abgelenkt werden, sobald ein Strom durch den Leiter geschickt wird. Wir werden nun zeigen, in welcher Weise dieser Ablenkungswinkel α ein Maß für die Stromintensität im elektromagnetischen Maße bildet (Fig. 75).

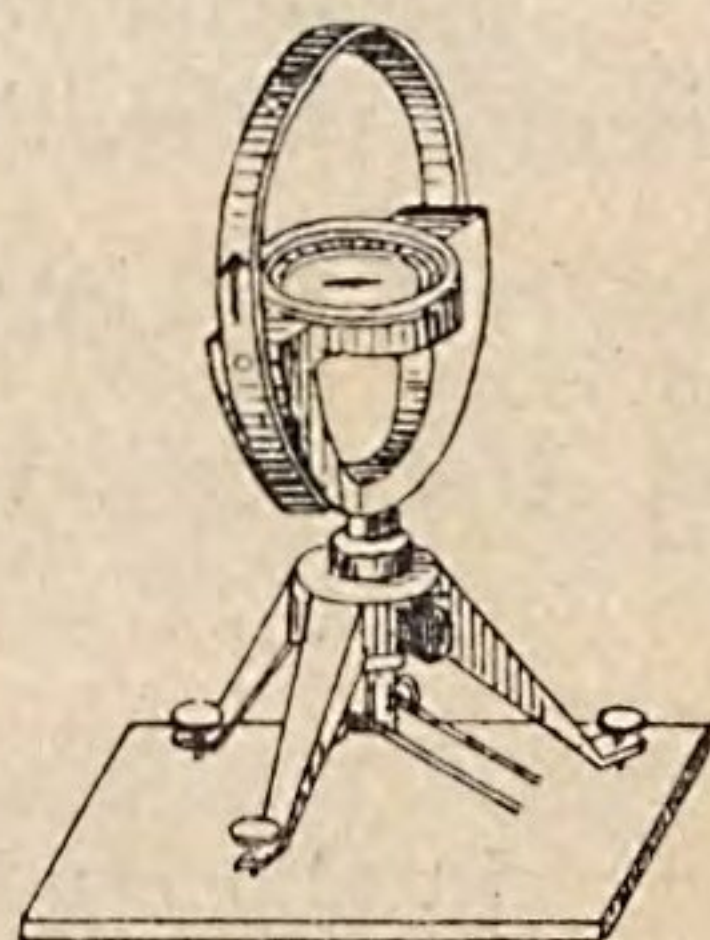


Fig. 75.

Die Nadel wird sich im Gleichgewichte befinden, wenn die auf sie wirkenden Momente einander gleich sind. Ein Drehungsmoment wird ausgeübt von der Stärke des magnetischen Feldes im Mittelpunkte des Kreises, welches der Strom i erzeugt. Da diese $f = \frac{2 \pi i}{r}$ ist und senkrecht zum magnetischen

Meridian sowohl auf die Menge $+m$ im positiven Pol, als in derselben Richtung drehend auf die Menge $-m$ im negativen Pol der Nadel wirkt, so ist das hiedurch erzeugte Drehmoment $M_1 = f \cdot m l \cos \alpha$. (Vergleiche Kap. 52.)

Das andere Drehmoment wird verursacht von der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus H und besitzt die Größe $M_2 = H m l \sin \alpha$.

Die Bedingung für das Gleichgewicht ist also

$$f m l \cos \alpha = H m l \sin \alpha \text{ oder}$$

$$\frac{2 \pi i}{r} \cos \alpha = H \sin \alpha, \text{ woraus sich ergibt:}$$

$$i = \frac{r H}{2 \pi} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{Ctg} \alpha.$$

Man sieht hieraus, daß die Stromstärke proportional ist der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels. Aus diesem Grunde heißt ein solches Instrument Tangentenbussole.

Den konstanten Faktor $\frac{r H}{2 \pi} = C$ heißt man Reduktionsfaktor.

Ist derselbe durch entsprechende Wahl des Radius $= 1$ gemacht, so besitzt der Strom, welcher eine Ablenkung von 45° hervorbringt, die Stärke 1 d. i. 10 Ampère.

Meistens wird der kreisförmige Leiter durch n nebeneinander befindliche Drahtwindungen gebildet. In diesem Falle ist $f = \frac{2 n \pi i}{r}$ im Mittelpunkte der Kreisebene und $f' = \frac{2 n \pi r^2 i}{a^3}$ im Abstände a von den Leiterteilen des Kreisstromes, woraus

$$i = \frac{r H}{2 n \pi} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \operatorname{tg} \varphi.$$

Ist also ein 2435 cm langer Draht in 30 Windungen aufgewunden und wird die auf der Axe im Abstände von 4 cm vom Mittelpunkte befindliche Magnetnadel von einem Strome um den Winkel 45° abgelenkt, so ist, wenn $H = 0,1920$,

$$r = \frac{2435}{60 \pi} = 12,8 \text{ cm und}$$

$$i = \frac{12,8 \cdot 0,192}{60 \pi} \left(\frac{\sqrt{12,8^2 + 4^2}}{12,8} \right)^3 = 0,149 \text{ abs. Einh.} = 1,49 \text{ Amp.}$$

Scheidet dieser Strom in einer in den Kreis eingeschalteten elektrolytischen Zelle in 1 Stunde 1761,2 mgr Cu aus, so scheidet 1 Ampère pro Stunde 1182 mgr und pro Sekunde 0,3284 mgr aus. Es bestimmt sich also hiedurch das elektrochemische Äquivalent des Kupfers = 0,3284 mgr.

Lenkt ein Strom i die Nadel um den Winkel α , und ein zweiter i' dieselbe Nadel unter sonst gleichen Verhältnissen um α' ab, so ist

$$i : i' = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha'.$$

Sind die Winkel α und α' sehr klein, so ist $i : i' = \alpha : \alpha'$.

Instrumente, mit denen man die von sehr kleinen Strömen verursachten Ablenkungen messen kann, sind die Galvanometer.

78. Galvanometer. Mit diesem Namen bezeichnet man alle Instrumente, welche zum Messen und zum Existenznachweis elektrischer Ströme auf Grund ihrer magnetischen Wirkungen dienlich sind.

Bei den meisten Galvanometern wird ein beweglicher Magnet, welcher sich innerhalb einer von einem Strome umflossenen Spule befindet, durch die vom Strome erzeugte magnetische Kraft abgelenkt und entweder, wie bei der Tangentenbussole, von der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus, oder durch die Torsion des Aufhängefadens, die Elastizität einer Feder, durch ein Gewicht oder sonst eine Kraft in die Ruhelage zurückgetrieben.

Bei einigen Galvanometern wird gar kein Magnet verwendet; die Wirkungsweise der letzteren wird erst später bei der Behandlung der elektrodynamischen Wirkungen verständlich werden.

Um nun über die Einrichtung empfindlicher Galvanometer einige Einsicht zu gewinnen, betrachten wir die Gruppe derer, bei welchen ein Magnet durch die magnetische Kraft, die ein Strom erzeugt, abgelenkt und durch die horizontale Kraft des Erdmagnetismus zurückgetrieben wird. Wenn eine solche Nadel im Gleichgewicht sich befindet, ist, wie bei der Tangentenbussole

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{G}{H} i,$$

wenn wir unter der Galvanometerkonstanten G die magnetische Kraft $\frac{2 n \pi}{r}$ verstehen, welche der Strom i im Mittelpunkte der Spule erzeugt. Die Empfindlichkeit eines Galvanometers ist also proportional der Galvanometerkonstanten und umgekehrt proportional der rücktreibenden magnetischen Feldintensität.

Um nun die Galvanometerkonstante sehr groß zu machen, nähert man die Windungen soweit als möglich der Nadel und wählt letztere sehr klein, um die innere Höhlung, durch welche gerade die wirksamsten Windungen wegfallen, so klein als möglich machen zu können.

Um die Wirkung des magnetischen Feldes H zu verkleinern, stellt man in geeigneter Entfernung von der Nadel einen Magnetstab in der Nord-Süd-Richtung auf, der die Wirkung des Erdmagnetismus soviel als möglich kompensiert, oder man benützt zwei parallele, entgegengesetzt gerichtete Nadeln von gleicher Länge (Fig. 76), führt entweder nur um

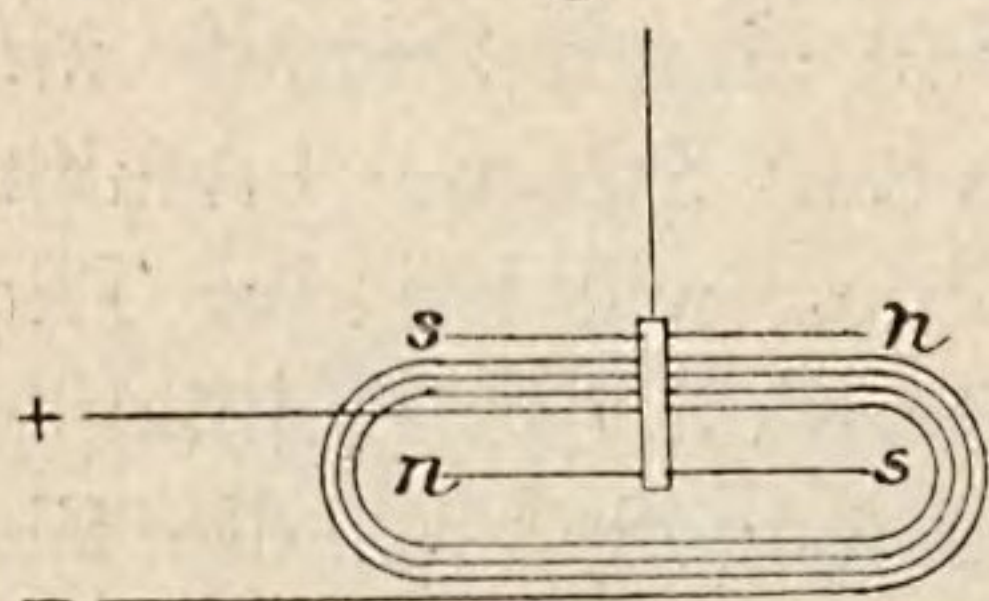


Fig. 76.

eine der beiden den Strom, während die andere außerhalb der Spule angebracht ist, oder man bringt zwei Rollen übereinander an, innerhalb jeder eine Nadel, und schickt den Strom durch die zwei Rollen in entgegengesetzter Richtung. Besitzen die beiden Nadeln gleiche Stärke, so heben sich die Wirkungen des Erdmagnetismus auf beiden Nadeln in jeder Stellung auf, die Nadeln sind astatisch. Differieren die beiden magnetischen Stärken um etwas, so ist die Wirkung von H auf das Nadelsystem gleich der Differenz seiner Wirkung auf jede einzelne Nadel.

Um schließlich i möglichst günstig zu erhalten, beachte man, daß die Vermehrung der Windungen das magnetische Feld zwar vergrößert, aber auch den Widerstand im Stromkreise vermehrt und damit i schwächt. Ist nun der Widerstand außerhalb des Galvanometers klein, so würde eine große Zahl von Windungen den Strom derart schwächen, daß die Empfindlichkeit hiedurch keine Steigerung erfahren würde. Ist aber der Widerstand außerhalb des Galvanometers schon

sehr groß, so wird eine große Zahl von Windungen denselben in geringerem Verhältnis steigern und damit den Strom in geringerem Maße schwächen, als dessen magnetische Wirkung vermehren. Man erhält in den einzelnen Fällen immer dann die günstigste Wirkung, wenn man die Zahl der Windungen so wählt, daß der Widerstand des Galvanometers so groß wird, als der des übrigen Stromkreises.

Um die kleinen Winkelablenkungen sichtbar zu machen, befestigt man entweder wie bei der Tangentenbussole an die Nadel einen langen Zeiger aus Stroh oder Aluminium, oder man bringt an den Aufhängefaden der Nadel einen kleinen Spiegel, der von einer beleuchteten, über einem Fernrohr angebrachten graduierten Skala nach einer Drehung andere Zahlen in das feste Fernrohr reflektiert, als in der Ruhelage.

Die empfindlichsten, zur Zeit konstruierten Galvanometer zeigen noch den billionsten Teil von 1 Ampère an.

Ein Galvanometer, welches so geaicht ist, daß an dessen Skala sofort die Anzahl von Ampère abgelesen werden kann, welche durch die Windungen desselben fließen, heißt ein Ampèremeter. Die Einrichtung derselben ist sehr verschieden und beruht auf verschiedenartigen Wirkungen des elektrischen Stromes. Stets werden sie aber so konstruiert, daß die Windungen nur einen sehr kleinen Widerstand bilden. Ein solches Ampèremeter kann sodann in den Stromkreis eingeschaltet werden, ohne den Strom zu schwächen.

Schaltet man ein Galvanometer mit sehr großem Widerstand R im Nebenschluß an den Punkten a und b eines Stromkreises und weiß man die Zahl der Ampère i , die durch das Galvanometer fließen, so beträgt die Spannungsdifferenz zwischen a und b soviel Volt, als das Produkt iR ausmacht. Wird diese Zahl an der Skala anstatt der Ampèrezahl angeschrieben, so heißt das Galvanometer ein Voltmeter. Hierbei muß der Widerstand sehr groß sein, damit dasselbe in den Nebenschluß eingeschaltet werden kann, ohne daß der totale Strom oder der Strom in der Hauptleitung wesentlich geschwächt werden.

79. Äquivalenz eines Kreisstromes mit einem magnetischen Blatte. Wird ein zu einer Schleife gewundener Leiter von einem Strome durchflossen, so erzeugt er innerhalb seiner Begrenzung

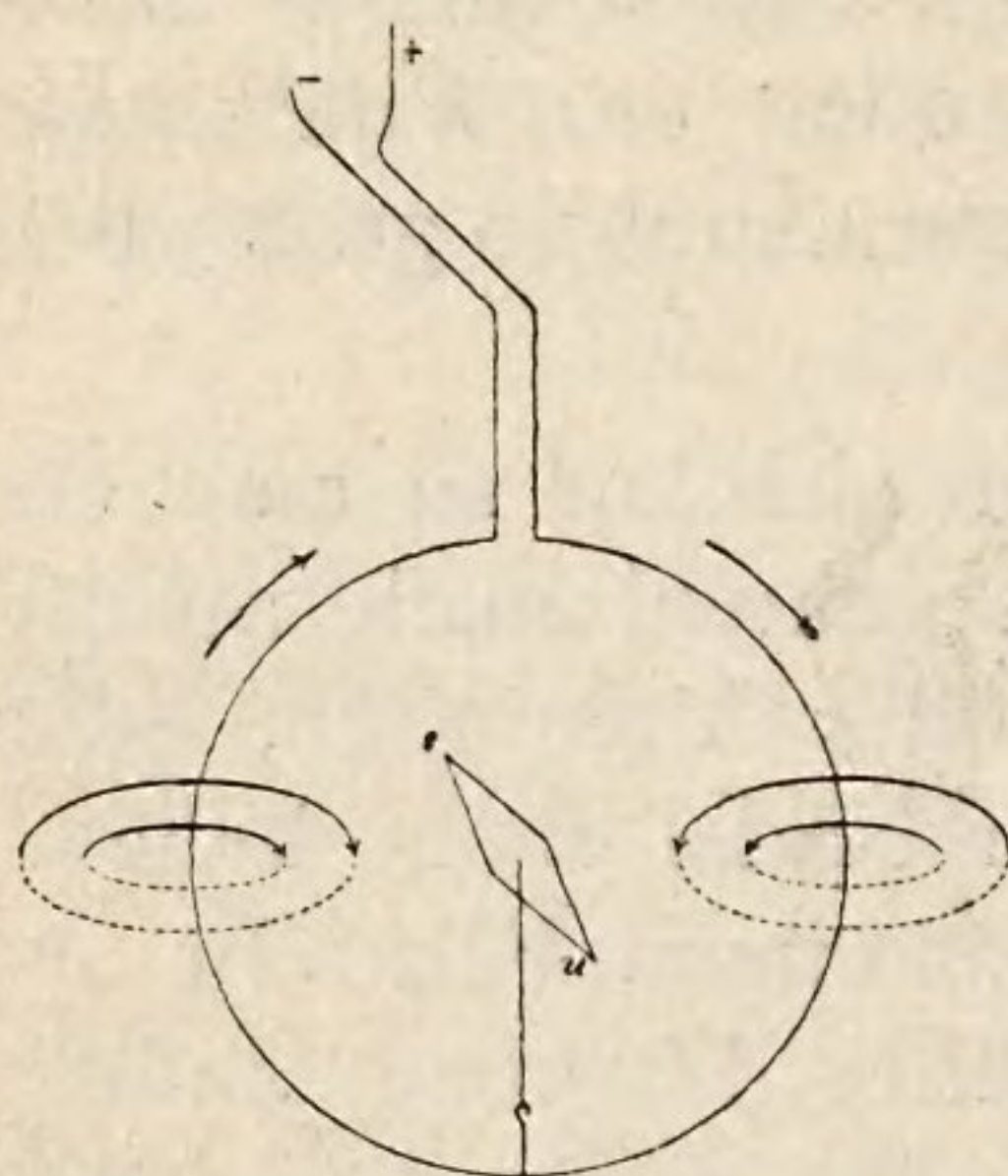


Fig. 77.

auf beiden Seiten ein magnetisches Feld. Auf der einen Seite, von welcher aus gesehen der Strom sich wie der Zeiger einer Uhr bewegt, treten die Kraftlinien in den umschlossenen Raum ein und auf der anderen Seite treten sie aus demselben heraus. Die Stromschleife hat also dieselben magnetischen Wirkungen wie ein auf ersterer Seite mit negativem, auf letzterer mit positivem Magnetismus belegtes Blatt, dessen Rand mit dem

Stromleiter zusammenfällt und ebensoviel Kraftlinien umschließt, als die vom Strom umschlossene Fläche (Fig. 77).

Da ein von einem Strome i absolute Einheiten durchflossener Kreisstrom, der die Fläche S umschließt, identisch ist mit einem Magneten, dessen Moment $M = Si$ ist, und ein ebenes Blatt von der Fläche S und der Stärke $\Phi = \sigma x$ (σ bedeutet die Flächendichte und x die Dicke des Blattes) das Moment $M = S\Phi$ besitzt, so folgt daraus, daß ein die Fläche S umfließender Strom von der Stärke i identisch ist mit einem magnetischen Blatte der gleichen Größe von der Stärke $\Phi = i$.

Da das Potential eines magnetischen Blattes von der Stärke Φ in einem Punkte, in dem es unter dem Körperwinkel ω gesehen wird nach Kap. 54, $V = \omega \Phi$ ist, so beträgt das Potential einer von dem Strome i durchflossenen Schleife in einem entsprechenden Punkte $V = \omega i$. Wird die magnetische Einheit von einem Punkte, dem der Körperwinkel ω_1 entspricht, nach einem andern Punkte, zu dem der Körperwinkel ω_2 gehört, gebracht, so ändert sich das Potential um $V = i(\omega_2 - \omega_1)$.

Führt man also die magnetische Einheit einer Kraftlinie entgegen von einem Punkte, wo der Körperwinkel ω ist, nach einem Punkte innerhalb der eben angenommenen Schleife, so

ändert sich der Körperwinkel von ω bis 2π ; führt man dieselbe von hier aus weiter bis zu dem außerhalb der Schleife in deren Ebene gelegenen Punkt, so ändert sich der Körperwinkel von -2π bis 0, und bringt man schließlich die Einheit von hier nach dem Ausgangspunkte zurück, so ändert sich der Winkel von 0 bis ω , folglich ist die während eines Umkreises um den Leiter aufgewandte (negative) Arbeit

$$V = i \left[(2\pi - \omega) + (0 - (-2\pi)) + (\omega - 0) \right] = 4\pi i.$$

Könnte man umgekehrt eine reibungslos bewegliche, magnetische Masse 1 in einem Punkte P in der Nähe eines Kreisstromes der Wirkung der magnetischen Kraft desselben überlassen, so würde sich diese längs der durch P gehenden Kraftlinie bewegen, und da diese stets geschlossen ist, so würde die Masse 1 wieder zum Ausgangspunkte P zurückkehren. Bei einem Umlauf hätten dann die magnetischen Kräfte die Arbeit geleistet

$$A = 4\pi i.$$

Die Größe A entspricht hiebei der Größe, welche wir in der Elektrizitätslehre elektromotorische Kraft genannt haben. Letztere ist gleichfalls die Arbeit, welche die elektrischen Kräfte leisten, wenn sie die elektrische Menge 1 von einem Punkte nach einem anderen bewegen. Aus diesem Grunde nennt man A die magnetomotorische Kraft des Kreisstromes.

80. Solenoid und magnetischer Kreisstrom. Fließt ein Strom von i Ampère durch einen spiralförmig geschlungenen Draht in n nebeneinander befindlichen parallelen Windungen, so erzeugt er ein magnetisches Feld von derselben Stärke, als wenn ein Strom von ni Ampère den Raum in einer Windung umfließen würde (Fig. 78). Das-
selbe Feld würde auch ein Strom von $3i$ Am-
père erzeugen, wenn er $\frac{n}{3}$ auf dieselbe Länge

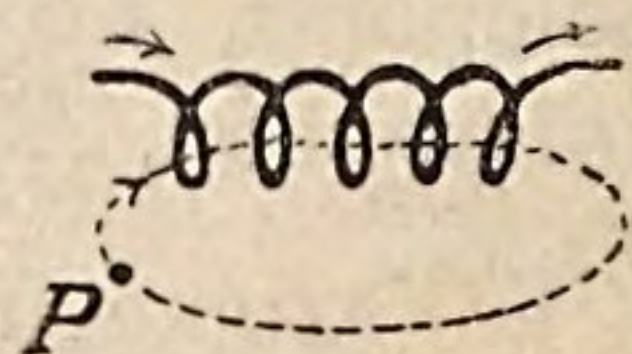


Fig. 78.

aufgewickelte Windungen durchströmen würde. Die Stärke des magnetischen Feldes hängt mithin von dem Werte des Produktes ni ab; letzteres nennt man die Zahl der Ampèrewindungen. Die Kraftlinien des Feldes treten an dem Ende,

welches von vorne gesehen die Bewegung des Stromes in der Richtung eines Uhrzeigers erkennen läßt, in die Spirale ein und machen also dieses Ende zu einem Südpol, durchströmen sodann das Solenoid (Reifsystem), wobei sie bei kleinem Querschnitte desselben sich nahezu in gleichen Abständen befinden, also ein homogenes Feld bilden, und treten dann am anderen Ende wieder aus. Von hier aus divergieren sie, kehren aber sämtlich außerhalb des Solenoids wieder zum Südpol zurück. Ein Solenoid hat also alle Eigenschaften eines magnetischen Cylinders. Überlassen wir auch hier wieder die magnetische Einheit in einem in der Nähe des Solenoids gelegenen Punkte P der Wirkung seiner magnetischen Kraft, so wird dieselbe eine geschlossene Kraftlinie durchwandern und die Arbeit, welche die magnetischen Kräfte bei einem Umlaufe leisten, also die magnetomotorische Kraft des Solenoids ist nach dem vorigen Kapitel

$$A = \frac{4\pi n i}{10} = 1,257 n i \text{ Erg.},$$

also gleich 1,257 mal der Zahl der Ampèrewindungen. Der Faktor 10 im Nenner muß hinzugefügt werden, um die i Ampère in absolute Einheiten im C-G-S System zu verwandeln.

Da nun die magnetischen Kräfte vorzugsweise nur im Innern des Solenoids wirken und daher die Arbeit derselben außerhalb des Solenoids nahezu verschwindet, so kann man mit einem kleinen Fehler annehmen, daß die Arbeit A ausschließlich im Innern des Solenoids auf dessen Länge l geleistet wurde.

Nennen wir nun die magnetische Kraft im Innern des Solenoids, wo sie, abgesehen von den schwächeren Enden, konstant ist, H , so ist die auf die Länge des Solenoids geleistete Arbeit

$$Hl = \frac{4\pi n i}{10}, \text{ woraus } H = 1,257 \frac{n i}{l}$$

d. h. die magnetische Feldstärke in einem Punkte im Innern einer Spule ist 1,257 mal der Zahl der Ampèrewindungen per Centimeter. An den Enden außerhalb ist die Feldstärke nur halb so groß. Sie ist $= 2\pi\sigma$, wenn σ die magnetische Flächen-dichte bedeutet, während sie im Innern $= 4\pi\sigma$ ist.

Hat die Spule den Querschnitt q und ist der Raum zwischen den Windungen mit Luft ausgefüllt, so ist die Zahl der die Spule durchlaufenden Kraftlinien Hq .

Ist aber der Raum mit einem anderen Medium, dessen Permeabilität μ ist, ausgefüllt, so beträgt die Zahl der Kraftlinien

$$N = \mu H q.$$

Setzen wir $H = \frac{A}{l}$, so ist $N = \mu q \frac{A}{l} = \frac{A}{l/\mu q}$.

Diese Gleichung hat offenbar dieselbe Form, wie das Ohm'sche Gesetz. Nennen wir $l/\mu q = W$ den magnetischen Widerstand oder die Reluktanz, so hat sie die Bedeutung:

Der magnetische Kraftfluß N in einem Medium von der Länge l und dem Querschnitte q ist gleich der magnetomotorischen Kraft A , dividiert durch die Reluktanz W .

Will man also in einem 800 cm langen Eisencylinder vom Querschnitt 400 qcm $7 \cdot 10^6$ Kraftlinien erzeugen, so kann man die Zahl der hiezu notwendigen Ampèrewindungen pro Centimeter berechnen, wenn man die Permeabilität des betreffenden Eisens kennt. Da dieselbe aber für jedes Material mit der Größe der magnetisierenden Kraft bzw. der Induktion verschieden ist, so muß man sie erst durch Versuche und mit Hilfe entsprechender Tabellen ausmitteln. Im vorliegenden Falle ist $B = \frac{7 \cdot 10^6}{400}$, und die dazu gehörige Permeabilität wurde $\mu = 570$ gefunden.

Da sich nun die Zahl der Ampèrewindungen pro Centimeter aus der Gleichung:

$$7 \cdot 10^6 = \frac{1,257 ni}{l/\mu q} \text{ ergibt, so wird:}$$

$$\frac{ni}{800} = \frac{7 \cdot 10^6}{1,257 \cdot 570 \cdot 400} = 24,4 \text{ A.-W.}$$

Will man also die geforderte Zahl von Kraftlinien mit einem Strome von 3 Ampère erzeugen, so hat man den Eisencylinder mit einer Spule zu umgeben, welche pro Centimeter 8,1 Windungen, also auf der ganzen Länge 6480 Windungen trägt.

*

*

*

Will man die Polstärke eines Cylinders aus weichem Eisen von 0,2 cm Radius und 100 cm Länge, um den in einem Kupferdraht in 700 Windungen ein Strom von 3 Ampère fließt, berechnen, so erhält man dieselbe

$$m = \frac{N}{4\pi}, \text{ und da } N = \frac{A}{l/\mu q} = \frac{4\pi i n}{10} \cdot \frac{\mu q}{l},$$

so ist:

$$m = \frac{i n}{10} \cdot \frac{\mu q}{l}.$$

Hiebei hängt μ wieder von H ab, und zwar gehört nach Tabelle S. 70 zu

$$H = \frac{1,257 \, n i}{1,257 \cdot l} = 26,4 \text{ Dyn} \quad \mu = 600.$$

$$\text{Deshalb ist } m = \frac{2100}{10} \cdot \frac{600}{100} 0,1256 = 158,256 \text{ magn. Einh.}$$

Die magnetische Feldstärke in der nächsten Nähe der Pole des Cylinders ist:

$$H' = 2\pi\sigma = 2\pi \frac{m}{q} = 7912,8 \text{ Dyn.}$$

81. Tragkraft und Induktion eines Elektromagneten. Denkt man sich einen cylindrischen Elektromagneten quer durchschnitten, so ist die Zugkraft, welche die eine Schnittfläche gegen die andere ausübt, wenn ihr Querschnitt q und die Flächendichte σ ist, nach Kap. 26:

$$F = 2\pi\sigma^2 q.$$

Hat der Eisencylinder die Permeabilität μ , so ist die Zahl der durch 1 qcm fließenden Kraftlinien

$$B = \mu H = \mu \frac{4\pi n i}{10 l}$$

und so viele Kraftlinien gehen auch durch 1 qcm der Schnittfläche; deshalb ist die Flächendichte derselben

$$\sigma = \frac{B}{4\pi} = \mu \frac{n i}{10 l}$$

und die Zugkraft

$$F = 2\pi\sigma^2 q = \frac{B^2 q}{8\pi} \text{ Dyn.}$$

Ist also die Induktion für den Kern des Elektromagneten $B = 6000$, so ist die Tragkraft per qcm

$$F = \frac{36 \cdot 10^6}{25,12} = 144 \cdot 10^4 \text{ Dyn} = \frac{144 \cdot 10^4}{981} \text{ Gramm} = 1460 \text{ gr.}$$

Da man die Tragkraft eines Elektromagneten leicht in Gramm ermitteln kann, so läßt sich die Induktion desselben B berechnen. Es ist

$$B = \sqrt{8\pi \cdot 981 \frac{F}{q}}.$$

Soll ein in Hufeisenform gebogener Stab aus Schmiedeseisen (Fig. 79) von der Länge $l_1 = 40$ cm und dem Querschnitt $q_1 = 15$ qcm so stark magnetisiert werden, daß ein Anker von der Länge $l_2 = 12$ cm und 15 qcm Querschnitt, der ihm in einer Entfernung $l_3 = 2$ cm gegenübersteht, im stande ist, ein Gewicht von 75 kgr zu tragen und weiß man, daß infolge von Streuung nur $\frac{2}{3}$ der Kraftlinien des Hufeisenstabes in den Anker eintreten, so kann man die hiezu notwendigen Ampèrewindungen auf folgende Weise berechnen.

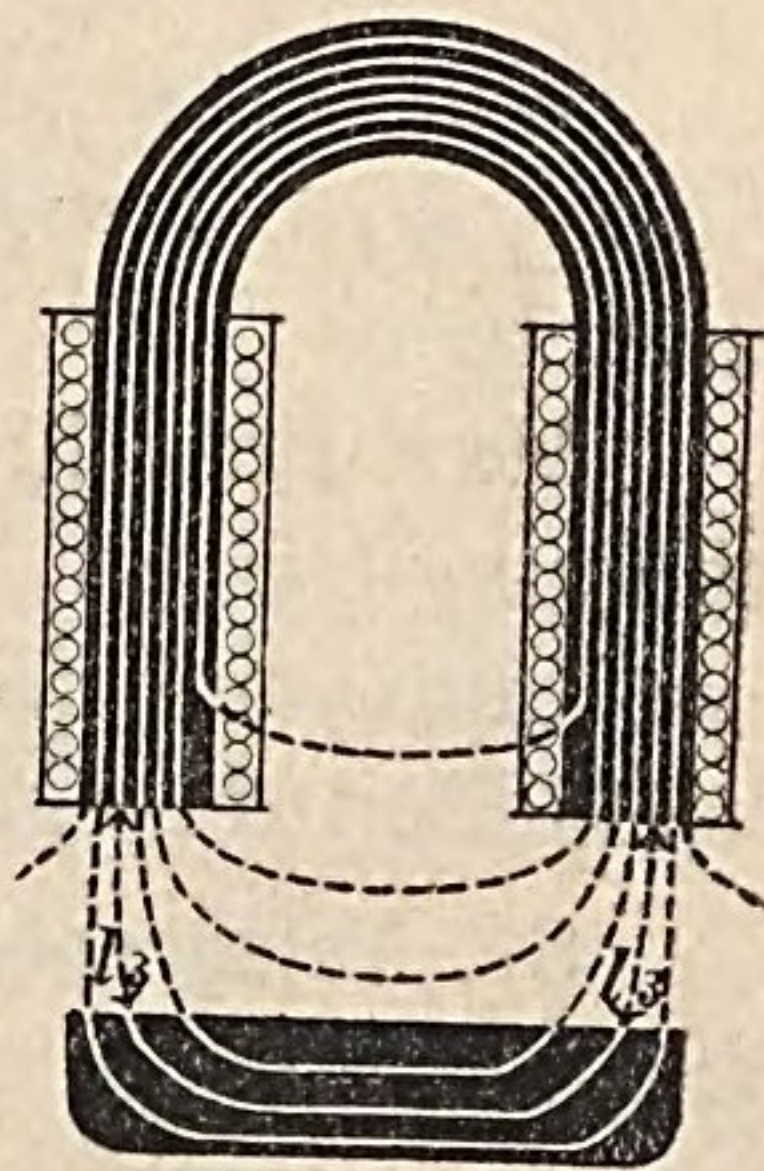


Fig. 79.

Da die Tragkraft des Ankers durch die Gleichung bestimmt ist

$$\frac{B^2 q}{8\pi} = F, \text{ so ist hier } \frac{B^2 \cdot 30}{8\pi} = 75 \text{ kgr} = 75000 \cdot 981 \text{ Dyn},$$

also die Induktion des Ankers $B_2 = 7850$, mithin die des Hufeisenmagneten $B_1 = \frac{3}{2} \cdot 7850 = 11800$.

Um nun die verlangte Zahl von Ampèrewindungen zu berechnen, benützen wir die Gleichung für den Kraftfluß in einem geschlossenen Stromkreise

$$N = \frac{A}{l/\mu q} \text{ oder } A = N \cdot l/\mu q.$$

Berücksichtigt man, daß im gegebenen Falle der Kraftstrom aus drei Teilen zusammengesetzt ist, von denen der erste im Hufeisenmagnet, der zweite im Anker, die von ausgeglühtem Schmiedeseisen hergestellt sein mögen, der dritte aber in Luft verläuft, für welche $\mu_2 = 1$, so ergeben sich

$$A = N_1 l_1 / \mu_1 q_1 + N_2 l_2 / \mu_2 q_2 + N_3 l_3 / \mu_3 q_3$$

oder, da $\frac{N}{q} = B$ ist,

$$A = \frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_2}{\mu_2} l_2 + \frac{B_3}{\mu_3} l_3 = \frac{11800 \cdot 40}{\mu_1} + 7850 \cdot 4 + \frac{7850}{\mu_3} \cdot 12.$$

Setzt man nun für $\mu_1 = 1412$ und $\mu_3 = 2470$ (nach der Tabelle von Hopkinson, Uppenborns Kalender S. 55), so erhält man

$$A = \frac{4 \pi n i}{10} = 338 + 31400 + 38 \text{ und hieraus}$$

$$n i = 31776 : 1,257 = \text{ca. } 25300.$$

Will man also die Magnetisierung mit 5 Ampère bewirken, so hat man den Hufeisenstab mit 5060 Windungen zu umwickeln.

Man sieht hieraus auch, daß es für näherungsweise Berechnung genügt, wenn nur der magnetische Widerstand in dem Luftraume in Rechnung gebracht, der Widerstand in den Eisenteilen dagegen vernachlässigt wird.

82. Telegraphie und elektrisches Lätwerk. Die magnetische Wirkung eines elektrischen Stromes findet Anwendung, um in die Ferne Zeichen zu geben, denen durch Vereinbarung gewisse Bedeutungen beigelegt werden. Es ist dies sowohl möglich durch Ablenkung einer Magnetnadel, wie dies bei der transatlantischen Telegraphie geschieht, als auch durch Magnetisierung eines Eisenkernes. Hierbei wird der Strom mittels eines isolierten Drahtes von einer Station zur anderen geführt und durch die Erde zurückgeleitet.

Die Einrichtung eines Morse'schen Schreibtelegraphen auf einer Station ist aus nebenstehender Figur 80 ersichtlich.

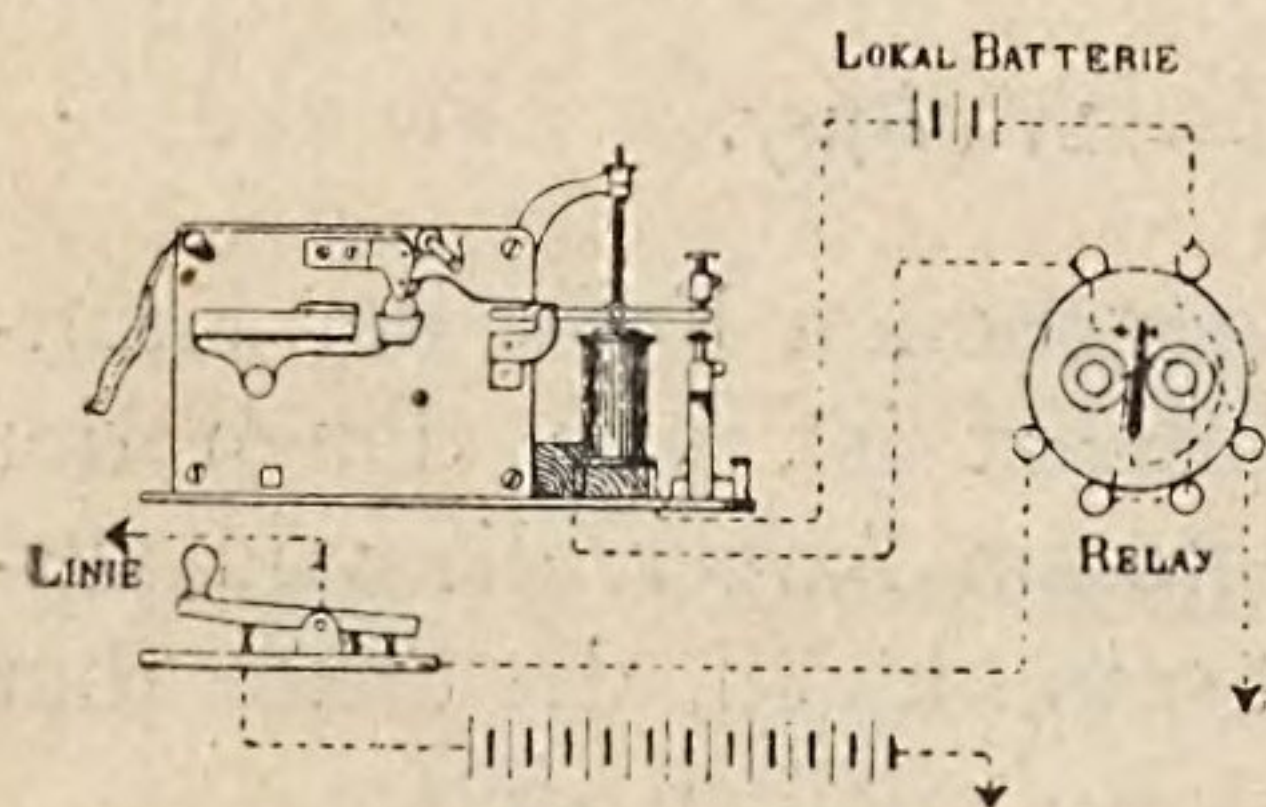


Fig. 80.

Durch kürzeres oder längeres Schließen des links unten befindlichen Schlüssels wird der durch die Linie geschickte Strom kürzere oder längere Zeit die Elektromagnete des auf der anderen Station befindlichen Relais magnetisieren und, so lange dies andauert, einen leicht

beweglichen Hebel so bewegen, daß er den Strom der Lokal-
batterie schließt. Die Folge hiervon wird sein, daß ebenso
lange der Elektromagnet des Schreibapparates magnetisiert
wird und dieser einen eisernen Anker anzieht, welcher einen
von einem Uhrwerk bewegten Papierstreifen gegen eine Farb-
rolle andrückt und darauf Punkte oder Striche abzeichnet. Aus
letzteren wurde durch Kombinationen derselben ein Alphabet
gebildet.

Eine elektrische Glocke ist in
nebenstehender Figur 81 abgebildet.

So lange der Knopf *P* herab-
gedrückt wird, kann der Strom des
Elementes *B* den Elektromagneten
der Glocke magnetisieren. Ist dies der
Fall, so wird der eiserne Klöppel vom
Elektromagneten angezogen und gibt
der Glocke einen Schlag. Hiedurch
wird aber der Strom bei *C* unter-
brochen, das weiche Eisen in der Spule des Elektromagneten
verliert seinen Magnetismus und die Federkraft des Klöppels
treibt ihn wieder in die ursprüngliche Lage zurück.

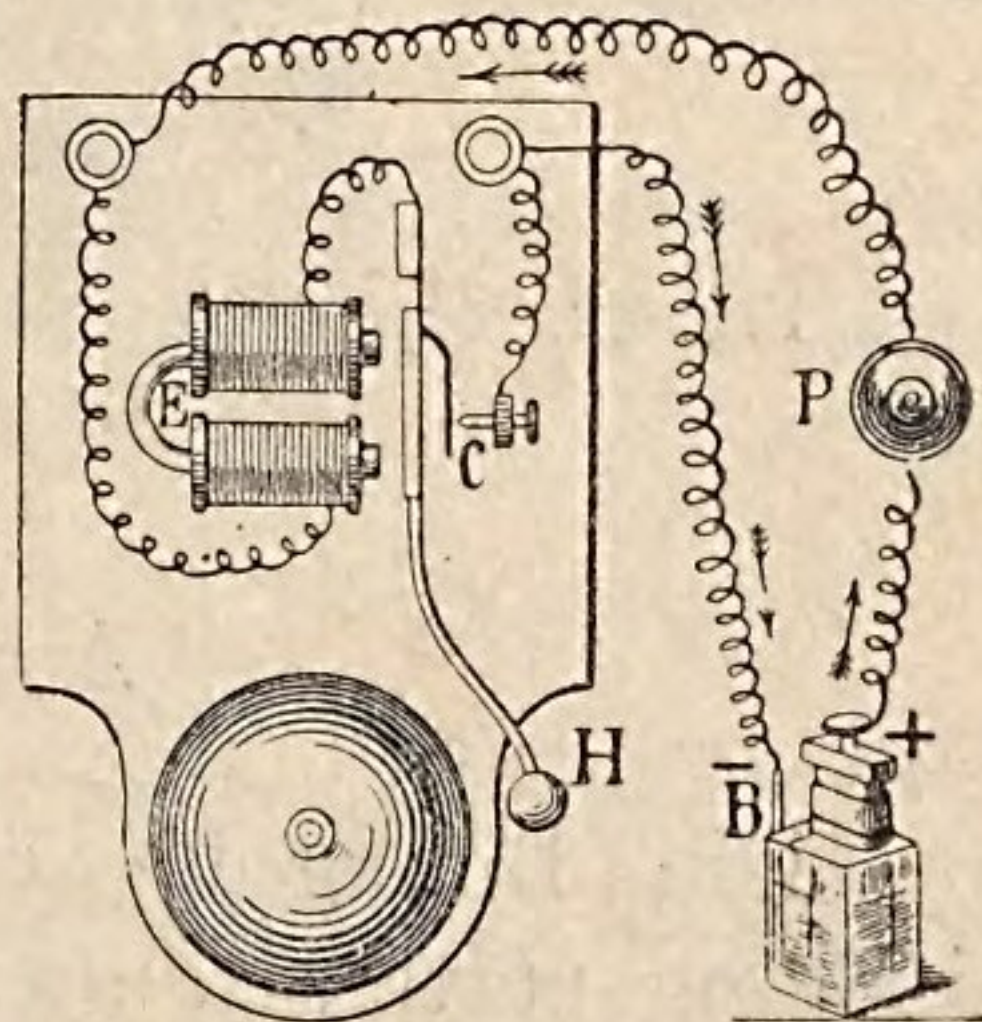


Fig. 81.

**83. Wirkung eines Magnetfeldes auf einen geradlinigen beweg-
lichen Stromleiter.** Wie ein festes Stromelement von der Länge *l*,
wenn es von einem Strom von *i* Ampère durchflossen wird,
auf den beweglichen Träger einer magnetischen Masse *m* eine
ponderomotorische Kraft nach dem Gesetze von Laplace

$$k = \frac{il \sin \alpha}{10} \cdot \frac{m}{r^2} \text{ Dyn}$$

ausübt, so erfährt auch dieses Stromelement selbst eine ebenso
große Kraftwirkung von entgegengesetzter Richtung durch das
magnetische Feld $\frac{m}{r^2} = H$. Ist das Stromelement beweglich,
so wird es sich unter dem Einflusse dieser ponderomotorischen
Kraft auch bewegen.

Erzeugen wir zwischen den Polflächen eines kräftigen
Elektromagneten ein magnetisches Feld *H*, so wird dieses hier

nahezu konstant sein und die Kraftlinien werden horizontal vom Nord- zum Südpol laufen (Fig. 82). Bringen wir in dieses Feld einen von i Ampère durchflossenen beweglichen horizontalen Stromleiter von der Länge L , so daß die Kraftlinien mit seiner

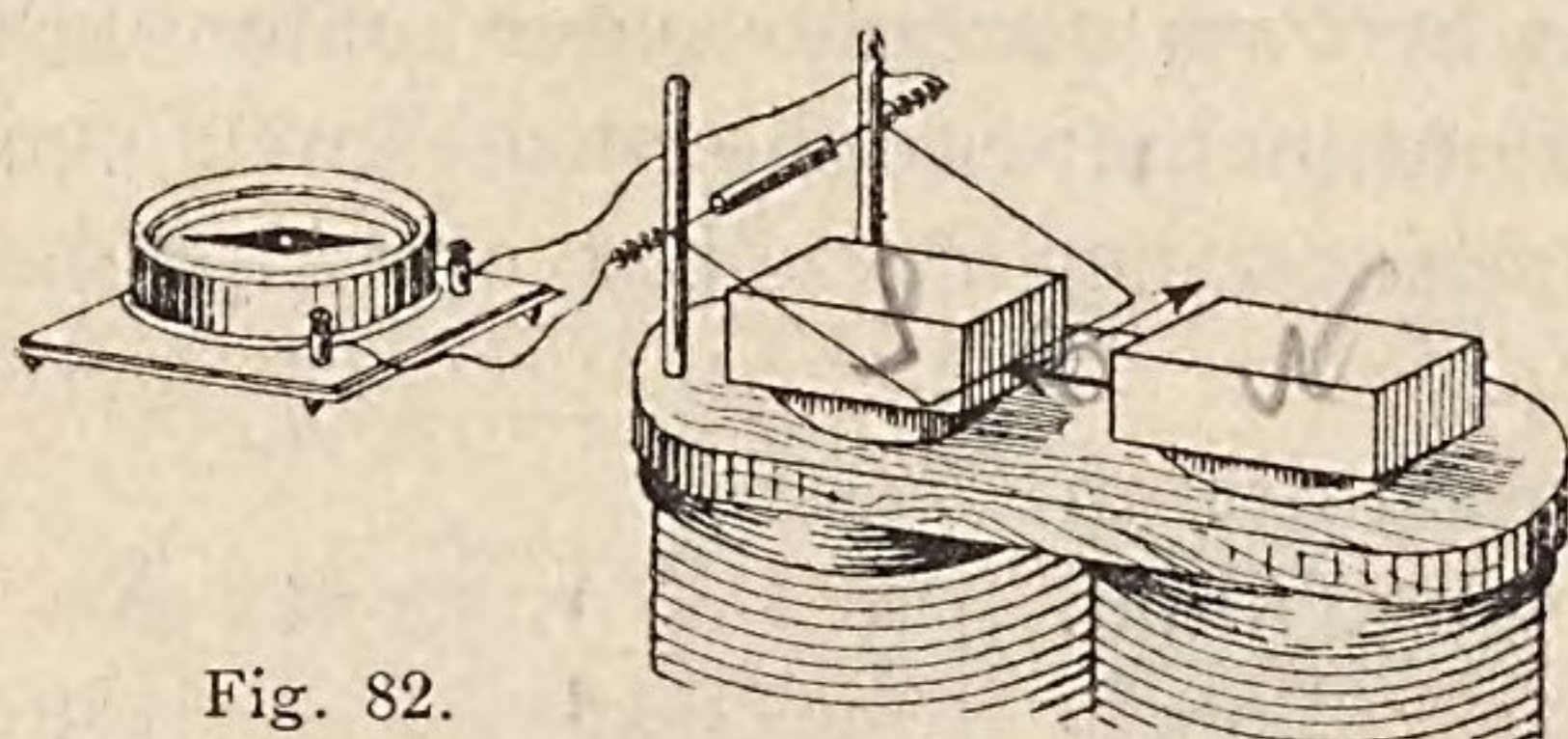


Fig. 82.

Richtung einen Winkel α einschließen, so wird derselbe senkrecht zu der durch den Stromleiter und die Richtung der Kraftlinien bestimmten Ebene bewegt und zwar mit der Kraft

$$k = \frac{H i L \sin \alpha}{10} \text{ Dyn.}$$

Die Bewegung erfolgt im vorliegenden Falle in der Richtung vertikal aufwärts. Letztere läßt sich in allen Fällen leicht durch folgende Regel von Fleming angeben: Hält man Zeigefinger, Mittelfinger und Daumen der linken Hand unter rechten Winkeln so, daß der Zeigefinger in die Richtung der magnetischen Kraftlinien und der Mittelfinger in die Richtung des Stromes fällt, so gibt die Richtung des Daumens die der Bewegung an. Berücksichtigt man, daß sich über das magnetische Feld H noch das vom Strome erzeugte superponiert, woraus oberhalb des Leiters ein schwächeres und unterhalb desselben ein stärkeres Feld resultiert, so ist die Richtung der Bewegung auch dadurch charakterisiert, daß sie von der Stelle, wo das magnetische Feld des Leiters das ursprüngliche verstärkt nach der Stelle, wo es das ursprüngliche schwächt, erfolgt.

Lassen wir die ponderomotorische Kraft so lange wirken, bis der Stromleiter einen Weg x zurückgelegt hat, so ist die von ihr hiebei geleistete Arbeit

$$A = \frac{i}{10} H L x \sin \alpha.$$

Da $H L x \sin \alpha$ die Zahl der von dem Leiter L auf dem Wege x geschnittenen Kraftlinien N ausdrückt, so läßt sich

die von den magnetischen Kräften geleistete Arbeit auch ausdrücken durch die Gleichung:

$$A = \frac{i}{10} N \text{ Erg.}, \quad \text{wobei } i \text{ die Stromstärke und } N \text{ die Zahl der Kraftlinien ist.}$$

d. h. wenn ein von einem Strome durchflossener Leiter unter dem Einflusse eines magnetischen Feldes bewegt wird, so ist der Energieverlust des Systems ausgedrückt durch das Produkt der Stromstärke und der Zahl der vom Leiter durchschnittenen Kraftlinien.

84. Energie eines magnetischen Blattes, sowie eines Kreisstromes und Solenoides in einem magnetischen Felde. Ein System gewinnt soviel an Energie, als ihm von außen durch Arbeitsleistung zugeführt wird und verliert soviel an Energie, als die ihm innewohnenden Kräfte Arbeit produzieren.

Nehmen wir an, es befinde sich ein magnetisches Blatt mit den Begrenzungsflächen A und B und der Dicke d in einem homogenen magnetischen Felde H ; hierbei sei die Fläche A gleichmäßig mit der Menge $m = \pm \sigma A$ und die Fläche B ebenso mit der Menge $m' = \mp \sigma A$ belegt. Ferner sei die Dicke des Blattes d und bilde mit den Kraftlinien den Winkel α (Fig. 83). Das magnetische Blatt besitzt dann soviel Energie, als man von außen Arbeit aufwenden mußte, um das System von dem Zustande, in dem es die Energie Null hatte, in den gegenwärtigen Zustand zu versetzen,

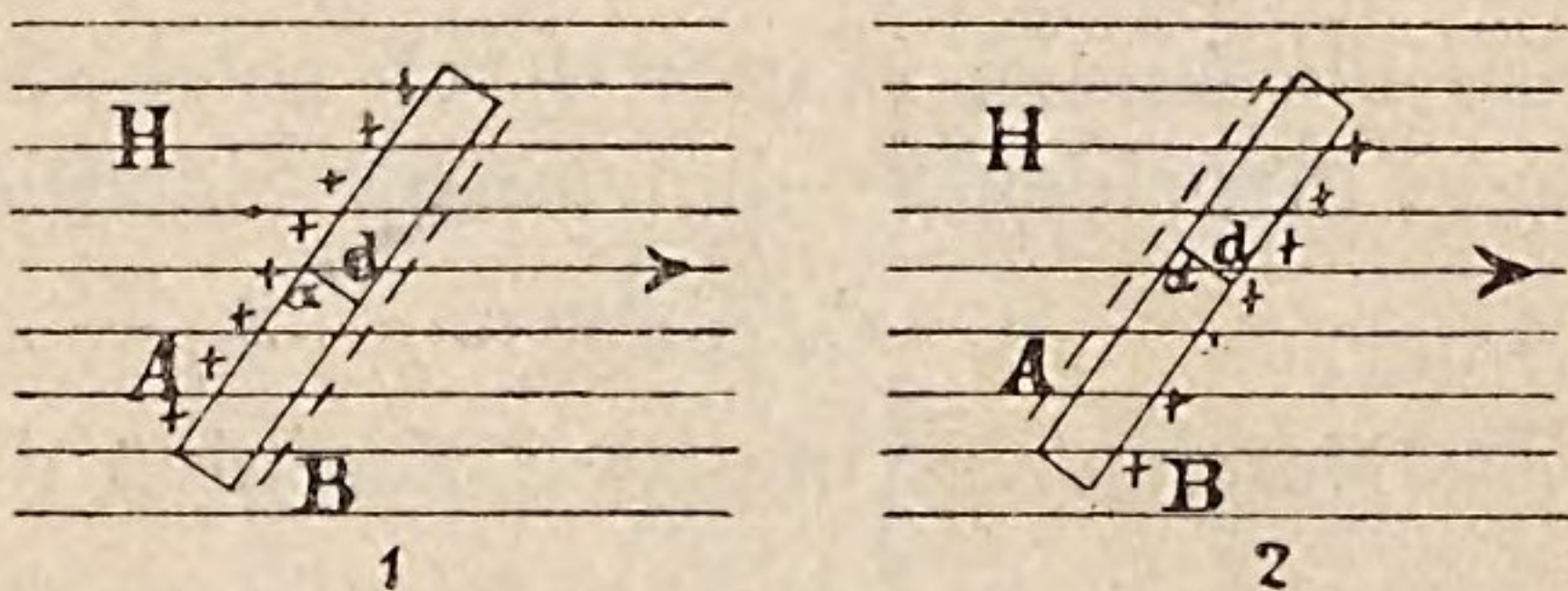


Fig. 83.

oder es besitzt Energie, welche gleich ist dem negativen Betrage der Arbeit, welche die magnetischen Kräfte zu leisten haben, um das System von dem erstgenannten Zustande in den gegenwärtigen zu versetzen. Von dieser Arbeit erfahren wir leicht den Wert durch eine Überlegung, welche wir bereits in Kap. 50 angedeutet haben.

Denken wir uns nämlich erst beide Magnetismen auf einer Fläche, z. B. auf A , vereinigt, so besitzt das Blatt offenbar

die Energie Null. Um nun dasselbe in den magnetischen Zustand zu versetzen, müssen wir im ersten Falle gegen die magnetischen Kräfte die Arbeit $\sigma A H d \cos \alpha$ leisten. Dadurch wird die Energie des Blattes um diesen Betrag größer als Null, also

$$E = \sigma A H d \cos \alpha = A H \Phi \cos \alpha.$$

Im zweiten Falle erhält das Blatt seine Magnetisierung dadurch, daß die magnetischen Kräfte die Arbeit $\sigma A H d \cos \alpha$ leisten. Hiedurch wird die Energie des Blattes kleiner als Null, also

$$E = -\sigma A H d \cos \alpha = -A H \Phi \cos \alpha.$$

Da nun jedes freie System sich im stabilen Gleichgewicht befindet, wenn seine potentielle Energie möglichst klein ist, so werden sich die beiden magnetischen Blätter einzeln an einem Faden aufgehängt so lange drehen, bis ihre Energie

$$E = -A H \Phi$$

geworden ist.

Nach dem vorgehenden Kapitel ist nun das magnetische Blatt in der Stellung 1 identisch mit einem Strome, welcher die Begrenzung von A von vorne gesehen in der umgekehrten Richtung eines Uhrzeigers durchfließt und dessen Stärke $i = \Phi$ ist, während das Blatt in der Stellung 2 mit demselben Strome nur von umgekehrter Richtung identisch ist. Denken wir uns also die beiden Blätter durch solche Ströme ersetzt, so haben diese in beiden Stellungen die Energie

$$1. A H i \cos \alpha. \quad 2. -A H i \cos \alpha.$$

Nennen wir nun den Kraftfluß durch die Fläche A

$$A H \cos \alpha = N$$

positiv, wenn die Kraftlinien an der negativen Seite des Blattes oder des dasselbe umkreisenden Stromes ein- und an der positiven Seite austreten, den Kraftfluß von entgegengesetzter Richtung aber negativ, so ist die Energie des Blattes in allen Stellungen ausgedrückt durch die Gleichung

$$E = -N \Phi$$

und die Energie des eine Fläche umkreisenden Stromes durch die Gleichung

$$E = -i N.$$

Demnach sucht ein magnetisches Blatt oder ein Kreisstrom in einem magnetischen Felde unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte stets eine solche Stellung einzunehmen, daß möglichst viele Kraftlinien deren negative Fläche treffen. Die Arbeit, welche die magnetischen Kräfte bei einer solchen Bewegung leisten, ist gleich der Anzahl der neu hinzukommenden Kraftlinien multipliziert mit der Stärke des Blattes bzw. Stromes.

Denken wir uns einen Kreisstrom von 100 qcm Fläche von einem Strome von 5 Ampère durchflossen in der Ebene des magnetischen Meridians aufgehängt und festgehalten, so wird sich derselbe, freigelassen, unter dem Einflusse der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus $H = 0,205$ Dyn um 90° drehen. Hierbei leisten die magnetischen Kräfte eine Arbeit $W = 0,205 \cdot 100 \cdot \frac{5}{10} = 1,025$ Erg.

De la Rive hat einen schwimmenden Kreisstrom dadurch geschaffen, daß er ein Zink und Kupferblech, die er in einem Korke befestigte, durch mehrere Windungen isolierten Kupferdrahtes miteinander verband und in ein Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure setzte. Hat nun der Kreisstrom die in der Figur 84 angegebene Stellung und nähert man ihm den Nordpol eines Stabmagnetes, so wird der Stromleiter von diesem angezogen und soweit sich über den Stabmagneten bewegen, bis er die Mitte desselben erreicht hat. In diesem Falle treffen die meisten Kraftlinien die von den Drahtwindungen umschlossene negative Fläche. Hält man die Drahtrolle über dem Stabe fest und schickt man den Strom in entgegengesetzter Richtung durch dieselbe, so wird ihre positive Fläche von den Kraftlinien des Stabes getroffen. Es schiebt sich sodann die Rolle von selbst über den Magnetstab, dreht sich von demselben getrennt, um 180° und bewegt sich dann wieder über den Stab bis in dessen Mitte.

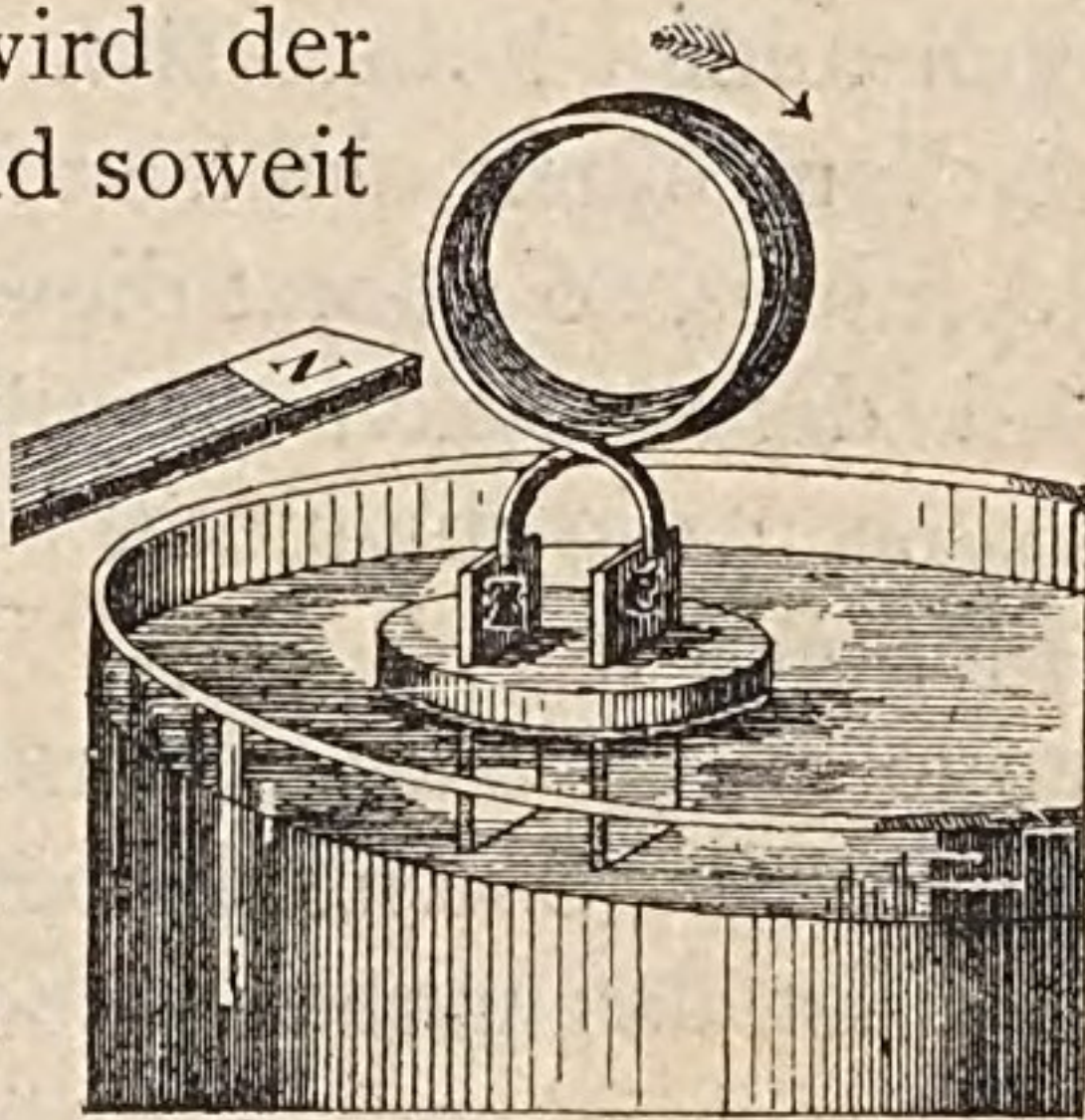


Fig. 84.

85. Ponderomotorische Wirkung elektrischer Ströme aufeinander und Ampères Magnetentheorie. Hängt ein Kreisstrom oder ein von einem Strome durchflossenes Solenoid im homogenen Felde des Erdmagnetismus, so dreht es sich so, daß die Kraftlinien an dessen negativer Begrenzungsfläche eintreten und letztere auf ersteren senkrecht steht.

Wird ein beweglicher Kreisstrom oder ein von einem Strome durchflossenes Solenoid einem festaufgestellten, stromdurchflossenen Leiter genähert, so dreht sich ersteres so lange, bis möglichst viele von der positiven Fläche des festen Stromleiters ausgehende Kraftlinien an seiner negativen Seite eintreten, d. h. das bewegliche dreht sich so, daß es dem festen parallel wird und seine negative Fläche dessen positiver zuwendet.

Man sieht also, daß sich ein von einem Strome durchflossenes Solenoid gerade so verhält wie ein Magnetcylinder.

Deshalb hat Ampère die Hypothese aufgestellt, daß ein magnetisierbarer Körper Moleküle enthält, von denen jedes dauernd von einem elektrischen Kreisstrom umflossen wird. So lange das Medium nicht magnetisiert ist, haben die Ebenen dieser Kreisströme alle möglichen Lagen und deren Wirkungen nach außen heben sich gegenseitig auf. Führt man um das Medium einen elektrischen Strom durch die Windungen eines Solenoids, so richtet dieser die Kreisströme zu einander parallel und deren Axen parallel zur Axe des Solenoids. Deshalb wachsen die magnetischen Kraftlinien pro qcm innerhalb des Solenoids auf $B = \mu H$ an, wenn deren Zahl H beträgt, so lange anstatt des magnetischen Mediums Luft sich im Hohlraume des Solenoids befindet.

Ist das magnetische Medium weiches Eisen, so nehmen die Moleküle nach Aufhören der magnetisierenden Kraft wieder ihre alte Lage ein, das weiche Eisen wird wieder unmagnetisch. Ist das Medium aber Stahl, so verharren dessen Moleküle infolge ihrer Koercitivkraft in der angenommenen Lage; der Stahl bleibt magnetisch. Man kann sich demnach jeden permanenten Magneten als ein von elektrischen Strömen umflossenes Solenoid denken, dessen Südpol an der Seite sich

befindet, von welcher aus gesehen die elektrischen Ströme die Richtung des Uhrzeigers haben.

Nähert man zwei geradlinige Teile zweier von elektrischen Strömen durchflossener Stromleiter einander, so suchen sich dieselben parallel zu stellen und ziehen einander an, wenn die Ströme in denselben gleich gerichtet sind, während sie einander abstoßen, wenn diese entgegengesetzte Richtung haben.

Man kann diese ponderomotorischen Wirkungen sichtbar machen mittelst des in Figur 85 abgebildeten Ampère'schen Gestelles. Man überzeugt sich hiebei, daß der Stromteil ed von ab angezogen oder abgestoßen wird, je nachdem die Ströme in ed und ab gleiche oder entgegengesetzte Richtungen haben. Hält man unter fd einen geradlinigen Stromleiter unter einem Winkel α , so wird sich fd zu letzterem parallel stellen, so daß abermals die Ströme beider Leiter gleichgerichtet sind.

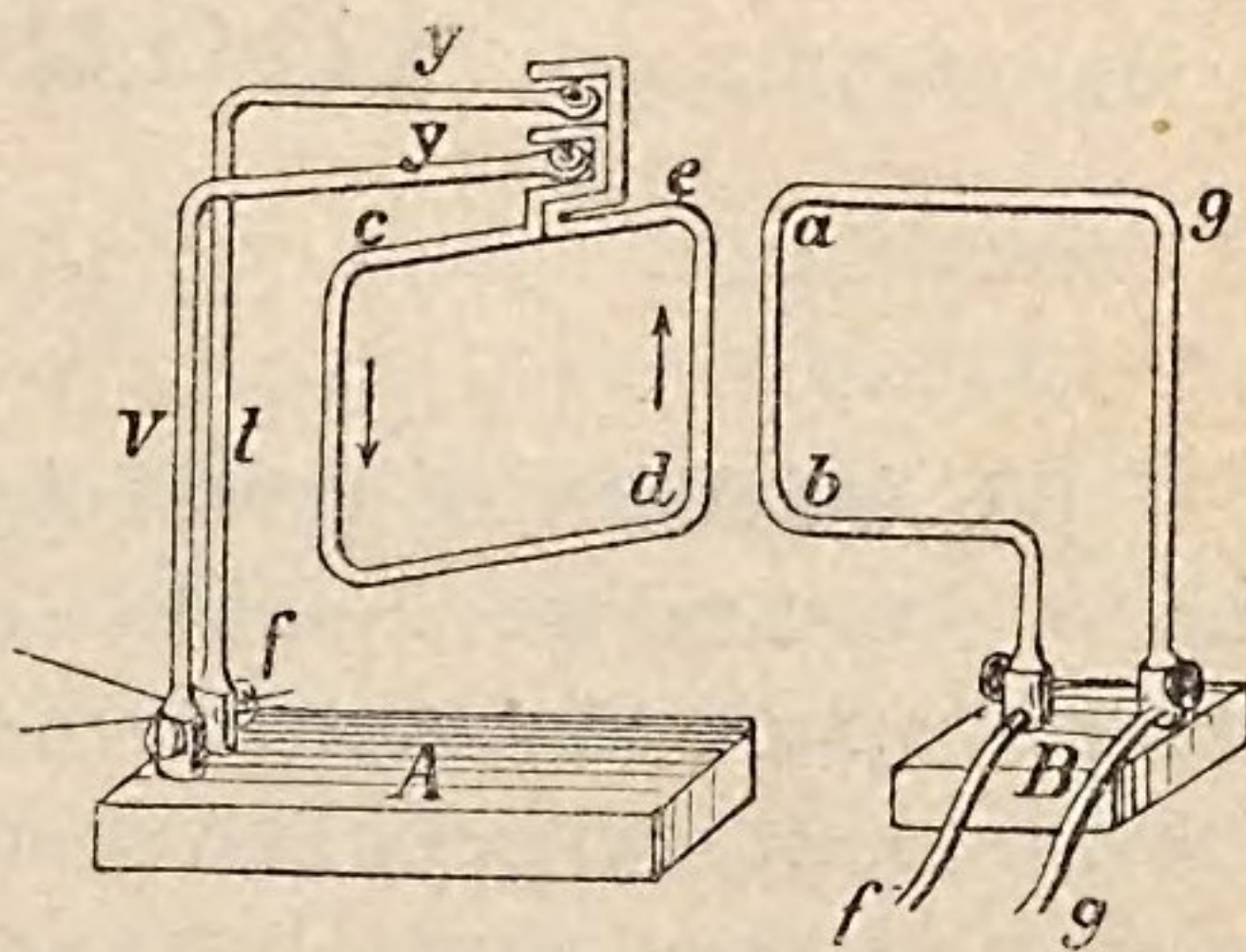


Fig. 85.

Die Ursache dieser ponderomotorischen Wirkung bilden die von den Strömen erzeugten magnetischen Felder, die sich, wie in Kap. 83 bereits ausgeführt wurde, übereinander lagern (superponieren) und eine Bewegung der Stromleiter zu veranlassen streben von der Stelle, wo die Kraftfelder sich verstärken zu den Stellen, wo sie sich schwächen.

Man bezeichnet die ponderomotorischen Wirkungen von Leitern elektrischer Ströme aufeinander auch als deren elektrodynamische Wirkung. Aus den bisherigen Darlegungen ist jedoch ersichtlich, daß auch diese Wirkungen elektromagnetische sind.

Denkt man sich nach der Ampère'schen Hypothese den Erdmagnetismus als Folge von elektrischen Strömen, welche die Erde umkreisen, so haben wir uns diese Ströme, weil sie im Norden der Erde Südmagnetismus erzeugen, auf unserer Halbkugel von Osten nach Westen gerichtet zu denken.

V. Abschnitt.

Induktion.

86. Induktion in geradlinigen Leitern. Nehmen wir an, in einem Stromkreise befinde sich außer der stromerzeugenden Batterie und den erforderlichen Leitungsdrähten noch ein Galvanometer und ein beweglicher geradliniger Leiter. Letzterer habe die Länge l und befinde sich in einem kräftigen Magnetfelde (Fig. 86) von der Stärke H und bilde mit der Richtung

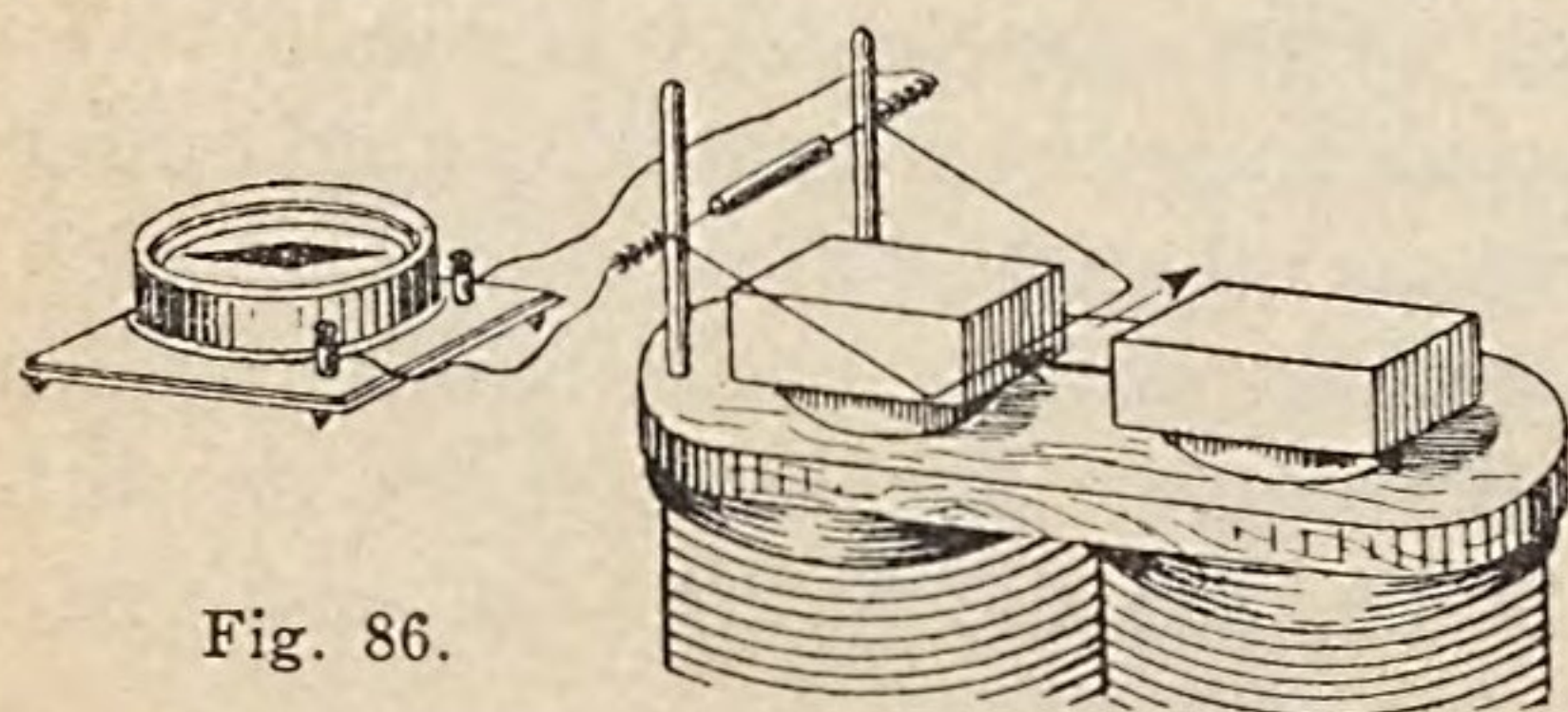


Fig. 86.

der Kraftlinien den Winkel α . Schließen wir nun den Strom, so besitzt derselbe, solange der bewegliche Leiter festgehalten wird, die Stärke $i_0 = \frac{E}{R}$,

wenn E die elektromotorische Kraft der Batterie und R den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet, und die von dem Strome in t Sekunden verausgabte Energie wird vollständig in Joule'sche Wärme umgewandelt.

Läßt man nun den Stromleiter frei, so wird derselbe unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte in t Sekunden um eine Strecke x senkrecht zu der Ebene (Hl) fortbewegt und das Galvanometer zeigt, daß der Strom von i_0 bis i gesunken ist. Die von dem nunmehrigen Strome i verausgabte Energie hat nicht bloß Joule'sche Wärme geliefert, sondern auch mechanische Arbeit im Betrage von $iHlx \sin \alpha$

$= i S \sin \alpha = i N$ geleistet, wenn S der Flächeninhalt des Rechtecks lx genannt wird.

Es ist also $Eit = i^2 Rt + iN$,

woraus sich $i = \frac{E - N/t}{R}$ A)

ergibt. Man sieht also, daß das Sinken des Stromes die Folge davon ist, daß sich durch die Bewegung des Stromleiters und die Durchschneidung magnetischer Kraftlinien durch denselben eine elektromotorische Gegenkraft $e = -\frac{N}{t}$ gebildet hat.

Es tritt also bei der Bewegung eines Stromleiters in einem magnetischen Felde, dem Prinzipie der Erhaltung der Energie entsprechend, eine seiner Arbeitsleistung äquivalente elektromotorische Kraft hervor, welche gleich ist der Anzahl der von ihm in 1 Sekunde durchschnittenen Kraftlinien. Diese durch Arbeitsleistung gewonnene elektromotorische Kraft $e = \frac{N}{t}$ hat für die Dauer der Bewegung t einen Strom zur Folge, der nach obiger Gleichung A) dem Ohm'schen Gesetze entsprechend

$$i' = \frac{N}{t} : R \text{ ist.}$$

Aus dem Vorzeichen von $\frac{N}{t}$ in Gleichung A) ist ersichtlich, daß dieser sogenannte Induktionsstrom die entgegengesetzte Richtung besitzt, wie der Strom i , welcher die ihn verursachende Bewegung erzeugt hat, daß er selbst also die entgegengesetzte Bewegung des Stromleiters l veranlassen würde, wie der Strom i , und somit hemmend wirkt auf die Bewegung, die ihn erzeugt. Auf letzteren Umstand hat Lenz für eine besondere Klasse von Induktionsströmen zuerst aufmerksam gemacht.

Diese Thatsache ist jedoch eine notwendige Folge des Energieprinzipes und wird sich allgemein für alle Induktionsströme als zutreffend zeigen.

Da in unserem Falle der induzierte Strom die entgegengesetzte Richtung wie der erzeugende besitzt, so läßt sich diese

Richtung auch dadurch bestimmen, daß man die Fleming'sche Regel auf die rechte, statt wie oben in Kap. 83 auf die linke Hand bezieht. Dieselbe lautet sodann: Hält man die drei Finger der rechten Hand so unter rechten Winkeln, daß der Zeigefinger in die Richtung der magnetischen Kraftlinien und der Daumen in die Richtung der Bewegung fällt, so gibt die Richtung des Mittelfingers die Richtung des induzierten Stromes an.

Da in Gleichung A) der Strom i als Resultante zweier Ströme, nämlich

$$i = i_0 - i' = \frac{E}{R} - \frac{N/t}{R}$$

erscheint und die beiden Teilströme vollständig voneinander unabhängig sind, indem ersterer der chemischen Energie der Zelle und letzterer der Bewegung des Leiters l in einem magnetischen Felde ihre Entstehung verdanken, so ist einleuchtend, daß letzterer auch durch die Bewegung des Leiters l entsteht, wenn die Zelle gar nicht vorhanden ist. Mit Hilfe der Fleming'schen Regel läßt sich sodann die Richtung des Induktionsstromes in allen Fällen leicht angeben, wo ein geradliniger Stromleiter magnetische Kraftlinien schneidet.

Experimentell lassen sich die Induktionsströme in geradlinigen Leitern ebenfalls leicht nachweisen.

Bewegt man z. B. in der in Fig. 82 abgebildeten Anordnung den beweglichen Draht rasch nach oben oder unten, so daß er in der Zeit der Bewegung möglichst viele Kraftlinien des zwischen den Polflächen befindlichen magnetischen Feldes durchschneidet, so zeigt ein eingeschaltetes Galvanometer einen induzierten Strom an von der Richtung, daß er die ihn verursachende Bewegung zu hemmen sucht.

Desgleichen wird in einem mit einem Galvanometer verbundenen geradlinigen Drahte ein Strom induziert, wenn derselbe einem festen Strome i in einem geradlinigen Leiter genähert oder entfernt wird. Dasselbe tritt auch ein, wenn ohne Änderung der Entfernung beider Stromleiter der Strom i geöffnet oder geschlossen wird. Im ersteren Falle besteht um i ein magnetisches Kraftfeld und der geradlinige Stromleiter

schneidet bei seiner Annäherung und Entfernung eine Anzahl Kraftlinien. Im letzteren Falle entsteht und verschwindet das Kraftfeld mit dem Schließen und Öffnen des Stromes, wobei sich jedesmal Ströme bilden, welche die betreffende Zustandsänderung zu verhindern suchen, wie auch in der Mechanik jede Geschwindigkeitsänderung einer Masse eine Kraft, den Trägheitswiderstand, hervorruft, welche diese Änderung zu hindern sucht. Bei der Annäherung oder dem Stromschluß wird in dem mit dem Galvanometer verbundenen Drahte ein Strom, der mit i entgegengesetzte Richtung hat, bei der Entfernung oder dem Öffnen des Stromes dagegen ein mit i gleich gerichteter Strom induziert.

87. Einheit der elektromotorischen Kraft im elektromagnetischen Maße. Befindet sich ein geradliniger Stromleiter von der Länge 1 cm in einem homogenen magnetischen Felde von der Stärke $H = 1$ und zwar senkrecht zur Richtung von dessen Kraftlinien und wird derselbe parallel zu sich und senkrecht zu den Kraftlinien in 1 Sekunde 1 cm weit bewegt, so ist die von ihm beschriebene Fläche 1 qcm und die Zahl der geschnittenen Kraftlinien $H \cdot S = 1 \cdot 1 = 1$, also die in ihm erzeugte elektromotorische Kraft

$$e = \frac{N}{t} = 1.$$

Hiedurch ist also die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft im elektromagnetischen Maße bestimmt.

Da diese absolute Einheit sehr klein ist, so wählt man, wie schon früher erwähnt, als praktische Einheit das Volt. Da $1 \text{ Volt-Coulomb} = 10^7 \text{ Erg}$ und $1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} \text{ abs. E. M. E.}$

so ist $1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ abs. E. M. E.}$

Wenn also ein geradliniger Stromleiter in $\frac{1}{20}$ Sekunde 50000 Kraftlinien schneidet, so ist die in ihm erregte elektromotorische Kraft

$$e = \frac{N}{10^8 t} = \frac{50000 \cdot 20}{10^8} = \frac{1}{100} \text{ Volt.}$$

Eine zweite Definition hiefür liefert uns auch noch die Gleichung für die Arbeitsleistung des elektrischen Stromes

$$e i t = A \text{ Erg.}$$

Hienach ist die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft im elektromagnetischen Maße die Spannung, unter welcher die elektromagnetische Stromeinheit (10 Ampère) in 1 Sekunde die Arbeit 1 Erg leistet.

88. Induktion in Flächen umschließenden Leitern. Bringt man in das Magnetfeld zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten einen eine Fläche umschließenden Leiter und läßt man einen durch eine Zelle von der elektromotorischen Kraft E erzeugten Strom durch ihn und ein gleichfalls eingeschaltetes Galvanometer gehen, so zeigt dieses, so lange der Stromleiter festgehalten wird, einen Strom i_0 an, dessen Energie in Joulesche Wärme verwandelt wird, so daß, wenn R der Widerstand des ganzen Stromkreises ist:

$$E i_0 t = i_0^2 R t.$$

Läßt man nun den geschlossenen Stromleiter frei, so begibt sich derselbe, wenn er sich reibungslos bewegen kann, in die stabile Gleichgewichtslage und das Galvanometer zeigt während seiner Bewegung abermals einen schwächeren Strom i an. Zu dieser Bewegung wurde ein Teil der Energie des Stromes i verwendet und zwar ist der Betrag A hievon nach Kap. 84 gegeben durch

$$A = i N,$$

wenn N die Zahl der Kraftlinien ist, welche der geschlossene Stromleiter nach der Bewegung mehr in positiver Richtung aufnimmt, als vor derselben.

Genau durch dieselbe Überlegung, wie im vorigen Kapitel, gelangen wir auch hier wieder zu der Annahme, daß die vom Strome i aufgewendete Energie zur Überwindung der magnetischen Kräfte benützt wird, welche ein entgegengesetzt gerichteter Induktionsstrom hervorgerufen hat. Es ist hier wieder die aufgewandte Stromenergie gleich der Joule'schen Wärme vermehrt um die geleistete Arbeit

$$E i t = i^2 R t + i N,$$

und die elektromotorische Kraft dieses Gegenstromes berechnet sich auch hier aus der Gleichung $i = i_0 - i' = \frac{E - N/t}{R}$ als $e = N/t$.

Wir gelangen also zu dem Resultate: Wenn in einem magnetischen Felde ein Leiter, der eine Fläche umschließt, sich so bewegt, daß sich die Zahl der eine Seite derselben treffenden Kraftlinien vermehrt, so wird in ihm ein Strom induziert, der diese Seite in entgegengesetzter Richtung wie der Zeiger einer Uhr umfließt, also der Vermehrung der Kraftlinien entgegenwirkt, indem er Kraftlinien entgegengesetzter Richtung erzeugt. Die elektromotorische Kraft desselben ist abermals $e = N/t$, also gleich der Geschwindigkeit, mit der sich die Zahl der Kraftlinien ändert oder gleich der Änderung der Kraftlinien in einer Sekunde. Aus der Fläche austretende Kraftlinien sind hierbei selbstverständlich gleichbedeutend mit ebensoviel negativen eintretenden Linien.

Bewegt man durch Aufwand äußerer Arbeit den geschlossenen Stromleiter so, daß sich die Zahl der eine Fläche treffenden Kraftlinien vermindert, so sieht man am Galvanometer, daß der Strom i_0 verstärkt wird.

Es wird also durch eine Verminderung der Kraftlinien ein Strom induziert, der die gleiche Richtung wie i_0 hat und deshalb die Zahl der diese Fläche treffenden Kraftlinien zu vermehren sucht. Der hiedurch induzierte Strom umfließt also die betreffende Fläche in der Richtung eines Uhrzeigers.

Auch diese in einem geschlossenen Stromleiter induzierten Ströme verdanken ihre elektromotorische Kraft nur der Änderung der Zahl der von dem Stromleiter eingeschossenen Kraftlinien. Deshalb bleiben die gewonnenen Resultate auch gültig, wenn die elektromotorische Kraft der Zelle nicht vorhanden ist. Man kann also die Resultate wieder zusammenfassen in dem Satze:

Bewegt sich ein geschlossener eine Fläche einschließender Stromleiter in einem magnetischen Felde, so daß die Zahl der auf einer Seite desselben eintretenden Kraftlinien sich ändert, so wird in demselben ein Strom induziert, welcher der Änderung der Anzahl der Kraftlinien, die ihn erzeugt, dadurch entgegenwirkt, daß er selbst Kraftlinien von entsprechender Richtung erzeugt. Die Richtung der induzierten Ströme stimmt also auch hier mit dem erweiterten Lenz'schen Gesetze überein.

Ist eine um eine vertikale Axe drehbare Spule von 20 cm Radius so aufgestellt, daß ihre horizontale Axe in den magnetischen Meridian fällt, so treten auf einer Seite dieser Spule SH magnetische Kraftlinien ein, wobei $S = 20^2 \pi$ qcm und $H = 0,205$ Dyn bedeutet, also

$$SH = 257 \text{ ist}$$

Dreht man die Spule in $1/50$ Sekunde um 180° , so treten nun die sämtlichen 257 Kraftlinien von der erwähnten Seite heraus. Es hat also diese Seite eine Verminderung der Kraftlinien erfahren, welche eine elektromotorische Kraft

$$e = \frac{N}{t} = \frac{2 \cdot 257}{1/50} = 25700 \text{ abs. E. M. E.} = \frac{25700}{10^8} \text{ Volt}$$

in der Windung hervorruft.

Befinden sich auf der Spule 10000 Windungen, so liefert jede Windung dieselbe elektromotorische Kraft, so daß sich der mittlere

Gesamtbetrag
$$E = \frac{257 \cdot 10^6}{10^8} = 2,57 \text{ Volt ergibt.}$$

Sind die Enden der Spule leitend miteinander verbunden, so fließt auf die Dauer der Bewegung durch den Leiter ein Strom; derselbe besitzt, wenn der Widerstand 200Ω beträgt, die mittlere Stärke 0,0129 Ampère und umfließt die betreffende Seite der Spule im Sinne eines Uhrzeigers.

Die Elektrizitätsmenge die in der Zeit t Sekunden durch einen Querschnitt des Leiters fließt ist

$$Q = i t = \frac{e}{R} t = \frac{N/t}{R} t = N/R,$$

$$\text{also } Q = \frac{514 \cdot 10^4}{200 \cdot 10^8} = 0,000257 \text{ Coulomb.}$$

89. Messung eines Stromstoßes durch das ballistische Galvanometer. Will man die in einer sehr kleinen Zeit τ durch eine Leitung gehende Elektrizitätsmenge messen, so schalte man in den Stromkreis ein empfindliches Galvanometer ein und beobachte mit Spiegel und Skala den Ausschlag α , den die Magnetnadel infolge des Stromstoßes erfährt.

Denken wir uns die Zeit τ in viele Teile $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \dots$ zerlegt und nehmen wir an, der Strom habe in den einzelnen Zeitabschnitten die Stärke $i_1, i_2, i_3 \dots$, so erhält die Nadel, deren Moment M sei, in dem ersten Zeitabschnitt τ_1 die Winkel-

beschleunigung
$$\left[= \frac{\text{Drehungsmoment}}{\text{Trägheitsmoment}} \right]$$

$$\varphi_1 = \frac{2n\pi}{\mathcal{F}r} i_1 M = \frac{GM}{\mathcal{F}} i_1$$

(wobei G die Galvanometerkonstante und $\mathcal{F}$ das Trägheitsmoment der Nadeln bedeutet) und die Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 = \varphi_1 \tau_1$. Da die Winkelbeschleunigung in den folgenden Zeitabschnitten $\varphi_2 = \frac{GM}{\mathcal{F}} i_2$ etc., die entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten $\omega_2 = \varphi_2 \tau_2$ etc. sind, so erhält die Nadel in der gesamten Zeit τ eine Winkelgeschwindigkeit von der Größe

$$\begin{aligned} \omega &= \varphi_1 \tau_1 + \varphi_2 \tau_2 + \dots + \varphi_n \tau_n = \frac{GM}{\mathcal{F}} (i_1 \tau_1 + i_2 \tau_2 + \dots + i_n \tau_n) \\ &= \frac{GM}{\mathcal{F}} Q, \text{ wenn } Q \text{ die elektrische Gesamtmenge ist, die in} \\ &\text{der Zeit } \tau \text{ durch die Leitung fließt.} \end{aligned}$$

Ist die Schwingungszeit der Nadel für eine halbe Pendelschwingung t , so ist $t = \pi \sqrt{\frac{\mathcal{F}}{MH}}$ und hieraus $\frac{M}{\mathcal{F}} = \frac{\pi^2}{t^2 H}$, also $\omega = \frac{GQ}{H} \frac{\pi^2}{t^2}$.

Mit dieser Winkelgeschwindigkeit, welche die Nadel durch den Stromstoß erhalten haben soll, bevor sie ihre Ruhelage verlassen hat, besitzt die Nadel die kinetische Energie $\frac{\mathcal{F}\omega^2}{2}$; diese vermag die Nadel um den Winkel α aus ihrer Ruhelage zu drehen, also die Arbeit $MH(1 - \cos \alpha)$ zu leisten, so daß

$$\frac{\mathcal{F}\omega^2}{2} = MH(1 - \cos \alpha) = 2MH \sin^2 \alpha/2.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\mathcal{F}}{MH} = \frac{4 \sin^2 \alpha/2}{\omega^2} \text{ oder } \frac{t^2}{\pi^2} = \frac{4 \sin^2 \alpha/2}{\omega^2}, \text{ also } \frac{t}{\pi} = \frac{2 \sin \alpha/2}{\omega}.$$

Setzt man für ω den obigen Wert ein, so wird für den Fall, daß α sehr klein, also $\sin \alpha/2 = \alpha/2$ ist,

$$\frac{t}{\pi} = \alpha \frac{Ht^2}{GQ\pi^2}, \text{ mithin } Q = \frac{Ht}{G\pi} \alpha,$$

d. h. die bei einem Stromstoße durch das Galvanometer ge-

schickte Elektrizitätsmenge ist dem Ausschlage der Nadel proportional.

Da nun $\frac{H}{G} = C$ der Reduktionsfaktor des Galvanometers ist, so erhält man

$$Q = C \frac{t}{\pi} \alpha.$$

Hiebei ist aber vorausgesetzt, daß die Nadel nicht von einer Metallhülse, in welcher durch das plötzliche Auftreten des durch Q erzeugten magnetischen Feldes ein Induktionsstrom erzeugt würde, umgeben ist oder, wie man gewöhnlich sagt, daß die Nadel nicht gedämpft ist.

Hiedurch ist auch ein Mittel gegeben, die in einem Kondensator enthaltene Elektrizitätsmenge in elektromagnetischem Maße zu berechnen.

90. Induktion in Solenoiden. Leitet man durch ein Solenoid (Fig. 87), das aus ξ_1 Windungen besteht und dessen Reluktanz

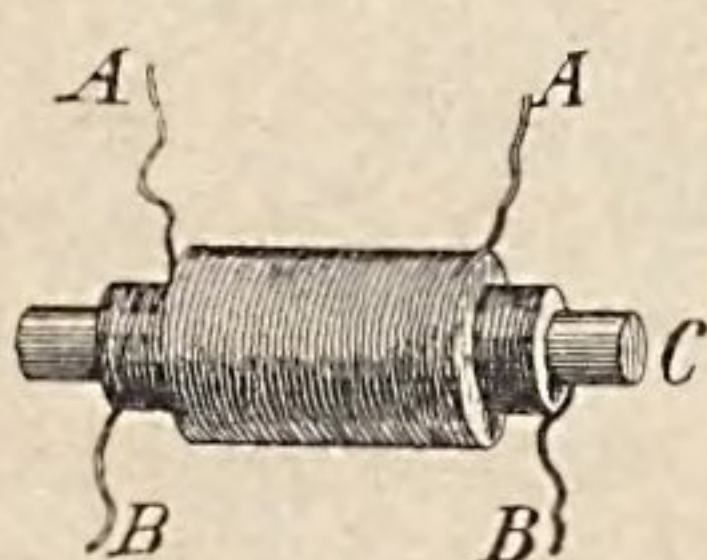


Fig. 87.

$\frac{l}{\mu q} = R$ ist, einen Strom von i_1 Ampère, so erzeugt derselbe

$$N = \frac{4\pi \xi_1 i}{10 R}$$

Kraftlinien. Schiebt man nun rasch eine zweite Spule mit ξ_2 Windungen über die erste oder schließt man den Strom i erst, nachdem die zweite Spule über der ersten sich befindet, so werden die n_2 Windungen der sekundären Spule von den N Kraftlinien durchschnitten und hiedurch wird in ihnen eine elektromotorische Kraft

$$e = \frac{\xi_2 N}{\tau} = \frac{4\pi \xi_1 \xi_2}{10 R} i / \tau$$

erzeugt. τ bedeutet hierbei die Zeit, die zur Erzeugung der Kraftlinien vergeht.

Sind die Enden der sekundären Rolle leitend verbunden, so geht durch dieselbe, so lange die Erzeugung der Kraftlinien dauert, ein Stromstoß und die von ihm gelieferte Elektrizitätsmenge ist:

$$Q = \frac{4\pi \xi_1 \xi_2}{10 R} i / W,$$

wenn W der Widerstand der sekundären Rolle ist.

Der induzierte Strom hat, von der Seite der sekundären Rolle gesehen, wo die Kraftlinien eintreten, die umgekehrte Richtung wie der Zeiger einer Uhr. Wird die Rolle rasch abgezogen oder der Strom i geöffnet, so verschwinden ebenso viele Kraftlinien und in der sekundären Rolle wird ein Strom von der gleichen Strommenge, aber entgegengesetzter Richtung, erzeugt.

Auch in diesen Fällen entspricht die Richtung der induzierten Ströme dem verallgemeinerten Lenz'schen Gesetze.

Den Faktor $\frac{4 \pi \xi_1 \xi_2}{R}$ nennt man den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion und bezeichnet ihn gewöhnlich mit M , so

daß $e = \frac{Mi}{10} / \tau$. Aus dieser Gleichung folgt als Definition für

die Einheit des Induktionskoeffizienten im absoluten Maße: $M = 1$ ist die Zahl von Kraftlinien, die in die sekundäre Rolle ein- bzw. austreten, wenn in der primären Rolle der Strom sich um 1 absolute Einheit = 10 Ampère pro Sekunde ändert. Als praktische Einheit wurde die Zahl von Kraftlinien gewählt, welche in der sekundären Rolle die elektromotorische Kraft 1 Volt hervorrufen, während der induzierende Strom sich pro Sekunde um 1 Ampère ändert. Diese praktische Einheit $M = 1$ heißt 1 Henry und ist der Gleichung $e = \frac{Mi}{10} / \tau$ zufolge = 10^9 absoluten Einheiten.

Wäre die 2. Rolle nicht über die erste Rolle geschoben, sondern in ihrer Nähe aufgestellt, so würde sie unter gleichen Verhältnissen nur von einem Teile der Kraftlinien getroffen.

Es würde in ihr auch eine elektromotorische Kraft $e = \frac{M}{10} i / \tau$

erzeugt, aber es wäre hierbei $M < \frac{4 \pi \xi_1 \xi_2}{R}$.

Wird durch die primäre Rolle ein Strom von 4 Ampère geschickt und beträgt $M = 5$ Henry, so wird bei jeder Unterbrechung des Stromes, wenn diese $\frac{1}{10}$ Sekunde dauert, in der sekundären Rolle eine elektromotorische Kraft

$$e = Mi / \tau = 5 \cdot 40 = 200 \text{ Volt erzeugt.}$$

Bei dem obigen Versuche kann man anstatt eines von einem Strome i durchflossenen Solenoids auch einen Magnetstab benützen. Schiebt man einen solchen rasch in eine mit einem Galvanometer verbundene Drahtrolle, so zeigt diese während der Annäherung desselben gleichfalls einen Induktionsstrom, welcher die Zahl der in die Rolle gebrachten Kraftlinien zu mindern und den Magnetstab aus der Rolle hinauszutreiben sucht. Entfernt man den Magnetstab aus der Rolle, so entsteht ein entgegengesetzt gerichteter Induktionsstrom, der dieser Verminderung der Kraftlinien entgegenwirkt und den Magnetstab in die Rolle hineinzieht. Man sieht, daß auch hier jede Zustandsänderung eine Kraft hervorruft, welche diese zu verhindern sucht, wie die Trägheit der Massen jede Geschwindigkeitsänderung zu hindern sucht und im Sinne der Bewegung auftritt bei Abnahme der Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung, wenn die Geschwindigkeit zunimmt.

91. Bestimmung des Koeffizienten der gegenseitigen Induktion. Der Koeffizient M hängt nur von der Beschaffenheit und der Lage der beiden Rollen ab. Zu seiner Bestimmung gibt es zahlreiche Methoden, deren Theorie sich aber größtenteils ohne höhere Rechnung nicht angeben läßt. Deshalb sei hier nur eine Methode angeführt, um überhaupt zu zeigen, wie sich eine solche Bestimmung ausführen läßt.

Nach der Methode von Roiti wird der Induktionskoeffizient zweier Rollen mit einer bekannten Kapazität eines Kondensators verglichen. Zu dem Zwecke macht man die in Fig. 88 ersichtliche Zusammenstellung, wobei S_1 und S_2 die Widerstände zweier Rollen, deren gegenseitiger Induktionskoeffizient M gesucht werden soll, R_1 , R_2 und G die Widerstände zweier Rheostaten und eines eingeschalteten Galvanometers, schließlich C die Kapazität des Kondensators seien.

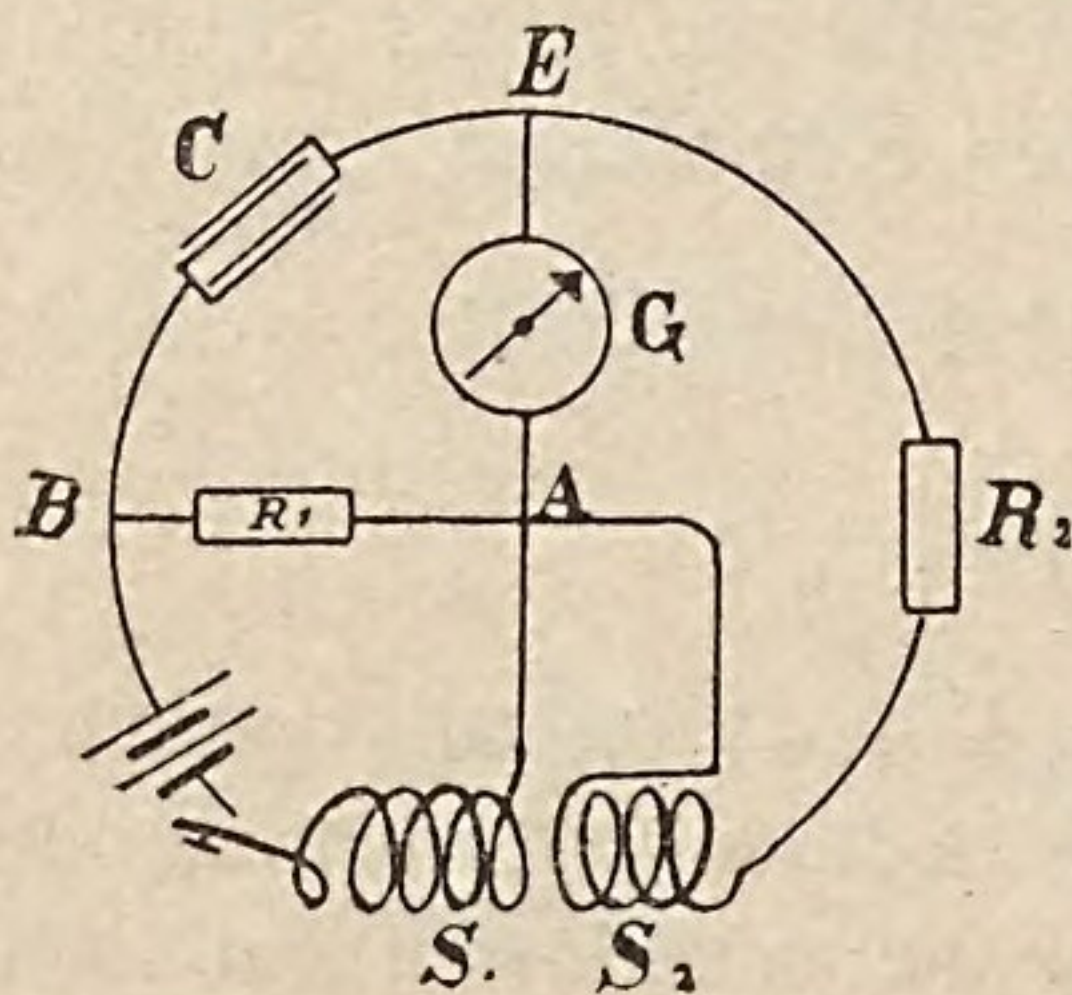


Fig. 88.

Schließt man die von einer Batterie ausgehende Leitung, so geht von ihr ein Strom i durch S_1 und R_1 und erzeugt zwischen A und B eine Potentialdifferenz iR_1 , welche nach dem Kondensator auf den Wegen über G und $S_2 + R_2$ die Menge CiR_1 schickt. Die erstere Menge ist

$$Q_1 = CiR_1 \frac{S_2 + R_2}{S_2 + R_2 + G}$$

und die letztere

$$Q'_1 = CiR_1 \frac{G}{S_2 + R_2 + G}.$$

Während des Stromschlusses wird aber in der Rolle S_2 ein Strom induziert, der durch S_2 über R_2 und G die Menge

$$Q_2 = \frac{Mi}{S_2 + R_2 + G}$$

schickt.

Werden nun die Widerstände so gewählt, dass das Galvanometer bei jedem Stromschluß in Ruhe bleibt, so senden die beiden Stromstöße gleiche Mengen Q_1 und Q_2 durch das Galvanometer, und es besteht die Bedingung $Q_1 = Q_2$ oder $C \cdot R_1 (S_2 + R_2) = M$.

In diesem Falle muß das Galvanometer auch bei jeder Stromunterbrechung in Ruhe bleiben, da hierbei sich der Kondensator entladet und in S_2 ein dem vorigen entgegengerichteter Strom induziert wird, und somit auch bei der Stromunterbrechung die gleichen Mengen Q_1 und Q_2 wieder, nur in entgegengesetzter Richtung, durch das Galvanometer gehen.

Wenn also bei beliebig oft wiederholten Stromschlüssen und Unterbrechungen die Nadel des Galvanometers in Ruhe bleibt, so berechnet sich der gegenseitige Induktionskoeffizient

$$M = CR_1 (R_2 + S_2).$$

92. Induktion in körperlichen Leitern. Bewegt man in einem magnetischen Kraftfelde Metallmassen, so werden in diesen Wirbelströme erzeugt, welche die Bewegung zu hindern suchen. Man nennt diese Ströme die Foucault'schen Induktionsströme, da Foucault eine wichtige Eigenschaft derselben konstatiert hat. Hängt man z. B. ein Pendel, an dessen Ende eine Metallplatte befestigt ist, so auf, dass diese in der Gleichgewichts-

lage desselben sich zwischen den Polen eines stromerregten Elektromagneten befindet, so hört das Pendel, in Schwingungen versetzt, sofort auf, sich zu bewegen, sobald die Metallplatte die Kraftlinien des Feldes durchschneidet. Führt man das Pendel gewaltsam öfters durch das magnetische Feld, so erhitzt sich die Platte, da die durch Induktion erzeugte Strommenge sich in Joule'sche Wärme verwandelt.

Diese Foucault'schen Ströme benützt man auch zur Dämpfung bei Galvanometern. Man umgibt zu diesem Zwecke den Magnet mit einer Kupferhülse; in dieser werden sodann durch die Bewegung des Magneten Foucault'sche Ströme erzeugt, welche die schwingende Bewegung des Magneten rasch hemmen.

Schließt man den Strom eines Elektromagneten, dessen Hohlraum mit einer zusammenhängenden Eisenmasse ausgefüllt ist, so entstehen in dieser gleichfalls Foucault'sche Ströme, welche der Bildung der Kraftlinien hinderlich sind. Oeffnet man den Strom, so bilden sich solche Ströme entgegengesetzter Richtung, welche das Verschwinden der Kraftlinien verzögern. Soll nun das Oeffnen und Schliessen in sehr kleinen Zwischenräumen stattfinden, so sind diese Ströme der beabsichtigten Wirkung, kräftige Magnetfelder entstehen und verschwinden zu lassen, nachteilig. Man kann dann dieselben dadurch verhindern, daß man die zusammenhängende Eisenmasse durch rechteckig geformte Blechstreifen mit Zwischenlagen aus Papier oder durch ein Bündel von isolierten Eisendrähten ersetzt. Dadurch wird für die Foucault'schen Ströme die Leitung unterbrochen und somit deren Zustandekommen unmöglich gemacht.

93. Selbstinduktion und Extraströme. Befindet sich ein Solenoid in einer von einer Volta'schen Batterie ausgehenden Leitung, so erzeugt beim Schließen des Stromes das in sehr kurzer Zeit t erzeugte magnetische Feld in den Windungen des Solenoids eine elektromotorische Kraft, welche dem Strome i der Batterie entgegenwirkt und deshalb sein Entstehen bis zur vollen Stärke i verzögert. Wird der Strom unterbrochen, so verschwinden die Kraftlinien und hiedurch wird in den

Windungen des Solenoids ein Strom induziert, welcher mit i die gleiche Richtung hat und denselben zu erhalten sucht. Diese Induktion, welche ein Strom in seiner eigenen Leitung veranlaßt, heißt Selbstinduktion.

Die durch die Selbstinduktion erzeugten Ströme werden auch Extraströme genannt.

Besitzt das Solenoid ξ Windungen, so erzeugt der Strom von i Ampère im Innern desselben N Kraftlinien, so daß

$$N = \frac{4 \pi \xi i}{10 R} \text{ ist, wobei } R = \frac{l}{\mu q} \text{ bedeutet, und da } \xi \text{ Windungen}$$

beim Entstehen in der Zeit t und beim Unterbrechen in der kürzeren Zeit τ geschnitten werden, so ist die durch die Selbstinduktion erzeugte elektromotorische Kraft

$$e = \frac{4 \pi \xi^2 i}{10 R t (\text{bezw. } \tau)}.$$

Da τ kürzer ist als t , weil der Strom nach dem Schließen längere Zeit braucht, um zu seiner vollen Stärke zu gelangen, so ist die elektromotorische Kraft des Öffnungsextrastroms größer als die des Schließungsextrastroms.

Man bezeichnet $\frac{4 \pi \xi^2}{R}$ gewöhnlich mit L und heißt diese Konstante den Selbstinduktionskoeffizienten. Derselbe wird gleichfalls durch Division mit 10^9 in Henry verwandelt.

Hiemit nimmt obige Gleichung die Form an:

$$e = L i/t = \xi N/t$$

und die in der Zeit t bzw. τ beförderte Elektrizitätsmenge ist

$$Q = L i / R$$

Wird ein Strom unterbrochen z. B. dadurch, daß man einen zur Leitung gehörigen Kupferdraht aus einem ebenfalls dazu gehörigen Quecksilbernäpf herauszieht, so zeigt sich an der Unterbrechungsstelle ein glänzender Funke. Derselbe entsteht durch die Öffnungsinduktion und zeigt sich um so stärker, je größer das L der Leitung ist. Er verdankt seine Entstehung der hohen Spannung wegen des außerordentlich kleinen Wertes von τ . Bei der Schließung, die länger dauert, entwickelt sich keine so hohe Spannung, also auch kein Funke.

94. Induktionsapparate von Rühmkorff und Tesla. Die geschilderten Induktionswirkungen von Spulen aufeinander können dazu verwendet werden, um in besonders konstruierten Induktionsapparaten mit Strömen geringer Spannung solche von sehr hoher Spannung zu erzeugen.

In dem Rühmkorff'schen Induktorium wird ein Strom i um eine mit wenigen Drahtwindungen umgebene und von einem Bündel isolierter Eisendrähte ausgefüllte Spule geleitet, welche primäre Spule von einer zweiten dünndräftigen Spule von gro-

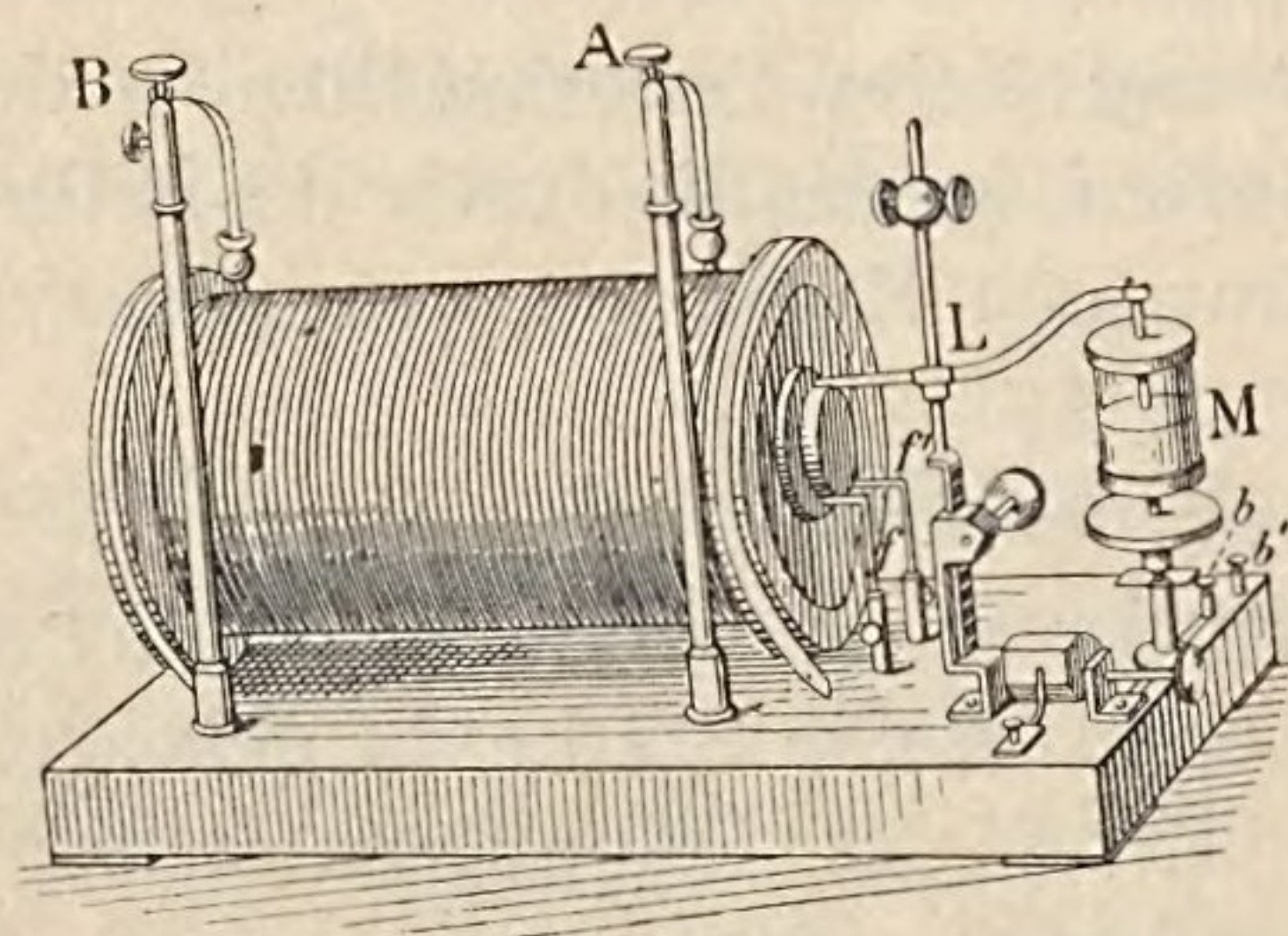


Fig. 89.

ßer Windungszahl umgeben ist (Fig. 89). Der in die primäre Spule geleitete Strom wird sehr oft in der Sekunde unterbrochen und wieder geschlossen, wobei jede Unterbrechung in der sekundären Rolle die Induktion eines Stromes gleicher Richtung und jeder Stromschluß die eines solchen entgegengesetzter Richtung zur Folge

hat, wenn man die Drahtenden A und B der sekundären Rolle verbindet. Der Draht der sekundären Rolle wird von alternierenden Strömen durchflossen, welche die Magnetnadel nicht ablenken und in einer elektrolytischen Zelle keine Zersetzung veranlassen.

Unterbricht man aber die Stromleitung durch eine kurze Luftstrecke, so bildet sich an den Enden der Leitungsdrähte

eine Potentialdifferenz, welche gleich ist $E = \frac{Mi}{t}$ bzw. $\frac{Mi}{\tau}$

wobei t die Dauer des Schließungs-, τ die des Oeffnungsstromes bedeutet. Da erstere Zeit wegen der Selbstinduktion in der primären Spule bedeutend größer ist als τ , so ist die Potential-Differenz beim Schließungsstrom nicht im stande, die Elektrizität durch die Luftschichte hindurchzudrücken; dagegen erreicht die Spannung des Oeffnungsstromes einen sehr hohen Wert und veranlaßt die Elektrizität, die Luftschichte

unter Funkenbildung auf um so größere Strecken zu durchbrechen, je kürzer die Dauer der Stromöffnung und je größer i ist.

Die Unterbrechung des Stromes in der primären Spule geschieht durch einen selbstthätigen Interruptor, ähnlich wie bei der elektrischen Glocke. In nebenstehender Figur ist der Unterbrecher von Foucault abgebildet. Derselbe besteht aus einem zweiarmigen Hebel, von dem der eine Arm eine Spitze trägt, die in der Gleichgewichtslage in Quecksilber taucht, während der andere Arm in der Nähe des Eisenkernes der primären Rolle sich befindet. Beim Stromschluß wird letzterer angezogen, dabei wird aber der andere Hebelarm aus dem Quecksilber gehoben und hiemit der Strom unterbrochen. Hierauf führt die Kraft einer Feder den Hebel wieder in die frühere Lage.

Um den Öffnungsfunken, der an der Oberfläche des Quecksilbers entsteht, soviel als möglich zu beseitigen, verbindet man die Leitung der primären Spule an zwei Punkten auf verschiedener Seite der Unterbrechungsstelle mit einem aus verschiedenen Lagen von Zinnfolie und in Paraffin getränktem Papier bestehenden Kondensator, der in dem Kasten unter dem Induktor ruht. Da in diesem Falle der Öffnungsextrostrom auch den Kondensator ladet, so wird an der Unterbrechungsstelle die Potentialdifferenz erniedrigt und der Öffnungsfunke jedenfalls reduziert.

Da nun die Spannung des induzierten Öffnungsstromes in der sekundären Spule proportional M und i ist, ersteres aber mit der Zahl der Windungen beider Spulen wächst, so umgibt man die primäre Spule, um den Widerstand für i nicht groß zu machen, mit wenigen Windungen dicken Drahtes, die sekundäre aber, um ein möglichst großes M zu erreichen, mit vielen tausend Windungen sehr gut isolierten dünnen Drahtes. Mit großen, gut konstruierten Induktoren lassen sich Spannungen erzielen, welche Funken von gegen 1 m Länge erzeugen.

Tesla erzeugte Ströme, welche die mit Rühmkorff'schen Induktorien erregten an Spannung bei weitem übertreffen. Er erreichte dies dadurch, daß er durch die primäre Spule Ströme

leitete, welche viel öfter per Sekunde ihre Richtung wechseln, als die Induktionsströme eines Rühmkorff'schen Induktoriums. Solche Ströme entstehen nämlich bei der Entladung eines Kondensators. Von dem Augenblicke an, in welchem die Kondensatorladung die Luftschicht zu durchbrechen beginnt, findet eine Abnahme des Potentials und damit des übergehenden Stromes statt. Diese Abnahme hat aber einen in entgegengesetzter Richtung fließenden Extrastrom zur Folge, welcher bald den ersten an Stärke übertrifft. Da auch dieser nach kurzer Zeit abnimmt und verschwindet, erzeugt er wieder einen Extrastrom, der ihm entgegenfließt u. s. f. Man sieht also, daß der Entladungsfunke hierbei die Folge von sehr vielen, vielleicht gegen eine Million in der Sekunde, hin und her fließenden Entladungsströmen, Oscillationen ist.

Tesla hat nun die Anordnung, wie sie aus Fig. 90 ersichtbar ist, getroffen. Die Leydener Flasche *L* wird mit einem in der Figur nicht abgebildeten Rühmkorff'schen Induktor durch die Leitungen *u* und *v* geladen. Ihr innerer Beleg führt zu einem Funkenmikrometer *e*, zwischen dessen Kugeln die Oscillationen stattfinden. Diese werden über *B* in die primäre Rolle

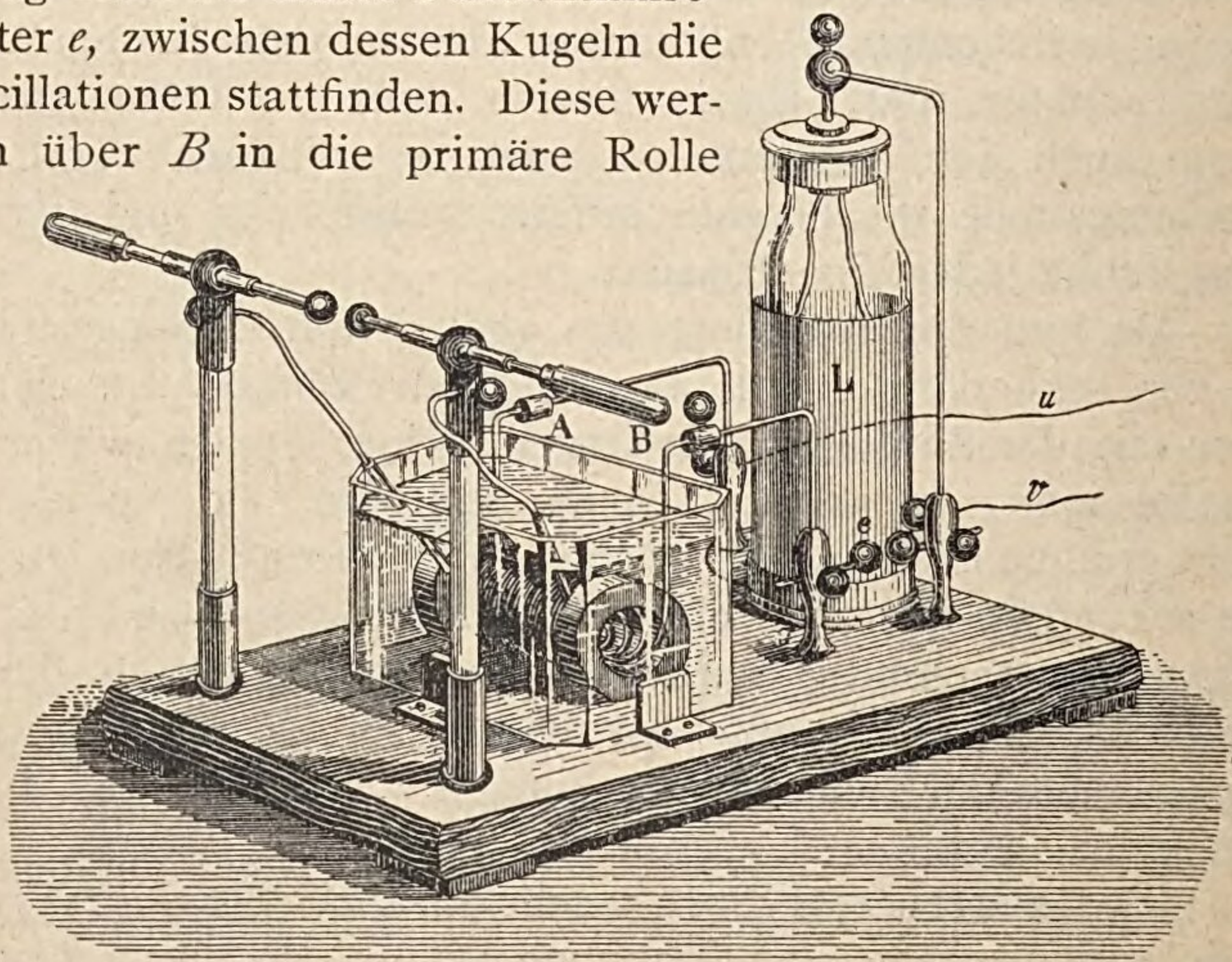


Fig. 90.

des Hochspannungsinduktoriums geleitet, deren anderes Ende *A* mit der äußeren Belegung der Flasche verbunden ist. Da die in der sekundären Rolle erzeugten Ströme ungemein hohe Spannung erhalten, so müssen die Windungen sehr gut isoliert werden. Man stellt sie zu dem Zweck in ein Gefäß mit Öl.

95. Geißler'sche Röhren, Kathoden- und Röntgenstrahlen.

Schaltet man in die Funkenstrecke eines Rühmkorff'schen Induktoriums eine mit verdünntem Gase gefüllte Glasröhre ein, in deren Enden Platinelektroden eingeschmolzen sind, so bemerkt man bei hinreichender Verdünnung des Gases prachtvolle Lichterscheinungen. Befindet sich z. B. in einer Röhre bis zu 2 mm Druck verdünnte Luft, so zeigt sich an der Kathode eine blaue Lichthülle, während von der Anode wellenförmig eine rote Lichtgarbe gegen die Kathode hin ausgestrahlt wird. Diese Erscheinungen gewinnen noch an Glanz, wenn fluoreszierende Gläser zu den Röhren (Geißler'schen Röhren) verwendet werden. Die positive Lichtgarbe verhält sich einem elektrischen Strome oder einem Magneten gegenüber, wie ein beweglicher Stromleiter.

Verdünnst man die Luft in der Röhre noch mehr, so zieht sich die positive Garbe immer mehr zurück, während das Kathodenlicht immer mehr an Ausdehnung gewinnt; letzteres hat hierbei die Eigenschaft, daß von ihm aus nur geradlinige Strahlen, Kathodenstrahlen genannt, ausgehen. Läßt man sie, bevor sie die Glaswand treffen, auf einen festen Körper z. B. auf ein Kreuz aus Platin treffen, so bildet dieses auf der Glaswand einen Schatten (Fig. 91).

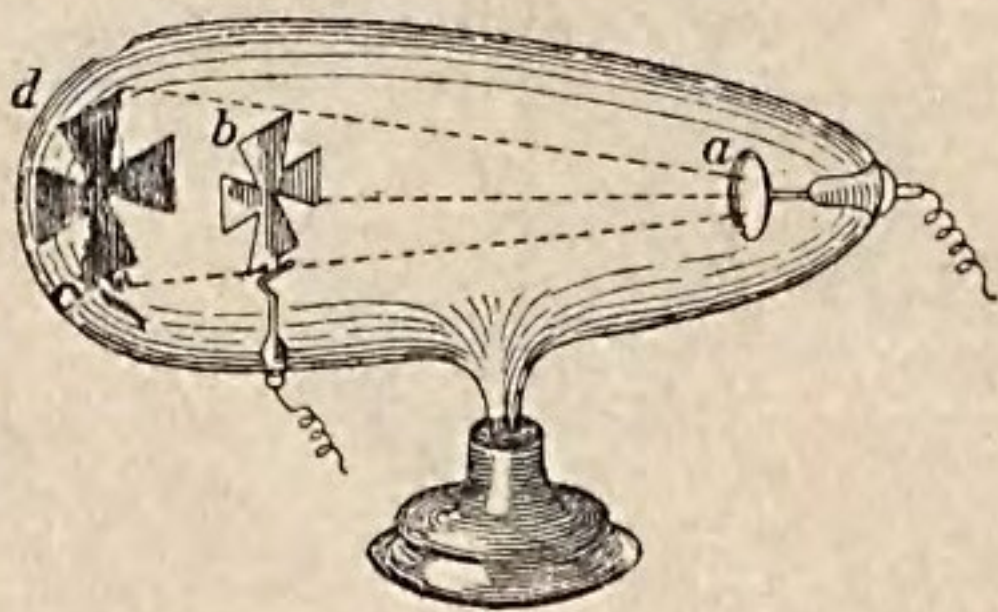


Fig. 91.

Diese Kathodenstrahlen können auch in den äußeren Raum fortgepflanzt werden. Sie vermögen zwar nicht durch das Glas hindurchzuwandern, wohl aber pflanzen sie sich durch ein sehr dünnes Fenster aus Metall z. B. ein Aluminiumfenster fort. Läßt man die Kathodenstrahlen auf fluoreszierendes Glas z. B. Uranglas treffen, so leuchtet dasselbe. Auch gegenüber einem Magneten verhalten sie sich wie steife Strom-

leiter, die mit einem Ende an die Kathode befestigt sind. Kathodenstrahlen entwickeln sich am besten, wenn die Verdünnung $\frac{1}{10^6}$ Atmosphäre beträgt, bei weiterer Verdünnung nehmen sie wieder ab und im luftleeren Raume treten sie gar nicht auf.

Röntgen hat nun gefunden, daß die Glasflächen, welche von Kathodenstrahlen getroffen werden, selbst wieder Erreger einer besonderen Strahlengattung werden. Die letzteren Strahlen pflanzen sich geradlinig fort, erleiden weder Reflexion noch Brechung, wirken auf eine präparierte Photographenplatte und vermögen auch feste Körper zu durchdringen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Dichte. Sie durchdringen z. B. die Weichteile des menschlichen Körpers, während die Knochen desselben sowie ein Körper aus Metall Schatten geben.

96. Die Faraday'sche Scheibe als Typus einer elektrischen Maschine. Faraday, dem wir die Entdeckung sowie die Erklärung der Induktionsströme verdanken, hat dieselben auch

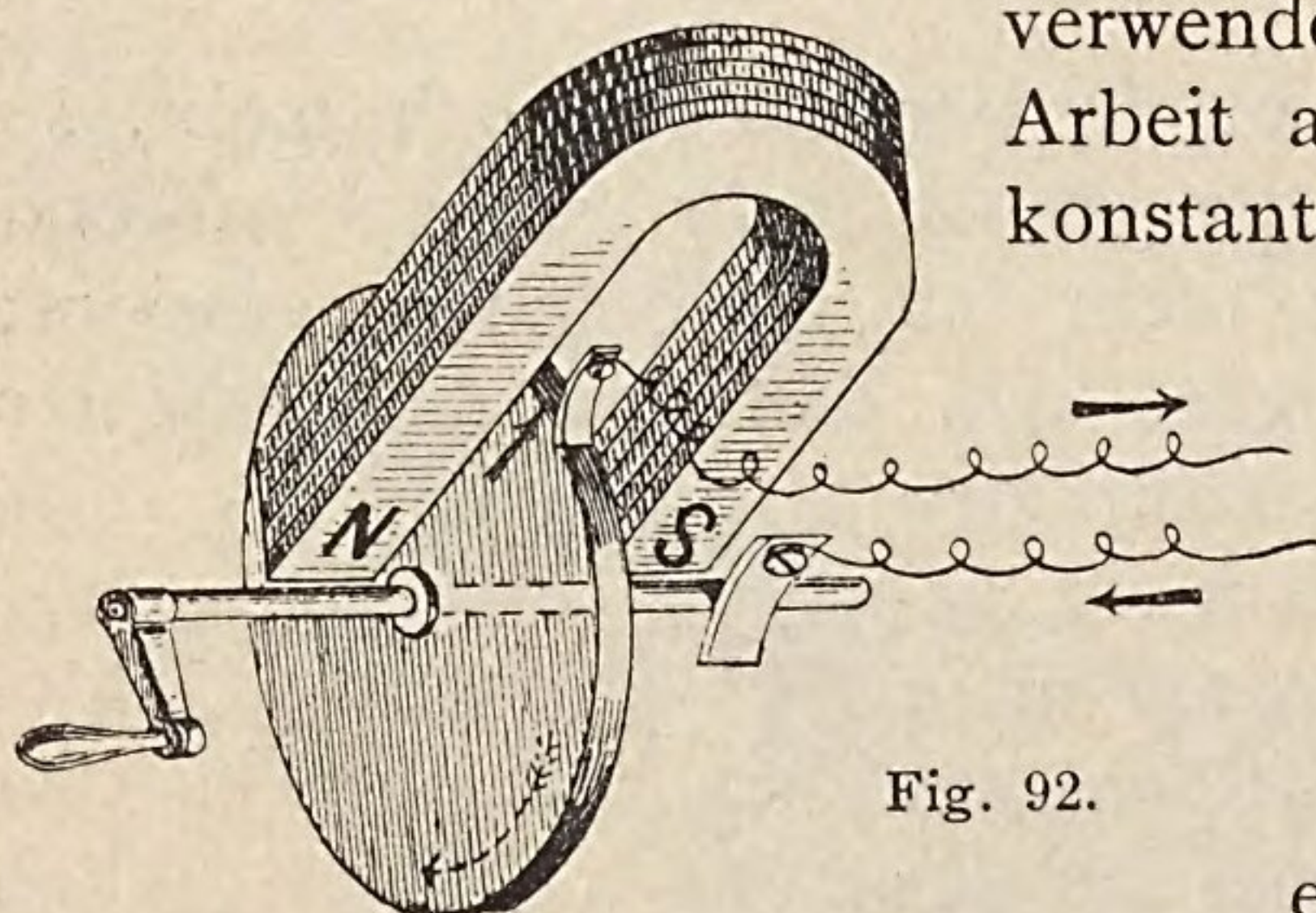


Fig. 92.

verwendet, um durch mechanische Arbeit auf einfache Weise einen konstanten Strom zu erhalten, und

ist somit der geistige Urheber der zahlreichen heute in der Praxis verwendeten elektrischen Maschinen geworden. Er erreichte die Erzeugung eines elektrischen Stromes dadurch, daß er (Fig. 92)

eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines hufeisenförmigen Stahlmagneten rotierte. Je nach dem Sinne der Rotation fließt sodann ein Strom kontinuierlich von der Axe zum Rande der Scheibe oder umgekehrt, wie es die Fleming'sche Regel ergibt. Dieser Strom kann nun durch eine auf der Metallaxe und eine zweite auf dem Rande der Scheibe schleifende Feder mittelst der mit ihnen verbundenen Leitungsdrähte nach außen geführt und an einem Galvanometer nachgewiesen werden.

Auf diese Art läßt sich also mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln.

Leitet man nun einen starken Strom von der Richtung des vorhin induzierten Stromes in die Faraday'sche Scheibe, so wird diese eine der vorigen entgegengesetzte Bewegung ausführen und man ist somit auch in den Stand gesetzt, mit elektrischer Energie mechanische Arbeit zu leisten.

Nach dem Principe der Faraday'schen Scheibe wurden nun verschiedene Maschinen konstruiert, mit welchen durch die auf mechanischem Wege vollzogene Rotation eines mit Drahtwindungen bewickelten Ankers zwischen oder vor den Polen eines Hufeisenmagnets elektrische Ströme erzeugt wurden. Man nennt solche Maschinen magnetoelektrische Maschinen. Dieselben haben aber nur theoretischen Wert und fanden in der Praxis wenig Verwendung.

Ihre gegenwärtige große Bedeutung verdankt die Elektrizität der Erfindung des sogenannten dynamoelektrischen Prinzips durch Werner Siemens, wonach anstatt der permanenten Magnete Elektromagnete als Induktoren gebraucht werden, in welchen der Magnetismus durch die im Anker erzeugten elektrischen Ströme selbst geschaffen wird. Hierbei genügt bei der anfänglichen Thätigkeit der in den Elektromagneten, wenn auch in sehr geringer Menge, vorhandene remanente Magnetismus, um erst einen schwachen Strom zu induzieren; dieser verstärkt sodann den Magnetismus des Induktors, worauf nach und nach immer stärkere Ströme erzeugt werden. Solche Maschinen heißen Dynamomaschinen. Dieselben werden in vielen Abarten konstruiert und mit ihnen werden Ströme durch die Rotation der umwickelten Anker, die mittelst Dampfmaschinen ausgeführt wird, auf eine viel bequemere und billigere Weise erzeugt, als dies mit galvanischen Elementen möglich ist.

Von diesen Dynamomaschinen sollen nachstehend als Typen für die Gleichstrommaschinen die Gramme'sche und die Siemens'sche Maschine mit dem Hefner'schen Induktor behandelt werden.

97. Gramme'sche Maschine. Gramme hat in seiner Maschine das in Kap. 88 ausgeführte Induktionsprinzip verwertet, indem er von rotierenden Drahtwindungen die feststehenden Kraftlinien eines nicht homogenen magnetischen Feldes schneiden läßt. Er hat als Anker einen Ring aus weichem Eisen benützt, der mit einem in sich geschlossenen isolierten Kupferdraht vollständig umwickelt ist. Diese Drahtwindungen sind auf eine Anzahl Spulen aufgewickelt, welche über den Ring geschoben sind, und von denen jede die gleiche Anzahl Windungen enthält. Das Drahtende jeder Spule ist mit dem Anfange der nächsten Spule verbunden und von jeder dieser Verbindungsstellen führt eine leitende Verbindung nach einem isolierten Metallstücke, welches auf einem die Rotationsaxe des Ringes

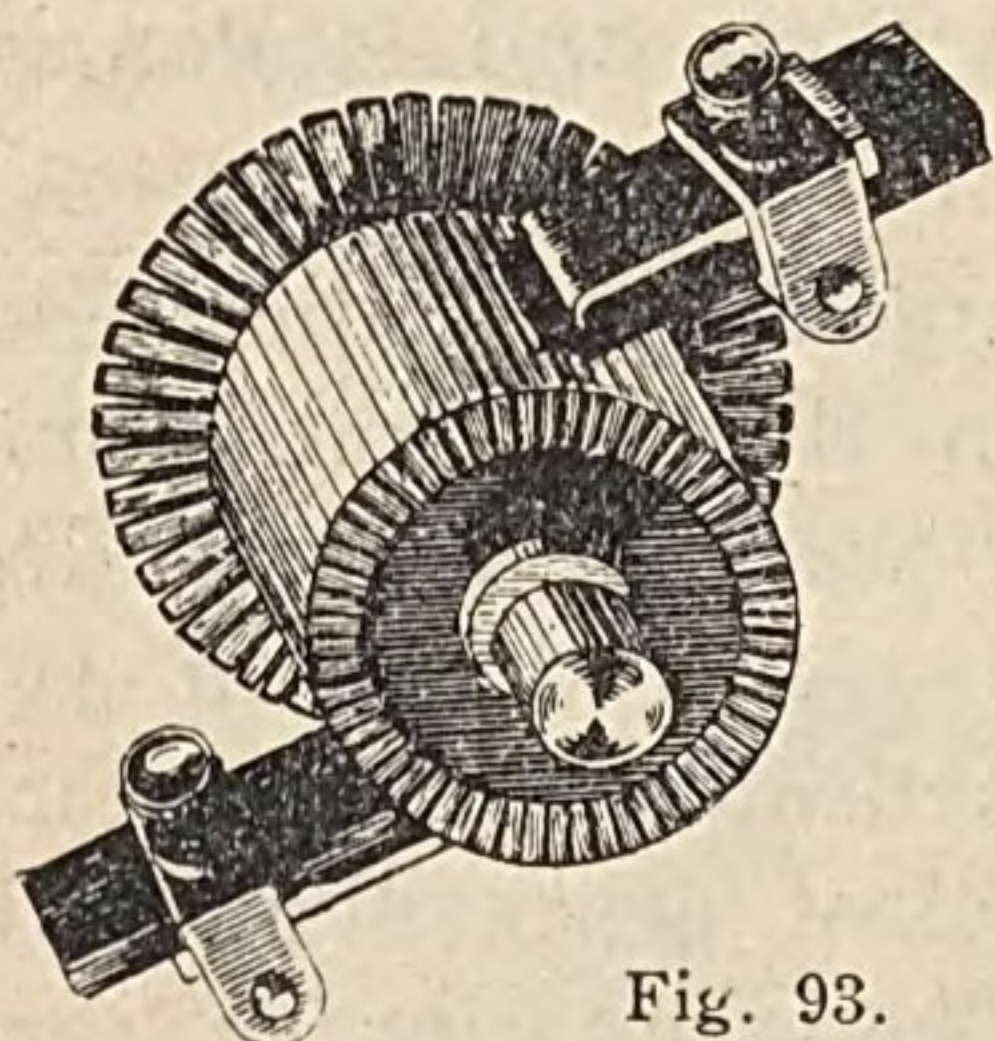


Fig. 93.

umgebenden Cylinder angebracht ist (Fig. 93). Auf dem Umfange dieses Cylinders befinden sich demnach ebenso viele isolierte Kupferstücke parallel zur Axe desselben, als Spulen über den Eisenring geschoben sind. Diese Kupferstücke sammeln nun die in den einzelnen Spulen induzierten Ströme, weshalb ihre Gesamtheit Kollektor genannt wird.

An der Ringaxe ist noch eine Riemenscheibe angebracht, durch welche die Rotation eines Motors auf den Ringanker übertragen wird. Hierbei rotiert derselbe in einem kräftigen Magnetfelde, welches zwischen den Schenkeln eines Elektromagneten von der Maschine selbst gebildet wird. Wird dafür Sorge getragen, daß die Polschuhe sich recht nahe an dem Anker befinden, so gehen die meisten Kraft-

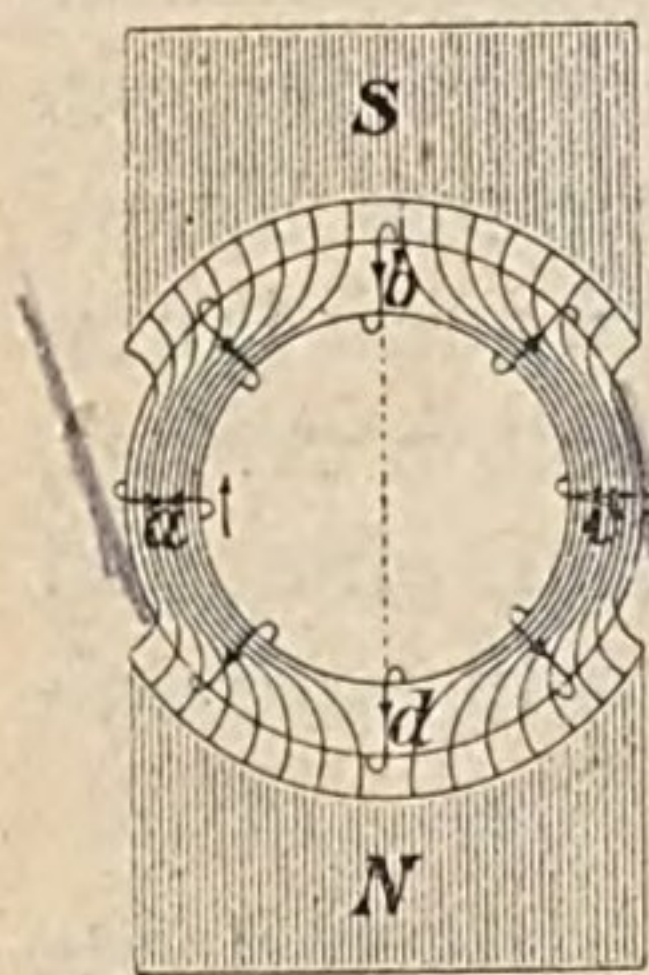


Fig. 94.

linien in zwei Hälften durch den Anker (Fig. 94).

Verfolgen wir nun eine der Windungen bei einer Umdrehung des Ringes, so sehen wir, daß in dem Augenblicke, da sie gerade in *a* sich befindet, die meisten Kraftlinien, nämlich alle *N*, welche die Hälfte des Ringes durchziehen, auf der unteren

Seite in dieselbe eintreten. Behalten wir diese Seite nun bei der weiteren Rotation im Auge, so finden wir, daß die Zahl der hier eintretenden Kraftlinien immer kleiner wird, daß dieselbe in b Null wird und schließlich in c den kleinsten Wert $-N$ erhält, da hier alle N Kraftlinien aus der genannten Seite austreten.

Es wird deshalb in der Windung, so lange sie sich auf der oberen Hälfte des Ringes befindet, ein Strom induziert, der die Zahl der auf der betreffenden Seite eintretenden Kraftlinien zu vermehren sucht, der also von dieser Seite aus gesehen die Richtung des Uhrzeigers hat. Bei der Bewegung von c an über d bis a nimmt in der Windung die Zahl der eintretenden Kraftlinien von $-N$ bis $+N$ zu; deshalb wird in ihr, so lange sie sich auf der unteren Hälfte des Ringes befindet, ein Strom von entgegengesetzter Richtung induziert.

Der induzierte Strom ist am stärksten, wenn die Windung b oder d passiert, aber 0, wenn sie in a oder c sich befindet, entsprechend der Änderung der Kraftlinienzahl an diesen Stellen.

Was nun in einer Windung vorgeht, wiederholt sich auch in jeder anderen. Befinden sich $2n$ Windungen auf dem Ringe, so schicken sowohl die n oberen als die n unteren ihren Strom von dem Verbindungsstücke bei c nach dem bei a . Bringt man deshalb zwei Kupferbürsten so an, daß sie gegen die beiden diametral gegenüberliegenden Kupferstreifen des Kollektors, welche mit den Verbindungsdrähten bei a und c verbunden sind, angedrückt werden und verbindet man die Bürsten durch eine äußere Leitung, so fließt in derselben ein Strom so, daß die mit a verbundene Bürste den positiven Pol und die mit c verbundene den negativen Pol bildet.

Bei fortgesetzter Rotation kommen immer andere Windungen, also auch andere Verbindungsstücke an die Stellen a und c , zugleich gelangen aber auch andere mit ihnen verbundene Drähte des Kollektors unter die feststehenden Bürsten. Es fließt also durch die Leitung stets ein gleichgerichteter Strom, der kontinuierlich wird, wenn sich so viele Drähte auf dem Kollektor befinden, daß ein Draht desselben die Bürste

noch nicht verlassen hat, bis der nächste mit ihr schon wieder leitend verbunden ist.

Die Gramme'sche Maschine ist also eine Gleichstrom-Maschine. Da die Kreisströme der Windungen in c Nordmagnetismus und in a Südmagnetismus erzeugen, so werden die Kraftlinien (Fig. 95) an jedem Punkte des Feldes eine

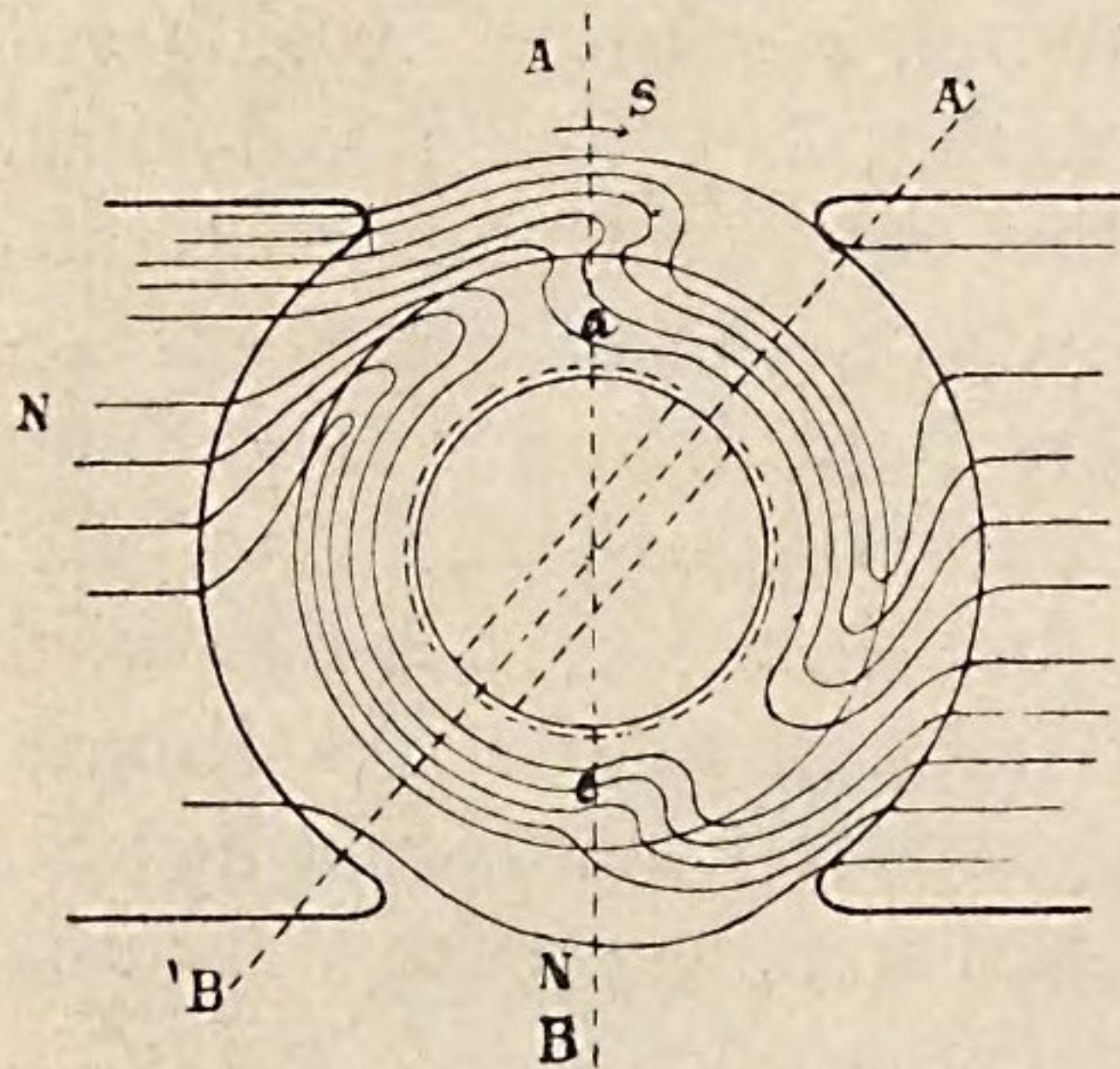


Fig. 95.

andere Richtung erhalten, als sie in dem ruhenden Anker hatten. Dieselbe läßt sich für jeden Punkt mittelst des Kräfteparallelogramms, dessen Seiten die beiden magnetischen Kräfte sind, konstruieren. Die Kraftlinien werden deshalb gegen den Südpol des Ringes stärker hingezogen und nehmen den nebenstehenden Verlauf an, indem sie, gegen a hin verschoben, in

den Ring ein- und gegen c hin verschoben aus demselben austreten. Deshalb müssen auch die Schleifbürsten mit dem Kollektor in der Richtung der Ankerbewegung etwas vorgeückt werden. Sie müssen von A und B nach A' und B' gerückt werden, damit sie mit den Windungen verbunden sind, welche die meisten Kraftlinien umschließen.

98. Trommelinduktor von Hefner. Bei dem Trommelinduktor kommt das in Kap. 86 ausgeführte Induktionsprinzip zur Verwendung.

Ein Eisencylinder, der um seine Axe C gedreht wird, ist der Länge nach mit Drahtwindungen umgeben und befindet sich dicht zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten NS (Fig. 96). Hierbei sind gleichfalls mehrere Windungen auf je eine Spule gewickelt und die diametral gegenüberliegenden Enden e derselben nach entsprechenden, auf dem Kollektor angebrachten isolierten Kupfersegmenten p geführt. Jede der Spulen kommt bei einer Umdrehung zweimal in die Lage, in welcher ihre Ebene senkrecht zu den Kraftlinien steht, und ebenso oft in die Stellung, in der ihre Ebene parallel zu den-

selben liegt. Während der Rotation durchschneiden hierbei die längs des Cylinders aufgewickelten geradlinigen Drähte das magnetische Feld zwischen Polschuh und Anker, und wenn ein Draht in τ Sekunden N Kraftlinien durchschneidet, so wird in ihm bei geschlossener Leitung nach der Fleming'schen Regel ein Strom durch die elektromotorische Kraft $\frac{N}{\tau}$ erzeugt. Da die diametral gegenüberliegenden Teile einer Windung bei der Rotation stets entgegengesetzte Bewegungsrichtung haben, so werden in jeder Windung stets Ströme induziert, die in den beiden Teilen entgegengesetzte Richtung haben und sich in ihrer Wirkung summieren. Zur Ableitung des Stromes schleifen auch hier auf dem Kollektor zwei Bürsten aus Kupferdraht.

Damit die Ströme sämtlicher Spulen jederzeit dieselbe Richtung besitzen, müssen die Drahtenden der Spule mit den Segmenten passend verbunden werden.

Nehmen wir an, die in obiger Figur abgebildete Maschine, welche von vorne gesehen rechts den Nord- und links den Südpol des Elektromagneten zeigt, habe auf dem Anker nur vier Rollen, so wird die Vertikalprojektion der Spulenenden und des Kollektors derselben die Form von Fig. 97 besitzen. Die induzierten Ströme werden nach der Fleming'schen Regel durch die Drähte 1, 2, 3, 4 von dem Beschauer weg und durch die diametral gegenüberliegenden Drähte 5, 6, 7, 8 in umgekehrter Richtung fließen, vorausgesetzt, daß der Cylinder wie der Zeiger einer Uhr rotiert. Die Verbindung der Drahtenden ist sodann mit den vier auf dem Kollektor

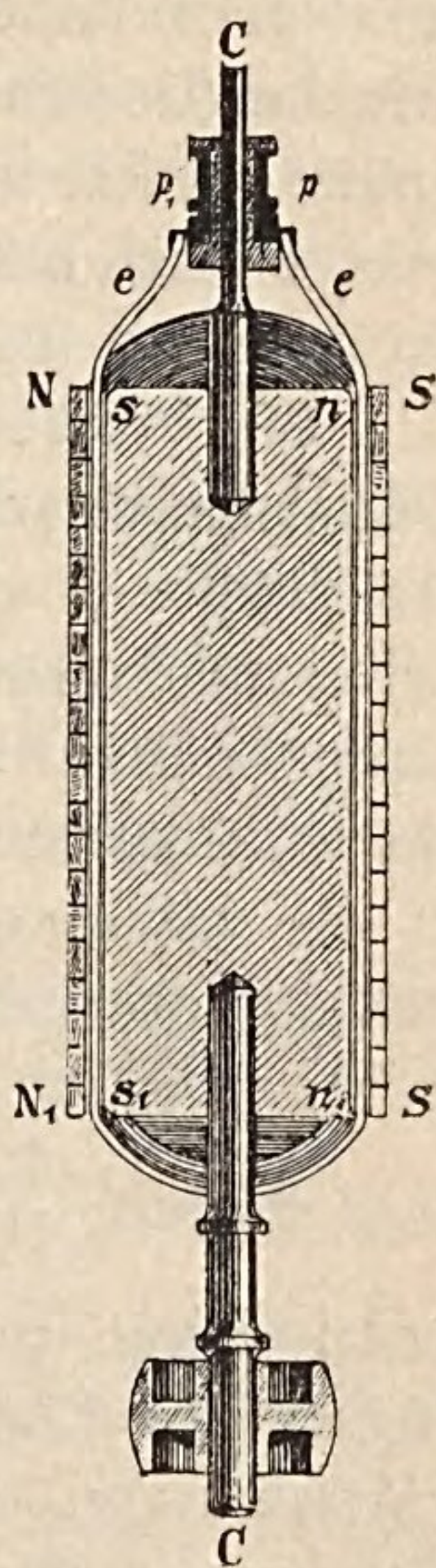


Fig. 96.

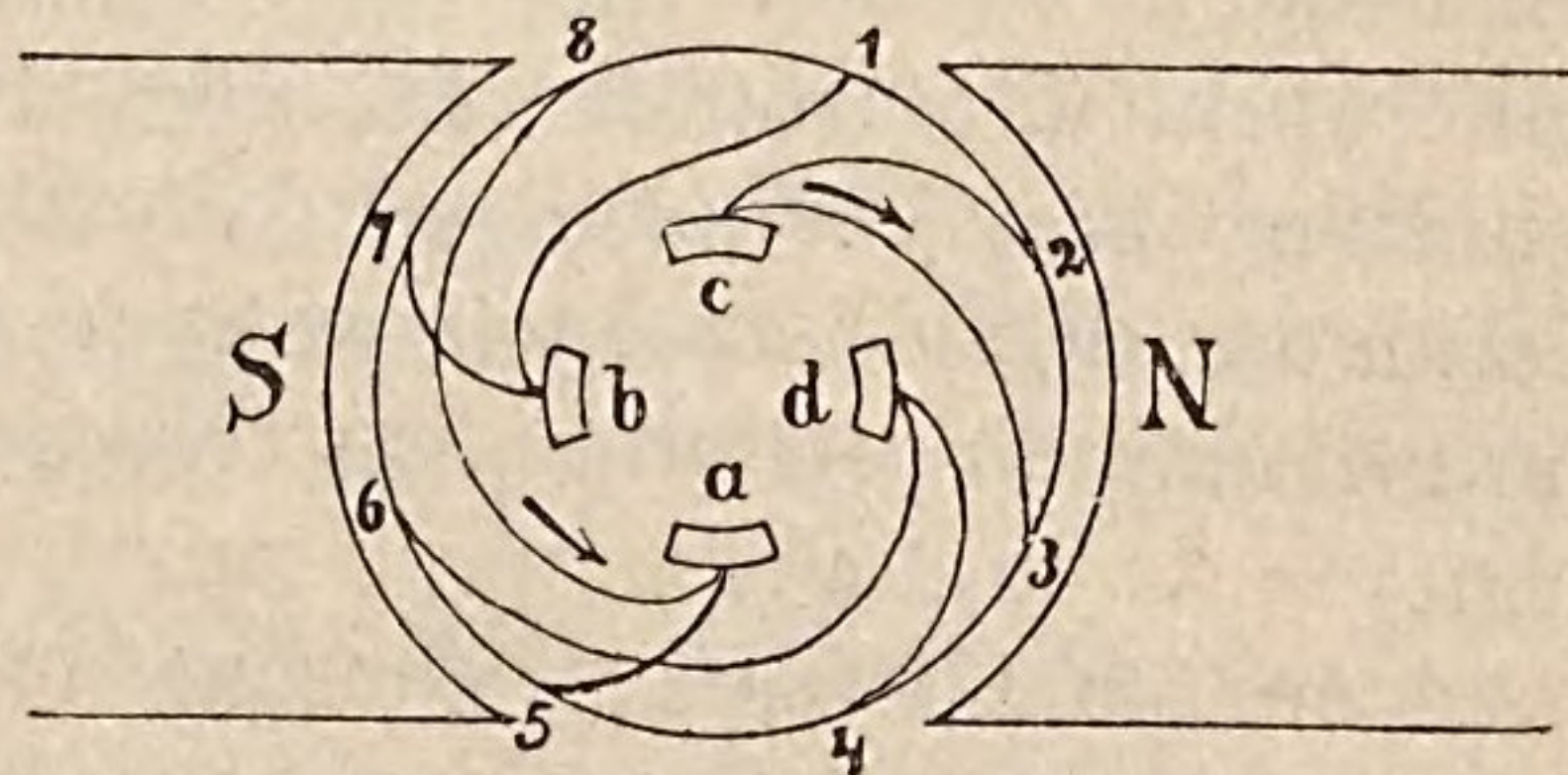


Fig. 97.

befindlichen isolierten Kupfersegmenten, wie die Figur 97 zeigt, herzustellen. Bei der gegenwärtigen Stellung fließt der Strom in zwei nebeneinander geschalteten Zweigen, von denen der eine die Richtung $c26d48a$, der andere die Richtung $c37b15a$ besitzt. Auch in jeder anderen Stellung fließen dann die zwei Zweige nach a hin und von c weg, so daß die Bürste a beständig der positive und c der negative Pol bleibt.

99. Vergleich des Gramme'schen Ring- und des Hefner'schen Trommelinduktors. Hat jeder Polschuh an beiden Maschinen die Fläche S und beträgt die mittlere magnetische Intensität zwischen Polschuh und Anker H , so ist die Zahl der in den Anker gehenden Kraftlinien $HS = N$. Da im Ringanker die eintretenden Kraftlinien sich in zwei Hälften teilen, so ist die während eines Umlaufs in einer Windung entstehende elektromotorische Kraft, da die Zahl der eintretenden Kraftlinien in jeder Windung sich viermal von 0 bis zur höchsten Zahl ändert, $\frac{4N}{2}$ dividiert durch die Umdrehungszeit oder multipliziert mit der Umdrehungszahl. Werden n Umdrehungen pro Sekunde gemacht, so berechnet sich die in allen ξ Windungen erzeugte elektromotorische Kraft unter Berücksichtigung, daß je zwei gegenüberliegende Windungen den gleichen Anteil hieran haben und die ξ Windungen durch die Bürsten in zwei Zweigen nebeneinander geschaltet sind:

$$E = \frac{4N}{2} \cdot \frac{\xi}{2} \cdot n(E \cdot M \cdot E) = \frac{N\xi n}{10^8} \text{ Volt.}$$

Auch beim Trommelinduktor ändert sich die Zahl der durch jede Windung dringenden Kraftlinien viermal bei einer Umdrehung von 0 bis zur höchsten Zahl N ; aber die einzelnen Windungen werden hier von allen Kraftlinien, die in den Anker gehen, getroffen. Da auch bei der oben angegebenen Schaltung die ξ Windungen in zwei Zweigen nebeneinander geschaltet sind, so berechnet sich die in ξ Windungen bei n Umdrehungen pro Sekunde entstehende elektromotorische Kraft

$$E = \frac{4N\xi}{2} \cdot n(E \cdot M \cdot E) = \frac{2N\xi n}{10^8} \text{ Volt.}$$

Ein Vergleich beider Maschinen zeigt, daß beim Trommel-

anker die wirksame Drahtlänge größer ist als beim Ringanker und bei ersterem von den Windungen alle Kraftlinien geschnitten werden, während bei letzterem die vom Ringe eingeschlossenen nicht geschnitten werden und deshalb zur Erzeugung der elektromotorischen Kraft nichts beitragen. Außerdem ist beim Trommelanker der magnetische Widerstand kleiner und dadurch der magnetische Kraftfluß größer, als dies beim Ringanker der Fall ist.

Der Ringanker bietet dagegen den Vorteil gegen den Trommelanker, daß er mit größerer Geschwindigkeit rotiert werden kann, ohne daß die Drahtwindungen durch die Centrifugalkraft gelockert werden können, wie dies bei der schwierigen Befestigungsweise der Drähte beim Trommelanker zu befürchten ist.

Ein Trommelinduktor, der 100 Windungen besitzt und 500 Umdrehungen pro Minute macht, erzeugt, wenn die Zahl der Kraftlinien 3000000 beträgt, eine elektromotorische Kraft

$$E = \frac{2 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^6}{10^8} \cdot \frac{500}{60} = 50 \text{ Volt.}$$

Ist der Widerstand des Ankers $0,2 \Omega$ und der äußere Widerstand 12Ω , so ist $i = \frac{50}{12,2} = 4,1$ Ampère und die Klemmenspannung $= 50 - 0,2 \cdot 4,1 = 49,18$ Volt.

100. Verschiedene Schaltungsweisen von Dynamomaschinen. Ist der Induktor einer elektrischen Maschine ein permanenter Magnet oder werden die Schenkelwindungen einer Dynamomaschine von einem besonders zugeführten Strome durchflossen, so ist das magnetische Kraftfeld von dem im Anker induzierten Strome unabhängig und bleibt konstant, mag der induzierte Strom große oder kleine Widerstände zu überwinden haben.

Wird aber das magnetische Feld nach dem Siemens'schen elektrodynamischen Prinzip von dem im Anker induzierten Strome selbst unterhalten, so hängt das Kraftfeld, also die Induktionsquelle selbst, von der Stromstärke und mit dieser vom Widerstande ab.

Diese Abhängigkeit der drei Größen von einander ist verschieden, je nachdem der Anker durch die Schenkelwindungen

und die äußere Leitung hintereinander (Fig. 98) oder durch diese beiden nebeneinander geschlossen wird (Fig. 99) oder ob eine Vereinigung beider Schaltungen dadurch hergestellt wird, daß der Elektromagnet mit zwei Wickelungen versehen ist, von denen eine mit dem Anker direkt verbunden ist, während die andere hinter die äußere Stromleitung geschaltet ist und mit dieser die Enden des Ankers verbindet (Fig. 100).

Maschinen der ersten Art heißen Hauptstrom- oder Serien-Maschinen, die der zweiten Art Nebenschlußmaschinen und die letzteren Compoundmaschinen.

Bei einer Hauptstrommaschine ist der Elektromagnet nur mit wenigen dicken Drahtwindungen umgeben, während bei Nebenschlußmaschinen derselbe mit vielen dünnen Draht-

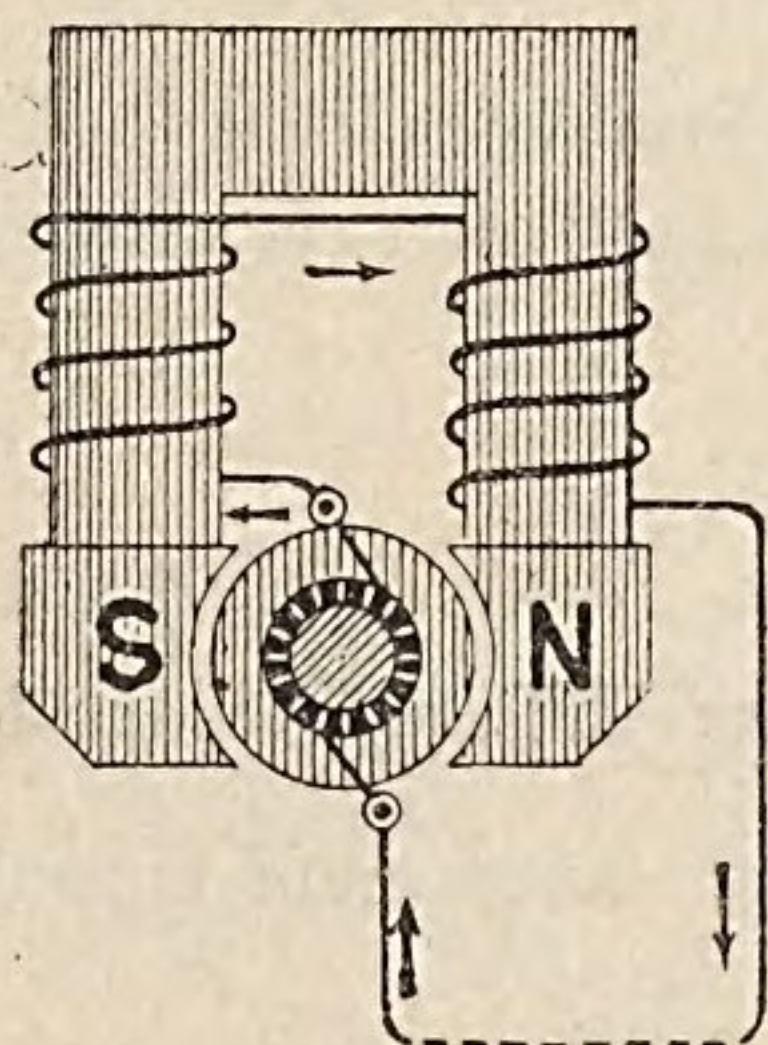


Fig. 98.

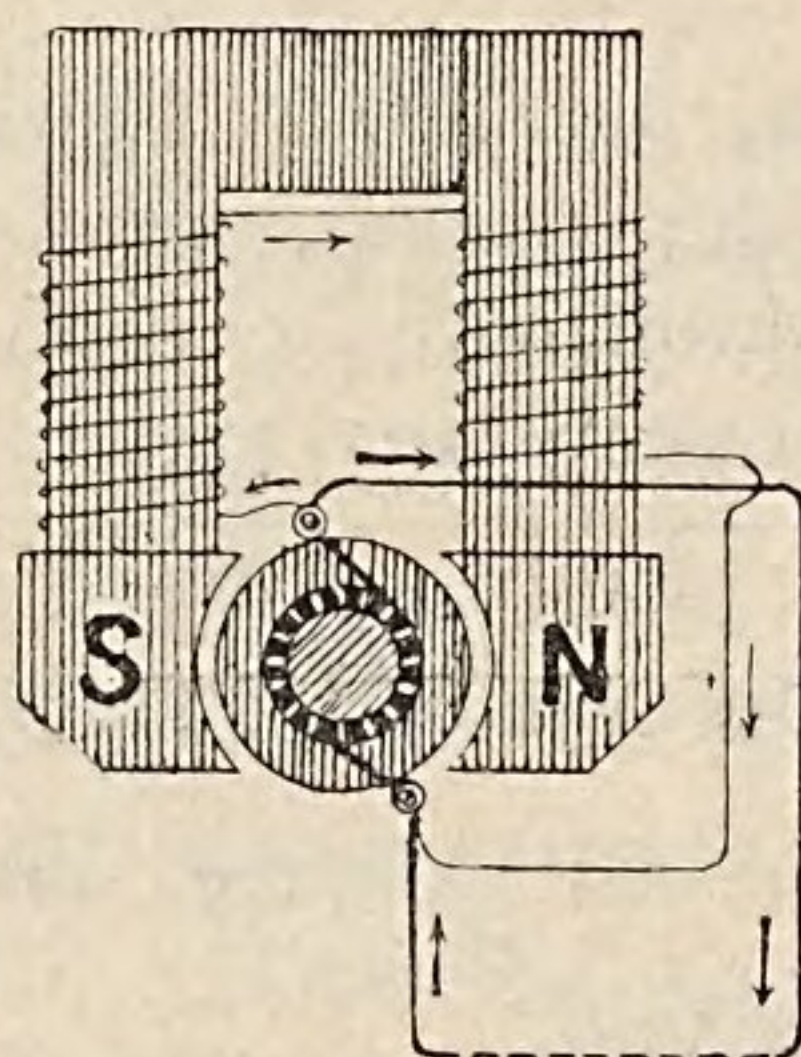


Fig. 99.

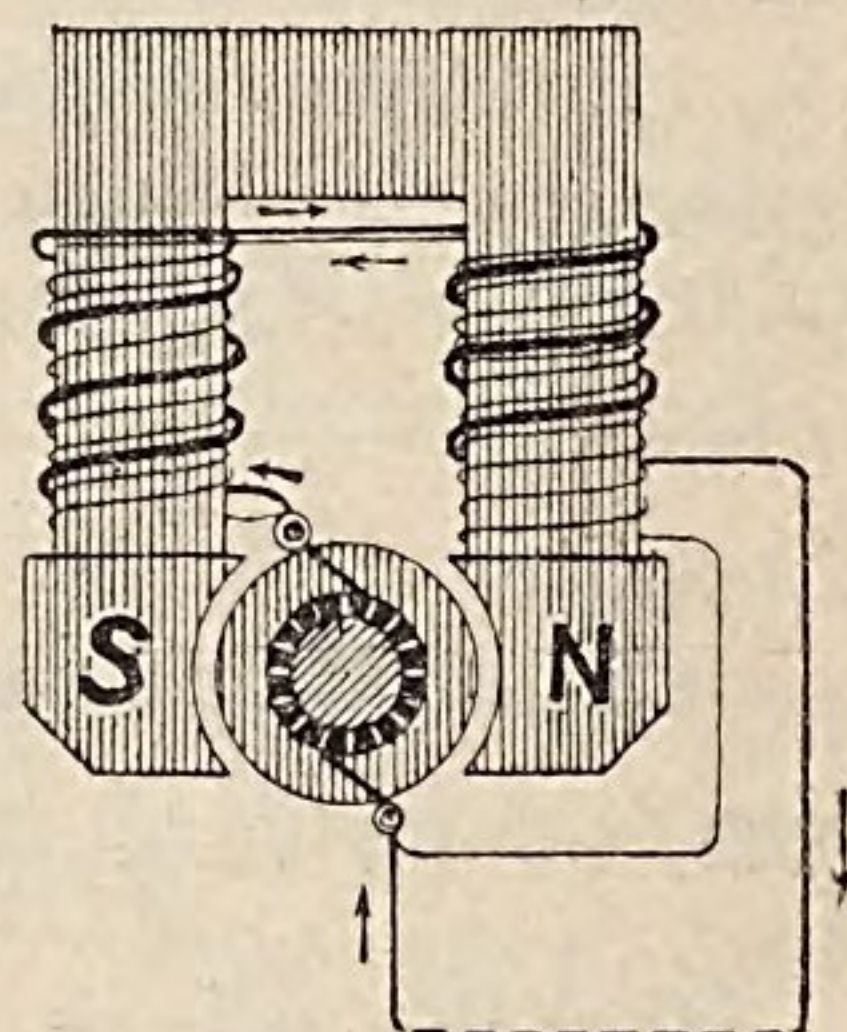


Fig. 100.

windungen umwickelt ist, damit von den beiden Zweigströmen nur der kleinere Teil zur Herstellung des Magnetfeldes verwendet wird.

Da die Stromstärke I nach dem Ohm'schen Gesetze gleich ist der elektromotorischen Kraft E dividiert durch den Widerstand R , die elektromotorische Kraft aber gleich der Zahl der geschnittenen Kraftlinien, welche nach dem vorigen eine Funktion von I ist (sie möge $F(I)$ genannt werden), multipliziert mit der Zahl der Umdrehungen n des Ankers pro Sekunde, so ist für jede dieser Gleichstrommaschinen

$$I = \frac{n F(I)}{R} = \frac{E}{R}.$$

Stellt man daher bei konstantem n , also bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit, für verschiedene R Messungen von E und I an, so lassen sich die zusammengehörigen Werte, wenn man die E als Ordinaten und die I als Abscissen aufträgt, durch eine Kurve darstellen, welche man die Charakteristik der Maschine nennt (Fig. 101). Zu irgend einem Punkt P derselben gehört dann die elektromotorische Kraft $= AP$, die Stromstärke $= OA$ und der Widerstand

$$R = \frac{E}{I} = \operatorname{tg} \alpha \text{ d. i. die zur Abscisse } 1 \text{ gehörige Ordinate } CD.$$

Ist der Widerstand des Ankers r , so ist die zu P gehörige Klemmenspannung $PA - rI$. Trägt man

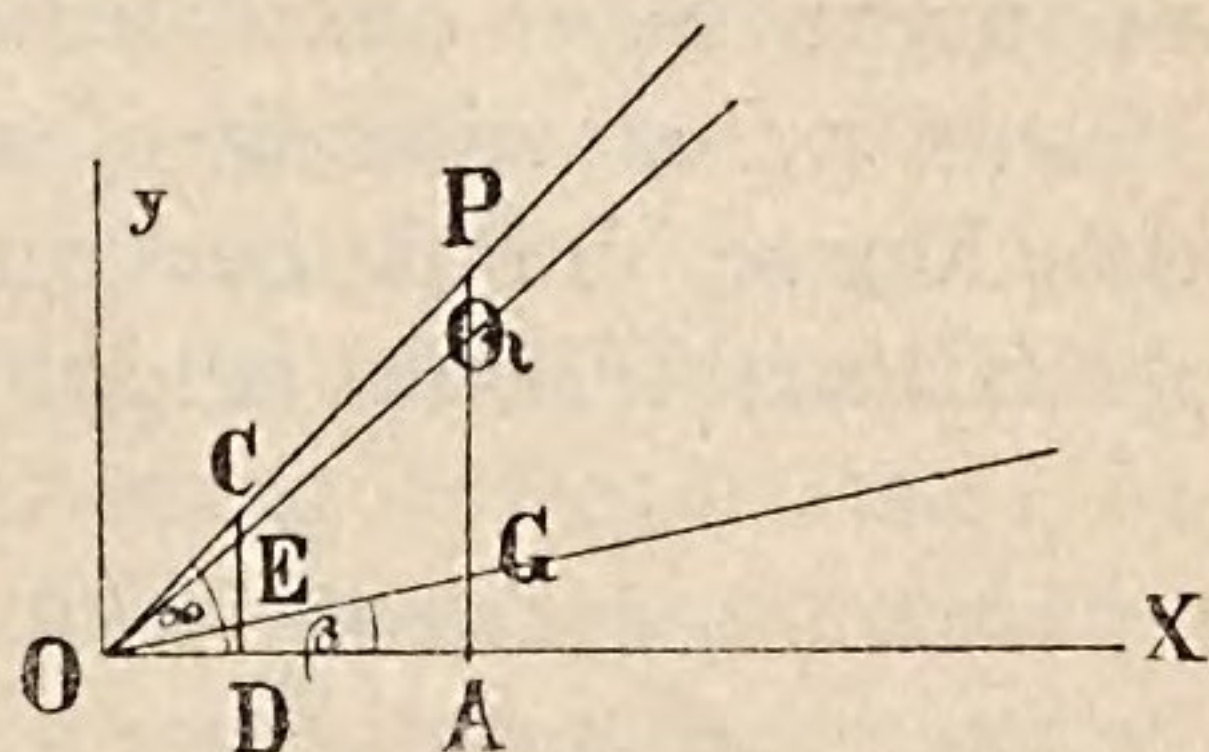


Fig. 101.

nun den inneren Widerstand $r = \operatorname{tg} \beta$ ein, so ist $AG = rI$ und man erhält die Klemmenspannung zu $P = QA$ indem man PA um AG verkürzt. Macht man dies auch für alle übrigen Werte von I , so erscheint die Klemmenspannung dargestellt als eine zweite Kurve, die durch den Punkt Q geht.

$\frac{AQ}{AO} = DE$ stellt hierbei den äußeren Widerstand dar.

Will man nun nach diesem Verfahren für die Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine ihre Charakteristiken zeichnen, so ist sogleich ersichtlich, daß bei ersterer für einen unendlich großen Widerstand, bei welchem $I = 0$ ist, durch die Schenkelwindungen kein Strom fließt und deshalb die elektromotorische Kraft im Anker nur wenig über Null ist, indem sie lediglich von dem remanenten Magnetismus herrührt. Nimmt der Widerstand ab, so wächst der Strom I und da er vollständig durch die Schenkelwindungen geleitet wird, so wächst der Magnetismus anfangs rasch und dann schwächer bis zur Sättigung des Kernes; infolgedessen zeigt auch die elektromotorische Kraft denselben Gang und erreicht in der Nähe der Sättigung ihr Maximum; bei weiterer Stromzunahme nimmt auch der innere Widerstand des Ankers durch die Joule'sche Wärme zu, während zugleich durch den im Anker erzeugten Magnetismus das

magnetische Feld mehr als vorher geschwächt wird. Deshalb fällt bei sehr großem I die elektromotorische Kraft wieder etwas ab. Mißt man nun für verschiedene Werte von I die dazu gehörigen Klemmenspannungen, so stellt sich deren Zusammenhang in der Kurve OQV dar (Fig. 102). Trägt man hierauf den inneren Widerstand $r = \tan J O X$ ein und vermehrt man die Klemmenspannung für jedes I um den Betrag $r I$, so wird die elektromotorische Kraft im Anker durch die Kurve OPE dargestellt. Ist somit für eine Maschine die Charakteristik bekannt, so kann man hieraus für jedes

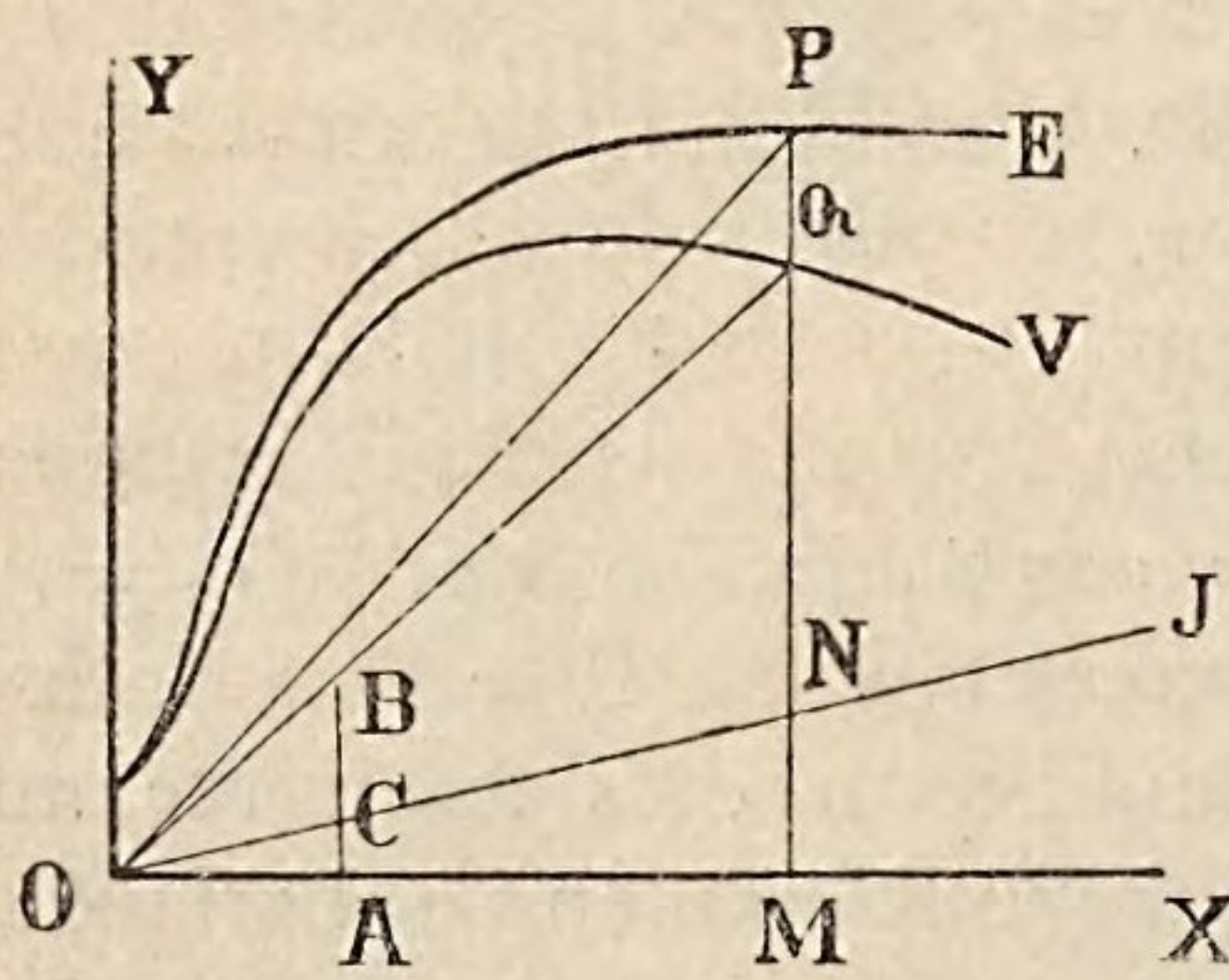


Fig. 102.

R die dazu gehörigen Werte von E und I sogleich erkennen. Ist z. B. der äußere Widerstand $= AB$, so trägt man denselben als Ordinate zur Abscisse $= 1$ auf, dann ist $\tan BOA =$ dem äußeren Widerstande. Schneidet OB die Kurve der Klemmenspannung in Q , so sind OM und QM die entsprechenden Werte für Stromstärke und Klemmenspannung.

Für die Nebenschlußmaschine sind die Verhältnisse anders. Hier geht bei unendlich großem äußeren Widerstande, wenn also die äußere Leitung unterbrochen ist, der ganze Strom durch die Schenkelwindungen und erregt hierbei das Maximum

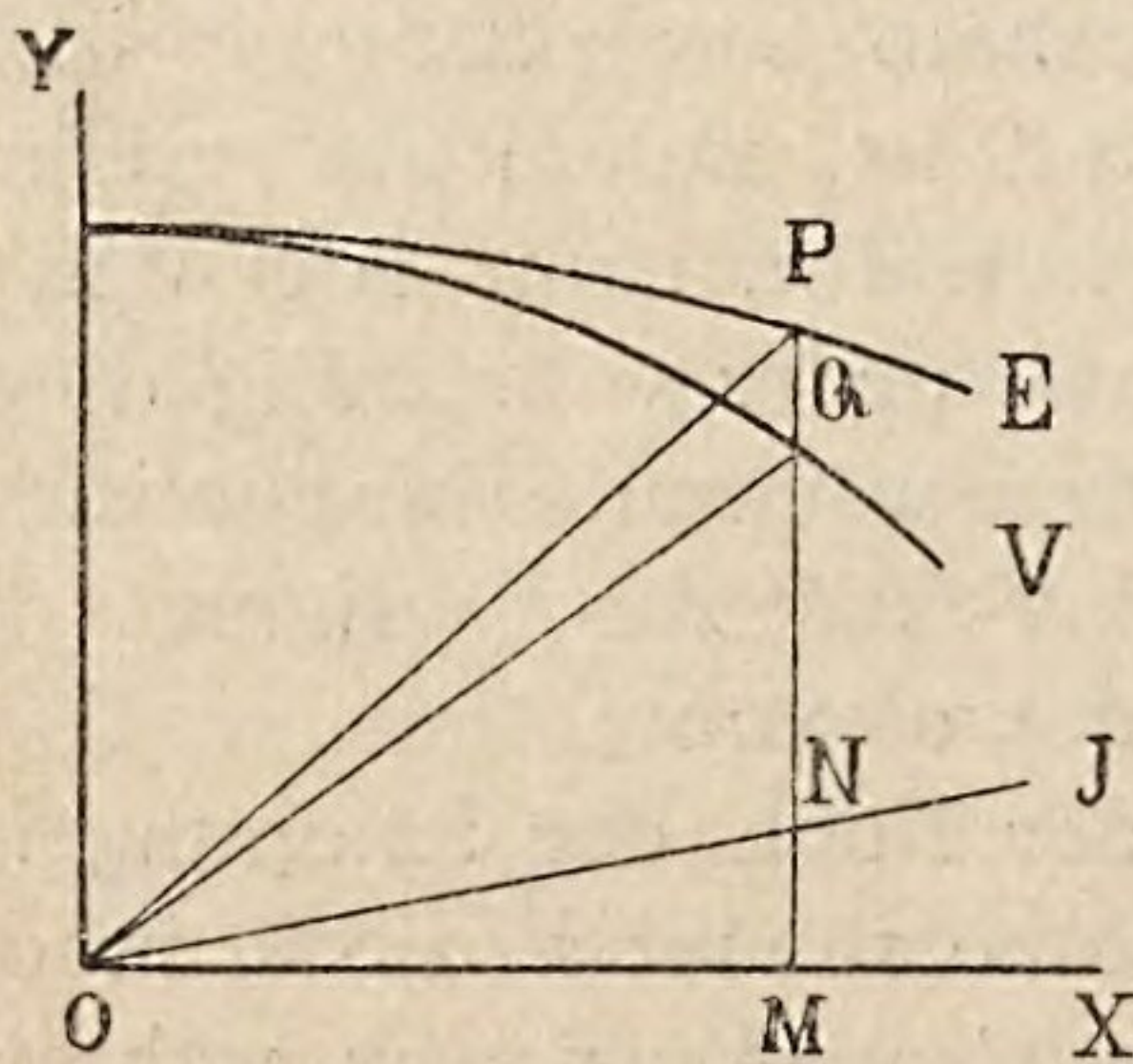


Fig. 103.

an Magnetismus und Spannung. Bei vermindertem äußeren Widerstande geht nur ein Teil hiervon durch die Schenkel und die Spannung nimmt mit wachsendem I etwas ab. Die Charakteristik ist hierfür durch Fig. 103 gegeben.

In Fällen, in welcher die Spannung konstant zu erhalten ist, wie z. B. für Glühlichtbeleuchtung, benützt man besser die

Nebenschlußmaschine, da für sie die Spannung nicht so großen Schwankungen unterliegt, wie bei der Serienmaschine. Um auch für den Fall, daß eine größere Anzahl der parallel geschalteten Lampen angebrannt wird, also I wegen des kleineren Widerstandes wächst, die gleiche Spannung zu erhalten, schaltet man zu der im Nebenschluß liegenden Elektromagnetwicklung einen Widerstand, mit dem man die Spannung regulieren kann.

Man kann aber die Spannung innerhalb der praktisch verwendeten Widerstände auch ohne Regulierung im äußeren Stromkreise konstant erhalten, nämlich durch Verwendung der Compoundmaschine. Da diese, wie oben schon erwähnt, eine Vereinigung einer Serien- und Nebenschlußmaschine ist, und in ersterer die Spannung anfangs mit zunehmendem Strome steigt, in letzterer dagegen abnimmt, so kann man durch richtige Abgleichung beider Leitungen es dahin bringen, daß die Spannung stets konstant bleibt.

101. Elektrische Kraftübertragung. Schickt man in eine Gleichstrom-Maschine einen elektrischen Strom, so wird dieser, die Schenkel- und Ankerwindungen durchfließend, den Anker in Rotation versetzen. Die Bewegung desselben erfolgt hiebei nach den in Kap. 84 besprochenen Prinzipien. Leitet man z. B. in den Gramme'schen Ringanker (Fig. 104) einen Strom bei c hinein und verbindet man die negative Elektrode desselben mit a , so verteilt sich der Strom von c aus in zwei Hälften, von denen jede die halbe Zahl von Windungen durchfließt, bis sie sich in a wieder vereinigen, um durch die äußere Leitung zurückzufließen. Durch diese Windungsströme wird in c ein Nord- und in a ein Südpol erzeugt, und die Folge hievon ist, daß der Anker in Rotation versetzt wird, indem sein Nordpol von dem Nordpol des Magneten abgestoßen und von dessen Südpol angezogen wird, sein Südpol aber die entgegengesetzten Wirkungen erfährt. Da aber auch durch die Rotation des Ringankers eine elektromotorische Kraft (Gegenkraft) $e = N\xi n$ erzeugt wird, so ist die elektromotorische Kraft,

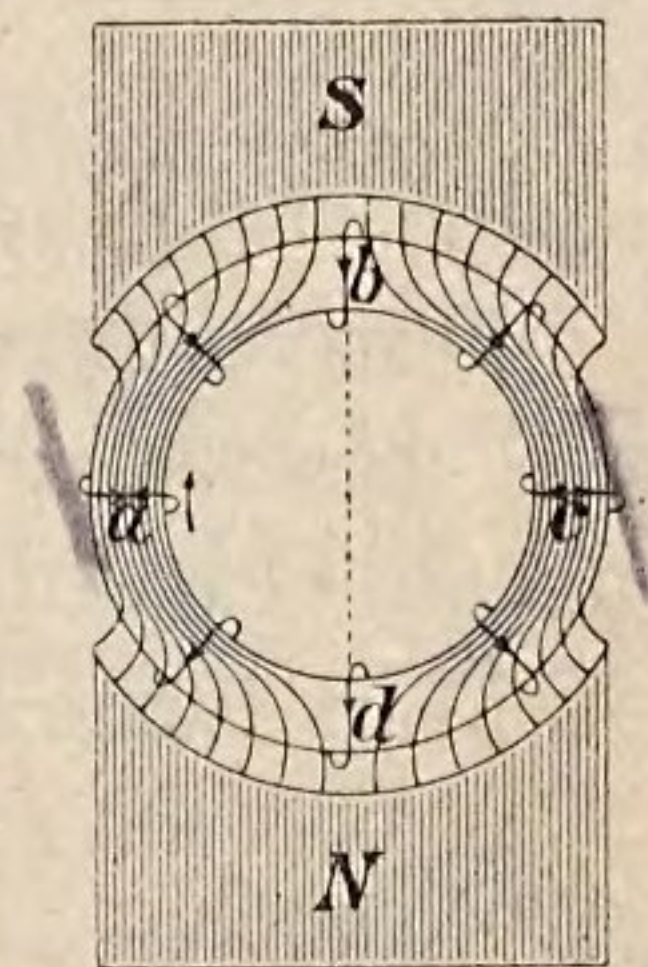


Fig. 104.

welche den Ankerstrom erzeugt

$$i \omega = e_1 - e_2,$$

wenn i die Stärke des den Anker durchfließenden Stromes, ω der Widerstand des Ankers und e_1 die Spannungsdifferenz des in den Anker geleiteten Stromes zwischen c und a bedeutet. Hierbei wird die elektrische Energie $e_2 i t$ in Arbeit umgesetzt.

Man sieht, daß diese Arbeit proportional ist der Gegenkraft e_2 , also mit e_2 wächst, daß sie aber zugleich, wenn die elektromotorische Kraft des die Bewegung erzeugenden Stromes e_1 nicht ebenfalls in entsprechender Weise gesteigert wird, sondern konstant ist, mit der Stromstärke $i \left(= \frac{e_1 - e_2}{\omega} \right)$ die mit wachsendem e_2 sinkt, abnimmt und um so kleiner wird, je näher e_2 dem e_1 kommt. Um nun zu erfahren, unter welcher Bedingung man in diesem Falle die möglichst größte Arbeit erhält, beachten wir, daß

$$e_1 i = i^2 \omega + e_2 i \text{ oder } e_2 i = e_1 i - i^2 \omega.$$

Nennen wir die Stromstärke, die von e_1 erzeugt wird, so lange die Maschine mit Gewalt in Ruhe gehalten wird, i_0 , so ist $e_1 = i_0 \omega$, mithin $e_2 i = \omega (i i_0 - i^2) = \omega \left[\frac{i_0^2}{4} - \left(\frac{i_0}{2} - i \right)^2 \right]$. Hieraus ersieht man, daß die Arbeit am größten wird, wenn $i = \frac{i_0}{2}$ oder wenn $\frac{e_1 - e_2}{\omega} = \frac{e_1}{2\omega}$ d. h. wenn $e_2 = \frac{1}{2} e_1$ wird.

Durch Verwendung dieses Prinzips ist man nun in den Stand gesetzt, die Energievorräte an einem Orte nach einem anderen Orte hinzuleiten und sie daselbst auszunützen.

Man braucht zu diesem Zwecke nur an jedem der beiden

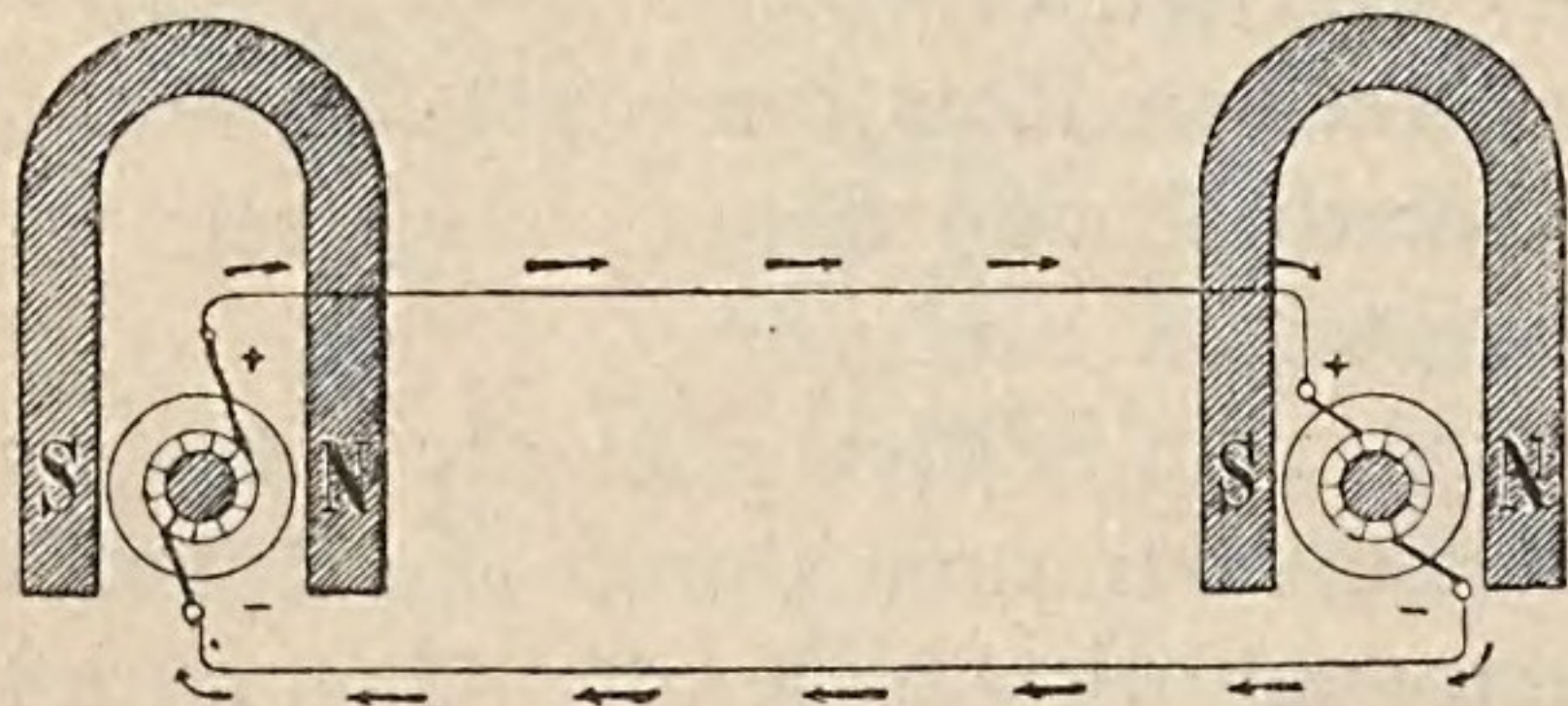


Fig. 105.

Orte eine Dynamomaschine aufzustellen und dieselben durch eine Leitung zu verbinden (Fig. 105). Setzt man die erste Maschine (Vordermaschine) durch die Energiequelle (etwa einen

Wasserfall) in Bewegung, so erzeugt dieselbe einen Strom; wird dieser sodann in die zweite entfernte Maschine geleitet so setzt er diese in Bewegung und befähigt sie, Arbeit zu leisten. Die erste Maschine wird dabei die stromerzeugende Maschine (Generator), die letztere der Motor genannt.

Um zu finden, unter welchen Umständen der Wirkungsgrad oder das Güteverhältnis der Anlage am günstigsten wird, nehmen wir an (Grawinkel, Elektrotechn.), es werde in den Generator pro Sekunde eine Leistung von P_1 Pferdekraften geschickt. Ein kleiner Bruchteil dieser Arbeit wird sodann zur Überwindung von Reibung, Hysteresis und Wirbelströmen verwendet, während der Rest eine elektromotorische Kraft E und dadurch die Energie $E I$ im Anker erzeugt. Nehmen wir an, der letztere Teil betrage P Watt und der erstere $m_1 P$ Watt, wobei m_1 einen Bruch von kleinem Werte bedeutet, so ist

$$P_1 = \frac{P(1 + m_1)}{736}, \text{ da } 1 \text{ HP} \equiv 736 \text{ Watt.}$$

Bezeichnen wir nun mit w_1 den Widerstand des Ankers vom Generator und mit R und I den Widerstand der Leitung und die Stromstärke, und wenden wir schließlich auch die Bezeichnungen P_2 , m_2 und w_2 auf die Hintermaschine für die gleichen Größen derselben an, so geht $I^2 w_1$ als Joule'sche Wärme im Generator verloren, so daß nur $A_1 = P - I^2 w_1$ Watt in die Leitung geschickt werden. $\frac{A_1}{P_1}$ nennt man den Wirkungsgrad der Vordermaschine. Da von diesen A_1 Watt $I^2 R$ als Joule'sche Wärme in der Leitung verloren gehen, so empfängt der Motor nur $P - I^2 (w_1 + R)$ Watt, wovon wieder $I^2 w_2$ als Joule'sche Wärme und $[P - I^2 (w_1 + R + w_2)] m_2$ zur Überwindung der Reibung etc. des Motors verwendet werden. Zur Arbeitsleistung bleiben demnach noch

$$P_2 = \frac{[P - I^2 (w_1 + R + w_2)] (1 - m_2)}{736}$$

so daß sich das Güteverhältnis

$$\begin{aligned}\frac{P_2}{P_1} &= \frac{[P - I^2(w_1 + R + w_2)](1 - m_2)}{P(1 + m_1)} \\ &= \left[1 - \frac{I^2}{P}(w_1 + R + w_2)\right](1 - m_1 - m_2) \\ &= \left[1 - \frac{I}{E}(w_1 + R + w_2)\right](1 - m_1 - m_2)\end{aligned}$$

ergibt, da bei Verwendung von Hauptstrom-Maschinen

$$P = IE \text{ ist.}$$

Man sieht also, daß dieses sich um so mehr der Einheit nähert, je kleiner I , je grösser E wird. Man hat also bei Kraftübertragungen die verfügbare Energie mittelst schwacher Ströme von sehr hohen Spannungen durch die Leitung zu schicken.

Da aber Gleichstrom-Maschinen hochgespannte Ströme nicht erzeugen, so verwendet man bei Kraftübertragungen Wechsel- oder Drehstrom-Maschinen und Transformatoren, die im folgenden noch behandelt werden.

Bei einer Arbeitsübertragung in der Schweiz wurden dem Stromerzeuger 30,85 Pferdekkräfte geliefert; die Verluste in jeder der beiden Maschinen waren derart, daß sie einem Widerstande von 19,2 Ω entsprachen, während die äußere Leitung einen solchen von 9,2 Ω hatte. Der Strom zeigte bei konstanter Arbeitsleistung der Hintermaschine eine Stärke von 11,5 A.

Da somit $11,5^2 \cdot 19,2$ Watt in der primären Maschine zur Überwindung von Reibungen und inneren Widerständen verloren gingen, so betrug die in die äußere Leitung übergehende Energie noch $30,85 \cdot 736 - 11,5^2 \cdot 19,2$ Watt = 20171 Watt, wovon $11,5^2 \cdot 9$ Watt in Joule'sche Wärme durch Ueberwindung des Leitungswiderstandes verwandelt wurde. Mithin wurde von der Hintermaschine $20171 - 1214 = 18957$ Watt an Energie absorbiert. Da nun hievon wieder $11,5^2 \cdot 19,2$ Watt in der Maschine verbraucht wurden, so konnte zur Arbeitsleistung noch $18957 - 2534 = 16423$ Watt = 22,3 HP verwendet werden. Somit war das Güteverhältnis der Anlage

$$\frac{22,31}{30,85} = 0,72 = 72\%.$$

VI. Abschnitt.

Wechselströme.

102. Erzeugung von Wechselströmen und Abhängigkeit ihrer elektromotorischen Kräfte. Wenn man die Drahtenden der sekundären Spule eines Funkeninduktoriums miteinander leitend verbindet, so fließt durch dieselbe bei jedem Stromschlusse ein induzierter Strom und bei jeder Stromunterbrechung ein solcher von entgegengesetzter Richtung; es werden in ihr also Wechsel- oder alternierende Ströme erzeugt.

Solche Ströme werden auch induziert, wenn man eine in sich geschlossene Drahtspule vor den Polen eines Hufeisenmagnetes rotieren läßt. So lange sich die Spule vom Südpol zum Norpol bewegt, wird die Zahl der Kraftlinien, welche auf der dem Südpole zugewandten Seite in die Spule eintreten, vermehrt und hiebei in der Spule ein Strom einer Richtung induziert; so lange sie sich vom Nordpol zum Südpol bewegt, nimmt die Zahl der diese Seite treffenden Kraftlinien ab und es wird ein Strom entgegengesetzter Richtung in ihr induziert.

In der Praxis werden solche alternierende Ströme von hoher Spannung dadurch erzeugt, daß man eine Reihe von Spulen (Fig. 106), die hintereinander geschaltet sind, zwischen einer Reihe von ebensovielen durch eine Gleichstrommaschine magnetisierten Polenpaaren rotiert, von welch letzteren immer Nord-Südpol einander gegenüber stehen, während die aufeinander folgenden Pole stets entgegengesetzter Art sind; von den rotierenden Spulen sind hiebei je zwei aufeinanderfolgende

entgegengesetzt gewickelt, damit in jedem Augenblicke in sämtlichen Spulen die induzierten Ströme die gleiche Richtung besitzen. Die beiden äußersten Spulen sind mit zwei auf der Axe befindlichen Schleifringen verbunden, durch welche der Strom in die äußere Leitung fortgeführt wird.

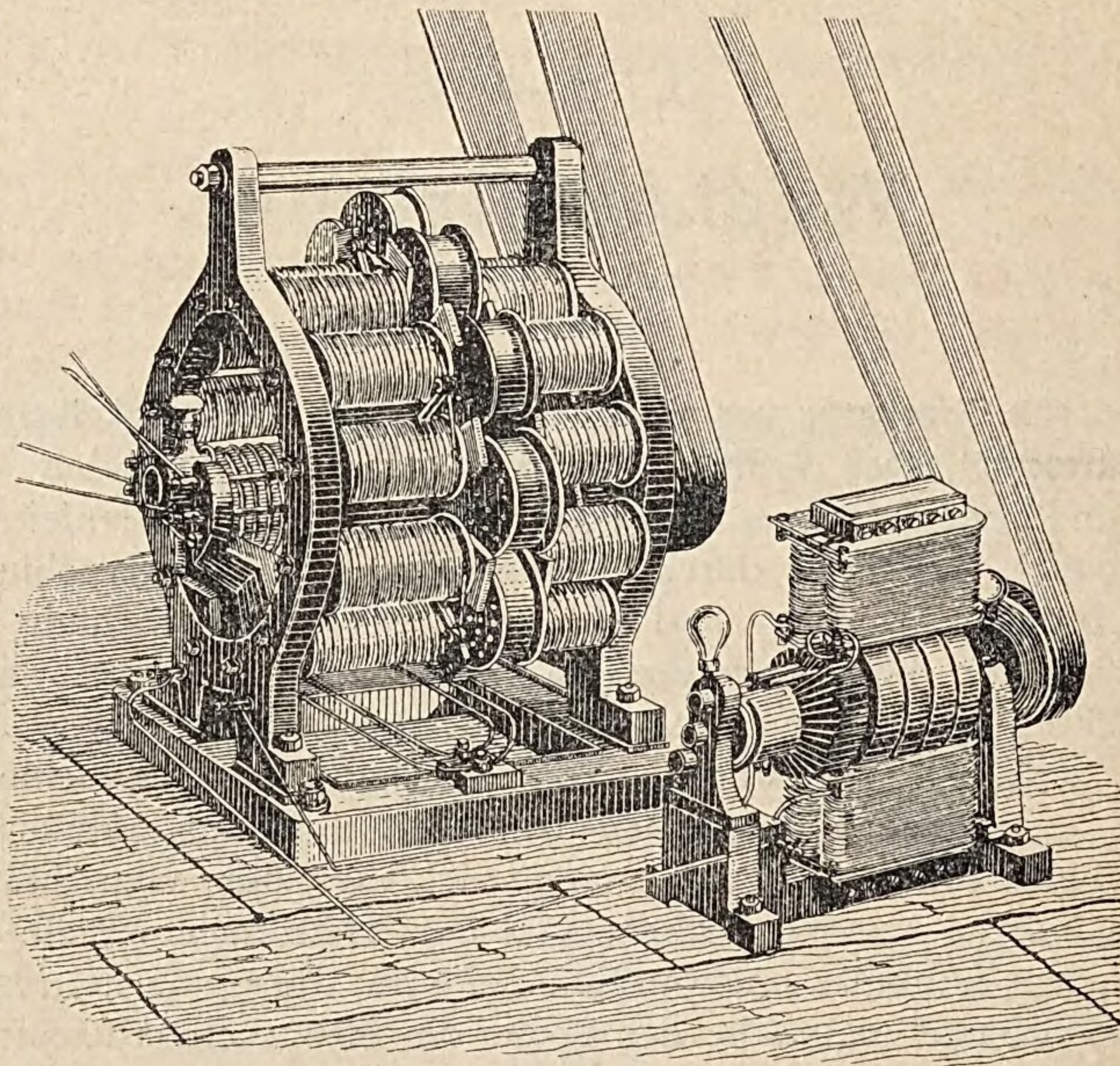


Fig. 106.

Besitzt eine Wechselstrommaschine $2p$ Pole und ebenso viele Spulen und ist die Zahl der Kraftlinien, die durch eine Spule gehen, wenn sie sich gerade zwischen zwei Polen des festen Elektromagnets befindet, N , ferner die Anzahl der Windungen auf jeder Spule ξ , so wird in jeder Spule auf dem Wege von einem bis zum nächsten gleichnamigen Pol eine elektromotorische Kraft induziert, deren Mittelwert

$$e_m = \frac{4 N \xi}{10^8 T} \text{ Volt.}$$

Hiebei bedeutet T die Dauer einer Periode d. i. die Zeit, in welcher die Spule von einem Nordpol bis zum nächsten kommt. Der Faktor 4 ist beizusetzen, weil jede Spule des Ankers, um von einem Nordpol zum nächsten Südpol und von diesem wieder zum nächsten Nordpol des Magneten zu gelangen die N Kraftlinien 4mal schneidet.

Macht der Anker in 1 Sekunde n Umdrehungen, so ist $T = 1/n p$ und die mittlere elektromotorische Kraft aller $2 p$ Spulen wird

$$E_m = \frac{8 n p^2 \xi N}{10^8} \text{ Volt.}$$

Eine 10polige Maschine, welche 900 Umdrehungen pro Minute macht, liefert also bei einem Querschnitt von 100 qcm, einer Windungszahl $= 20$ und einer Induktion $B = 4000$ eine mittlere elektromotorische Kraft

$$E_m = \frac{8 \cdot 900 \cdot 5^2 \cdot 20 \cdot 4000 \cdot 100}{10^8 \cdot 60} = 240 \text{ Volt.}$$

Auch von einer Gleichstrommaschine kann man Wechselströme abnehmen, wenn man dafür Sorge trägt, daß die

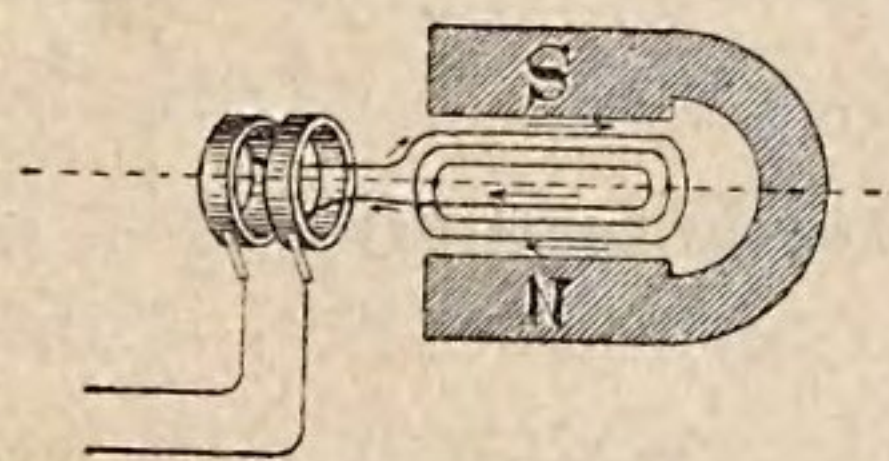


Fig. 107.

Bürsten während der Rotation stets mit den gleichen zwei diametral gegenüberliegenden Drahtstücken des Kollektors verbunden bleiben. Man erreicht dies dadurch (Fig. 107), daß man auf dem Kollektor zwei mit den genannten Punkten verbundene und unter sich isolierte

Schleifringe anbringt und von diesen die induzierten Ströme abnimmt.

Soll also die Dynamomaschine als Gleichstrommaschine gebraucht werden, so muß bei der Rotation eine Spule nach der anderen den Strom an die Bürste abgeben; es ist also dabei der Kollektor zugleich ein Stromkommutator. Soll die Maschine aber Wechselströme abgeben, so müssen stets die zwei nämlichen Spulen mit den Bürsten verbunden bleiben.

Um über die elektromotorische Kraft sowie über die Stromstärke induzierter Wechselströme in jedem Augenblicke einer Periode ein Urteil zu gewinnen, betrachten wir den ein-

fachsten Fall, daß eine Spule in einem homogenen magnetischen Felde um eine zu den Kraftlinien dieses Feldes senkrechte Axe mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotiert.

Bezeichnen wir (Fig. 108) die Intensität des magnetischen Feldes mit H , die Fläche der Spule mit S und die Zahl ihrer

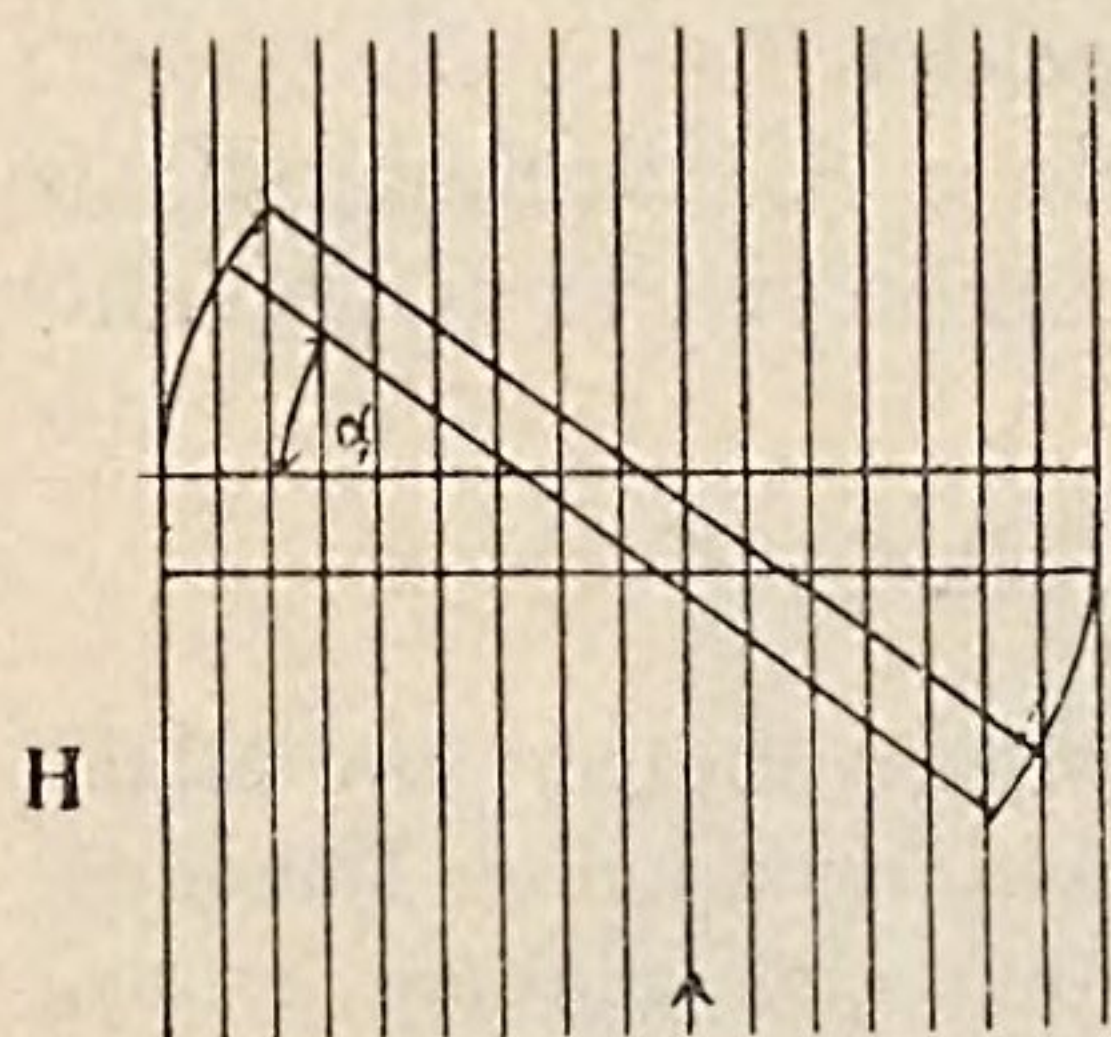


Fig. 108.

Windungen mit ξ , so treten in dem Augenblicke, in dem die Windungsebenen auf den Kraftlinien senkrecht stehen, HS Kraftlinien in eine Windung. Lassen wir jetzt die Rotation beginnen, so ist, wenn die Windungsebene mit der Anfangsstellung den Winkel α_1 bilden, die Zahl der eintretenden Kraftlinien $HS \cos \alpha_1$,

und nach einer sehr kleinen weiteren Drehung $\alpha_2 - \alpha_1 = \Theta$ nur mehr $HS \cos \alpha_2$. Die Änderung der Anzahl der Kraftlinien beträgt also bei der Drehung um den Winkel Θ :

$$HS (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = 2 HS \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \\ = HS \Theta \sin \alpha_1,$$

wenn man berücksichtigt, daß für sehr kleine Werte von $\alpha_2 - \alpha_1$, statt $2 \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}$ gesetzt werden darf:

$$2 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \alpha_2 - \alpha_1 = \Theta \text{ und } \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \sin \alpha_1.$$

Da aber die hiedurch erzeugte elektromotorische Kraft gleich der Änderung der Zahl der Kraftlinien dividiert durch die Zeit τ ist, in welcher die Drehung stattgefunden hat und letztere sich zur ganzen Periodendauer T verhält wie $\Theta : 2\pi$, so ist die während der sehr kleinen Drehung erzeugte augenblickliche elektromotorische Kraft:

$$e_t = \Theta HS \sin \alpha_1 : \frac{T}{2\pi} = \frac{2\pi}{T} HS \sin \alpha_1.$$

Nehmen wir an, daß die Spule in die zu α_1 gehörige Stellung t Sekunden nach Beginn ihrer Rotation gelangt ist, und somit

$$\alpha_1 : 2\pi = t : T \text{ oder } \alpha_1 = 2\pi \frac{t}{T} \text{ ist,}$$

so erhalten wir für die elektromotorische Kraft in der aus ξ Windungen bestehenden Spule zur Zeit t

$$a) \quad E_t = \frac{2\pi}{T} HS \cdot \xi \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Demnach ist die elektromotorische Kraft am größten, wenn $t = T/4$, d. h. wenn keine Kraftlinien in die Spule treten. Nennen wir diesen Maximalwert E , so ist die Spannung zur Zeit t :

$$E_t = E \sin 2\pi \frac{t}{T} = E \sin \omega t,$$

wenn wir die Winkelgeschwindigkeit $\frac{2\pi}{T}$ mit ω bezeichnen.

Die elektromotorische Kraft der Spule wächst und fällt also während einer Umdrehung wie der Sinus des Winkels, den die Windungsebenen mit ihrer Anfangsstellung einschließen.

Man kann sich von dem Gange der elektromotorischen Kraft E_t für jeden Winkel α (für jede Phase) eine geometrische Anschauung machen, wenn man sich die Sinuskurve, wie sie einer Periode entspricht, konstruiert. Man beschreibe zu dem Zwecke mit dem Maximalwerte E einen Kreis und strecke dessen Umfang in eine Gerade aus, teile diese Gerade sodann in 2π gleiche Teile, so daß die Winkel von 0 bis 2π als Abscissen auf derselben erscheinen, und konstruiere in jedem dieser Teilpunkte die zu der betreffenden Abscisse gehörige Sinuslinie als Ordinate. Verbindet man sodann die Endpunkte dieser Ordinaten, so erhält man die Sinuskurve, deren Ordinaten die Werte von E_t für alle Phasen d. i. alle Winkel zwischen 0 und 2π darstellen.

Nehmen wir nun an, die mit den Wechselstrommaschinen erzeugten Ströme hätten gleichfalls einen sinusartigen Gang, wie dies in Wirklichkeit auch nahezu der Fall ist, so besteht zwischen dem oben abgeleiteten Mittelwert E_m und dem Maximalwert E für jede halbe Periode die Beziehung

$$E_m = \frac{2}{\pi} E,$$

wobei $\pi = 3,14$ bedeutet, da aus geometrischen Gründen der Mittelwert aller Ordinaten einer vollständigen Sinuskurve gleich dem $\frac{2}{\pi}$ ten Teile der größten Ordinate (des Radius) ist.

103. Einfluß der Selbstinduktion bei Wechselströmen. Werden die Pole einer Wechselstrommaschine von der Klemmenspannung $E_t = E \sin \omega t$ durch einen geradlinigen Draht oder einen anderen Leiter von verschwindend kleiner Selbstinduktion und dem Widerstande R verbunden, so entstehen in der Leitung Wechselströme, deren Intensität gleichfalls einen sinusartigen Gang zeigt und in einem Augenblicke nach dem Ohm'schen Gesetze durch die Beziehung ausgedrückt ist:

$$I_t = I \sin \omega t = \frac{E}{R} \sin \omega t.$$

Es werden also, wenn $R = 1 \Omega$ beträgt, Spannungskurve und Stromkurve durch dieselbe Sinuskurve ihren Ausdruck finden.

Wird aber in die äußere Leitung des Wechselstromes ein Leiter mit Selbstinduktion, z. B. eine Spule, eingeschaltet, so wird jede Änderung der Stromstärke in der Spule durch Selbstinduktion eine elektrische Gegenkraft S erzeugen, welche wie die Klemmenspannung E alternierend ist.

Um den Wert dieser Selbstinduktion S_t in einer Spule mit ξ Windungen zu berechnen, nehmen wir an, ein Strom von 1 absoluten Einheit erzeuge in einer Windung f Kraftlinien, dann erzeugen I absolute Einheiten in ξ Windungen $N = I \xi f$ Kraftlinien.

Nach der Gleichung a) des vorigen Kapitels entsteht dann, da diese N Kraftlinien mit dem Strome I_t sinusartig zu- und abnehmen, eine elektromotorische Kraft

$$S_t = \frac{2\pi}{T} N \xi f \sin \alpha,$$

wobei α von dem Augenblick an gerechnet ist, da das Maximum von Kraftlinien durch die Spule geht. Rechnen wir die Phase aber von dem Zeitpunkt an, in welchem die Zahl der Kraftlinien gleich Null ist, in welchem also $I_t = 0$ ist, so ist die Phase um $\frac{\pi}{2}$ größer; es ist also:

$$\begin{aligned} S_t &= \frac{2\pi}{T} I \xi^2 f \sin(\alpha + 90) = \omega L I \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + 90\right) \\ &= \omega L I \sin(\omega t + 90), \end{aligned}$$

wenn wir $\xi^2 f = L$ und die Winkelgeschwindigkeit $\frac{2\pi}{T} = \omega$ setzen.

Zu demselben Resultate gelangen wir auch noch auf einem anderen Wege, wenn wir die Selbstinduktion der im vorigen Kapitel betrachteten rotierenden Spule berechnen:

Nennen wir den Koeffizienten der Selbstinduktion d. i. die elektromotorische Kraft, welche in der Spule durch Induktion erzeugt wird, wenn die Stromstärke sich in 1 Sekunde um die Einheit ändert, $\xi^2 f = L$ und ist die Stromänderung in der sehr kleinen Zeit τ , während welcher sich die Spule um den Winkel $\alpha_2 - \alpha_1 = \Theta$ dreht, $I_2 - I_1$, so ist zur Zeit t

$$S_t = L \frac{I_2 - I_1}{\tau}.$$

Befindet sich nun I_t zur Zeit t in der Phase α_1 , so ist

$$\begin{aligned} S_t &= \frac{L I}{\tau} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) = 2 \frac{L I}{\tau} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} \\ &= \frac{L I}{\tau} \Theta \cos \alpha_1 = \frac{2\pi L I}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T} \end{aligned}$$

oder $S_t = \omega L I \cos \omega t = \omega L I \sin (\omega t + 90).$

Es ist also aus dieser Rechnung erkennbar, daß die durch Selbstinduktion erregte elektromotorische Kraft einen sinusartigen Gang hat und gegen I_t um $1/4$ Periode in der Phase vorseilt.

Zugleich ist ersichtlich, daß der Maximalwert der Selbstinduktion

$$S = \omega L I \text{ ist.}$$

Aus den beiden elektromotorischen Kräften E_t und S_t , die in jedem Augenblicke entgegengesetzte Richtung besitzen, wird sodann eine neue alternierende elektromotorische Kraft resultieren, und diese wird den sinusartigen Strom I_t erzeugen und vom Widerstand der Spule R absorbiert. Dieselbe wird die resultierende oder auch dynamische Spannung $E_r = I R$ genannt und steht zu der treibenden Kraft E_t (welche die Klemmenspannung des Ankers bei Unterbrechung des äußeren Stromkreises ist und deshalb auch statische Spannung heißt)

motorischen Kraft E die Diagonale des Parallelogramms aus den beiden Seiten S und IR sein. Konstruieren wir Oa als Diagonale dieses Parallelogramms, so ist für jede beliebige Phase α

$$E_t = Od = Oa \sin \alpha = E \sin \alpha \text{ und zugleich}$$

$$E_t = Od = Oe + de = Ob \sin (\alpha - \varphi) + ab (= Oc) \sin (\alpha - \varphi + 90)$$

$$\text{oder } E \sin \alpha = IR \sin (\alpha - \varphi) + S \sin (\alpha - \varphi + 90),$$

$$\text{also } E_t = I_t R + S_t.$$

Aus dieser Darstellung folgt nun allgemein, daß man den Maximalwert einer aus der Summe zweier Sinusbewegungen resultierenden Sinusbewegung Oa dadurch erhält, daß man die Maximalwerte der Komponenten Oc und Ob unter ihrem Phasenwinkel zeichnet, und durch den Winkel, der ihrem Phasenunterschiede entspricht, die Diagonale zieht.

In dem Augenblicke t bestehen also für die Spule die zusammengehörigen Werte

$$E_t = E \sin \alpha,$$

$$I_t = I \sin (\alpha - \varphi)$$

und
$$S_t = LI \frac{2\pi}{T} \sin (\alpha - \varphi + 90).$$

Es bleibt also I_t gegen E_t um den Winkel φ in der Phase zurück.

Aus der Figur 109 ergibt sich nun auch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{S}{RI} = \frac{\omega L}{R}.$$

Demnach kann die Verzögerung von I gegen E höchstens 90° betragen. Ferner ist: $(RI)^2 = E^2 - S^2 = E^2 - (\omega LI)^2$,

woraus $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ wird d. h. die Selbstinduktion wirkt

wie ein hinzugefügter Widerstand. Der Nenner des Bruches wird scheinbarer Widerstand oder Induktanz genannt.

Nach diesen Auseinandersetzungen findet man den Zusammenhang zwischen den drei Größen, wie ihn Fig. 110 darstellt. Dieselbe läßt erkennen, daß S_t dem resultierenden Strom I_t , dessen Kurve mit $I_t R$ zusammenfällt, um 90° voraus-

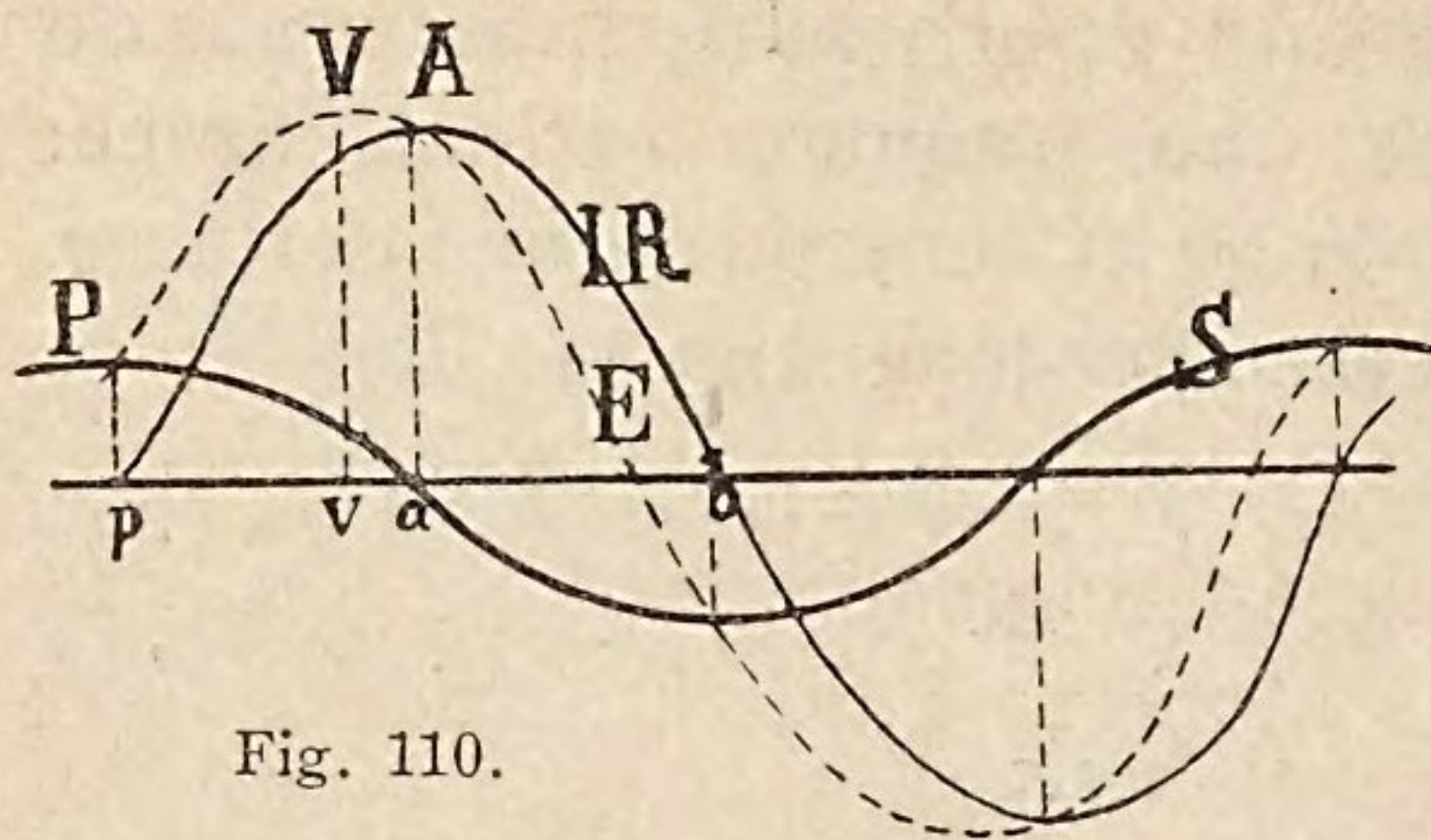


Fig. 110.

eilt, indem erstere Kraft ihren Maximalwert S schon in P_p erreicht, während letztere zu demselben erst in A_a gelangt.

Zugleich ist auch ersichtlich, daß die Wirkung der Selbstinduktion eine doppelte ist.

Während einem Widerstande $R = 1 \Omega$ der induktionslosen Leitung Ströme, wie sie die Kurve E darstellt, entsprechen, ergeben sich in der Spule mit der Selbstinduktion S Ströme, wie sie die Kurve IR darstellt. Man sieht also, daß die Selbstinduktion den Widerstand vermehrt und daß zugleich die Phase des Stromes gegen die der treibenden elektromotorischen Kraft um die Phase $va = \varphi$ zurückbleibt, indem der Strom I_t sein Maximum um va später erreicht, als die treibende elektrische Kraft, die Klemmenspannung E_t .

Erzeugt eine Wechselstrommaschine bei einer gewissen Tourenzahl des Ankers bei geschlossenem Stromkreise ohne Selbstinduktion (Glühlampen) eine Maximalklemmenspannung V_v , so wird dieselbe sofort auf A_a herabsinken, wenn in den Stromkreis ein Widerstand mit der Selbstinduktion S (z. B. die Spulen einer Bogenlampe) eingeschaltet wird.

105. Elektrodynamometer. Die Intensität alternierender Ströme läßt sich nicht mit einem Galvanometer messen, da die Magnetnadel bei aufeinanderfolgenden Stromwechseln Impulse nach entgegengesetzten Seiten erhält.

Man benützt deshalb hiezu das Dynamometer, welches im wesentlichen auch die Eigenschaft einer Tangentenbussole besitzt, aber sich von ihr dadurch unterscheidet, daß die Magnetnadel durch eine Nadel von weichem Eisen oder besser durch eine zweite Spule ersetzt ist, deren Axe in der Ruhelage mit den Windungsebenen der ersten Spule parallel gestellt ist.

Wird hiebei der zu messende Strom i nicht bloß durch die erste, sondern auch durch die zweite Spule geschickt, so wirkt diese wie eine Magnetnadel vom Momente $\xi q i$, wenn

ξ die Zahl ihrer Windungen und q ihr Querschnitt ist, wird aber, wenn die Stromimpulse ihre Richtung ändern, immer nach einer Seite abgelenkt, da mit dem Stromwechsel auch das von der ersten Spule erzeugte magnetische Feld seine Richtung ändert.

Erzeugt die primäre Spule ein magnetisches Feld Gi , und besitzt die zweite Spule das Moment $\xi q i$, so erfährt diese beim Durchleiten des Stromes ein Drehungsmoment und dreht sich um einen Winkel φ aus der Gleichgewichtslage, bis das Drehungsmoment infolge des Stromes gleich ist dem Drehungsmomente infolge der Torsion des Aufhängefadens vermehrt um das infolge des Erdmagnetismus, bis also:

$$G \xi i^2 \cos \varphi = C \varphi + H \xi q i \sin \varphi.$$

Diese Gleichung ergibt sich durch dieselbe Überlegung, wie die in Kap. 52 abgeleitete, unter gleichzeitiger Berücksichtigung, daß zu der in die Gleichgewichtslage zurückführenden Kraft H noch die Torsionskraft des Fadens kommt und letztere proportional dem Drehungswinkel ist.

In dem von Siemens konstruierten Dynamometer (Fig. 111) wird die durch die Stromimpulse abgelenkte Drahtwindung durch eine Torsion φ wieder in die Gleichgewichtslage zurückgeführt, wodurch der Einfluß des Erdmagnetismus ausgeschlossen wird. Die Gleichgewichtsbedingung ist hiebei

$$G \xi q i^2 = C \varphi, \text{ also } i^2 = A \varphi$$

$$\text{und } i = \sqrt{A \varphi} = B \sqrt{\varphi}.$$

Wird demnach ein kontinuierlicher Gleichstrom durch ein solches Elektrodynamometer geleitet, so ist dieser Torsionswinkel φ dem Quadrate der Stromstärke, mithin der Stromenergie proportional. Ist dagegen der Strom alternierend, so ist derselbe dem Mittel der Quadrate der in den einzelnen Augenblicken einer Periode erzeugten Elementarströme proportional. Verlaufen nun die alternierenden Ströme sinusartig,

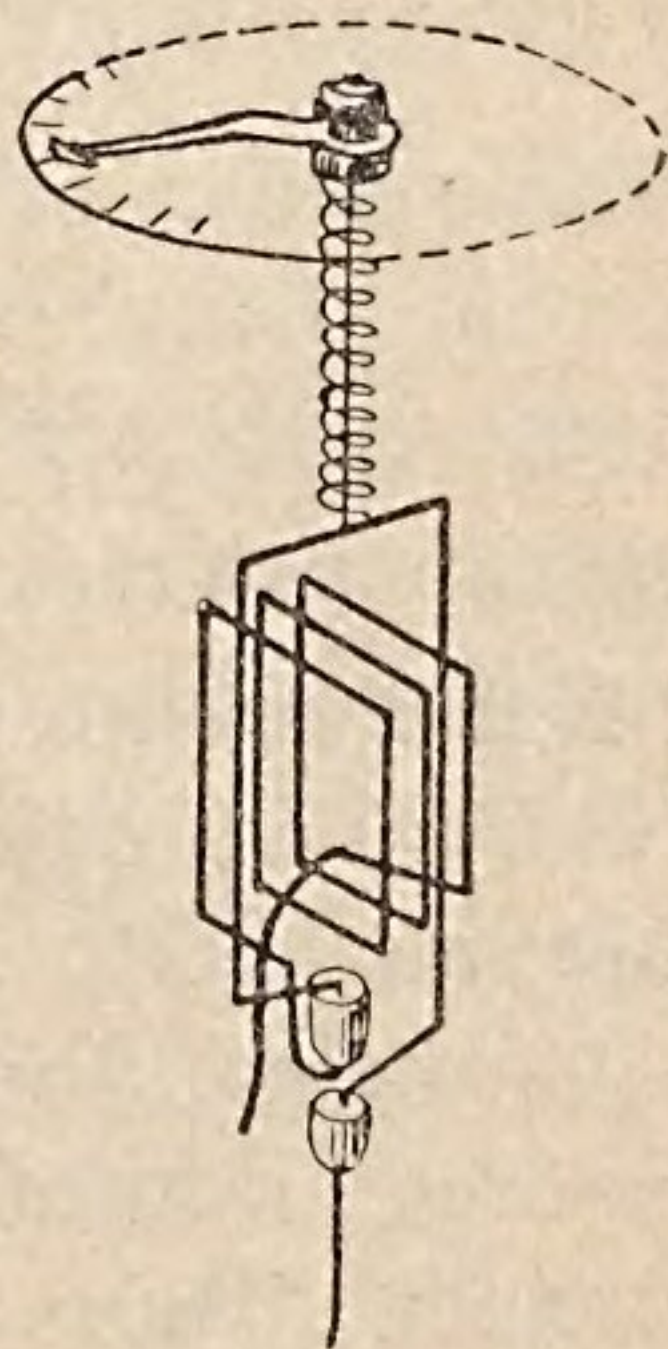


Fig. 111.

so ist das Mittel der Quadrate der Elementarströme gleich dem halben Quadrate des Maximalwertes. Es ist also der Mittelwert

$$i = \sqrt{1/2} I = 0,707 I = B \sqrt{\varphi},$$

wobei I der höchste Wert ist, den die alternierenden Ströme in einer Periode einnehmen.

Dies läßt sich leicht einsehen, denn in jeder Periode ($0 - 2\pi$) gehört zu einem beliebigen Phasenwinkel α die Stromstärke $i_1 = I \sin \alpha$ und zu dessen Komplementswinkel $90 - \alpha$ der Strom $i_2 = I \cos \alpha$; da nun $i_1^2 + i_2^2 = I^2$ ist, so ergibt sich das Mittel der Quadrate der Elementarströme i^2 aus der Gleichung:

$2 n i^2 = n I^2$, wenn wir uns den von Null bis zur Phase $\frac{\pi}{2}$ an-

wachsenden Strom in n sehr kleine Teilchen geteilt denken. Es ist also $i^2 = I^2/2$, mithin hat ein Sinusstrom vom Maximalwert I , der z. B. durch eine Glühlampe geschickt wird, dieselbe Wirkung wie ein Gleichstrom von der Stärke $i = I \sqrt{1/2}$. Man heißt deshalb den Mittelwert i die effektive Stromstärke, wie man auch den Mittelwert einer sinusartigen Spannung vom Maximalwerte E die effektive Spannung e heißt.

Zeigt also das Dynamometer, wenn es von Wechselströmen durchflossen wird, eine Ablenkung, welche einem konstanten Strom von 10 Ampère entspricht, so oscilliert der Strom zwischen 14,14 und $-14,14$ Ampère.

Wird demnach die effektive Klemmenspannung durch ein Hitzdrahtvoltmeter $= e$ und die effektive Stromstärke mit einem Dynamometer $= i$ gemessen, so ist

$$i = I \sqrt{1/2} = \frac{E \sqrt{1/2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

und das Ohm'sche Gesetz lautet für den Wechselstrom:

$$i = \frac{e}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{e}{R'}$$

d. h. die effektive oder gemessene Stromstärke ist gleich der effektiven Klemmenspannung dividiert durch den scheinbaren Widerstand R' .

106. Zusammenhang der bei Wechselströmen vorkommenden Größen. Man hat also bei Wechselströmen mit Selbstinduktion folgende Größen auseinander zu halten:

1. Die treibende elektromotorische Kraft mit dem Maximalwert E und dem momentanen Werte $E_t = E \sin \alpha$.

2. Die Selbstinduktion mit dem Maximalwerte S und dem momentanen Werte $S_t = S \sin (\alpha - \varphi + 90)$ und

3. Die wirksame oder resultierende elektromotorische, mit dem Maximalwerte E_r und dem Momentanwerte

$$E_r = E_{rt} \sin (\alpha - \varphi);$$

letztere fällt der Phase nach stets mit dem resultierenden und S_t erzeugenden Strome mit dem Maximalwerte I und dem momentanen Werte $I_t = I \sin (\alpha - \varphi)$ zusammen.

Bei jeder dieser vier Größen haben wir zu unterscheiden:

- a) die Mittelwerte d. i. geometrisch die Seite des Rechtecks, welches mit ihr über der Seite π errichtet dieselbe Fläche einschließt, als die über der Abscisse π konstruierte Sinuskurve.

Diese Mittelwerte sind $\frac{2}{\pi}$ mal so groß als die Maximalwerte, so daß also

$$E_m = \frac{2}{\pi} E; I_m = \frac{2}{\pi} I, S_m = \frac{2}{\pi} S \text{ und } E_{rm} = \frac{2}{\pi} E_r.$$

- b) Die mit einem Hitzdrahtvoltmeter bzw. einem Dynamometer gemessenen oder effektiven Werte, die aus den Maximalwerten erhalten werden, indem man diese mit $\sqrt{2}$ dividiert. Die Bezeichnung für dieselben seien e, s etc., so daß

$$e \sqrt{2} = E, i \sqrt{2} = I, s \sqrt{2} = S \text{ und } e_r \sqrt{2} = E_r.$$

Bei einer Wechselstrommaschine betrage die Zahl der Perioden per Sekunde 50 Volt und in der äußeren Leitung befinde sich eine Induktionsspule (Drosselspule) vom Widerstande $W = 8 \Omega$. Gibt ein hinter die Spule geschaltetes Dynamometer eine Stromstärke von 10 Ampère an, und wird die an den Enden der Induktionsspule statt-

findende Spannung $e = 1950$ Volt gemessen, so ist der scheinbare Widerstand der Spule, da

$$i = \frac{e}{w'}, \quad w' = \frac{e}{i} = \frac{1950}{10} = 195 \, \Omega.$$

Hieraus ergibt sich der Selbstinduktions-Koeffizient der Spule, indem

$$\begin{aligned} w'^2 &= W^2 + (L \omega)^2 \\ 195^2 &= 8^2 + (L 2 \pi \cdot 50)^2 \\ L^2 &= \frac{37961}{314^2} = 0,39 \quad \text{und} \quad L = 0,62 \text{ Henry.} \end{aligned}$$

Da ferner der in der Induktionsspule absorbierte Widerstand 80 Volt beträgt, so ist

$$s = \sqrt{1950^2 - 80^2} = 178 \text{ Volt.}$$

Will man den Selbstinduktions-Koeffizienten des Ankers einer Wechselstrommaschine erhalten, so messe man die Klemmenspannung (1800 Volt) bei einem äußeren induktionsfreien Widerstande (z. B. Glühlampen) und die hierbei bestehende Stromstärke (10 Ampère). Ferner bestimme man die Zahl der Perioden (60), den Widerstand des Ankers (8 Ω) und die Spannung des Ankers bei unveränderter Tourenzahl, aber bei unterbrochener äußerer Leitung (2000 Volt).

Da in diesem Falle die treibende elektromotorische Kraft $e = 2000$ V. und die wirksame elektromotorische Kraft gleich der Summe der im Anker absorbierten und der Klemmenspannung bei geschlossener Leitung

ist, also $e_r = 1880$ Volt, so ist $s = \sqrt{2000^2 - 1880^2} = 682$ Volt

$$\text{und da } L \omega i = s, \text{ so ist } L = \frac{682}{2 \pi \cdot 60 \cdot 10} = 0,18 \text{ Henry.}$$

107. Der Kondensator im Stromkreise einer Wechselstrommaschine. Wird in den als widerstandslos angenommenen Kreis eines Wechselstromes, dessen Klemmenspannung dem Gesetze

$$E_t = E \sin 2 \pi \frac{t}{T} \text{ folgt, ein Kondensator eingeschaltet, so ist}$$

in jedem Augenblicke die Spannungsdifferenz an den Belegen des Kondensators die gleiche, wie an den Klemmen der Maschine.

Besitzt nun der Kondensator die Kapazität C , so besitzt er zur Zeit t einen Augenblick lang die Ladung

$$Q_1 = CE \sin 2\pi \frac{t}{T} = CE \sin \alpha_1$$

und nach dem sehr kurzen Zeitintervall τ die Ladung

$$Q_2 = CE \sin \alpha_2.$$

Es ist demnach in dieser Zeit τ in den Kondensator die Menge

$$\begin{aligned} Q_2 - Q_1 &= CE (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) = 2CE \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \\ &= \ominus CE \cos \alpha \end{aligned}$$

geflossen. Demnach beträgt während dieser Zeitdauer die pro Sekunde durch einen Querschnitt des Leiters fließende Menge d. i. die Stromstärke zur Zeit t

$$I_t = \frac{\ominus}{\tau} CE \cos \alpha = \frac{2\pi}{T} CE \cos 2\pi \frac{t}{T} = \frac{2\pi}{T} CE \sin (2\pi \frac{t}{T} + 90).$$

Man sieht hieraus, daß die zwischen den Klemmen der Maschine wogenden Ströme gleichfalls eine sinusartige Bewegung haben, aber gegen die Klemmenspannung um 90° vorausseilen. Der Maximalwert der Stromstärke ist

$$I = \frac{2\pi}{T} CE$$

oder, wenn wir $\frac{2\pi}{T} = \omega$ setzen

$$I = \omega CE,$$

woraus die Maximalspannung des Kondensators

$$E_C = \frac{I}{\omega C} \text{ folgt.}$$

Wird in diesen Stromkreis noch ein Widerstand R ohne Selbstinduktion, z. B. eine Anzahl von Glühlampen, eingeschaltet, so wird von der Klemmenspannung ein Teil zur Überwindung der Kondensatorspannung, deren Maximum

$$E_C = \frac{I}{\omega C}$$

ist, der übrige Teil zur Überwindung des Widerstandes R verbraucht; von letzterem Teile beträgt der Maximalwert IR . Da nun E_C und I , somit auch E_C und IR , einen rechten

gestellt sein durch OD , woraus die von der Maschine zu verausgebende Spannung E_o (treibende Kraft) sich als Resultante von E und E_C ergibt durch die Strecke OF . Es berechnet sich somit:

$$E_o^2 = AF^2 + AO^2 = (AC - CF)^2 + AO^2 = \left(\omega i L - \frac{i}{\omega C} \right)^2 + i^2 R^2$$

also
$$E_o = i \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Man sieht daraus, daß durch Einfügung des Kondensators der scheinbare Widerstand, der durch die Selbstinduktion vergrößert wird, wieder kleiner wird und die Ströme genau dem Ohm'schen Gesetze folgen, wenn $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, wenn also $C = \frac{1}{\omega^2 L}$ gewählt wird.

Zugleich ersieht man, daß der Phasenverzögerungswinkel, der infolge der Selbstinduktion allein COA ist, durch den Einfluß des Kondensators auf FOA verringert wird. Derselbe berechnet sich aus $\operatorname{tg} \varphi = \frac{AC - CF}{OA} = \frac{S - E_C}{RI}$ und wird Null, wenn $S = E_C$, also unter der gleichen Bedingung: $C = \frac{1}{\omega^2 L}$.

Wird demnach in den Stromkreis einer Wechselstrommaschine von 60 Perioden und einer Klemmenspannung von 200 Volt neben einem Widerstand von 15Ω und einer Selbstinduktion von 0,125 Henry ein Kondensator von 200 Mikrofard ($= 10^{-6}$ Farad) eingeschaltet, so berechnet sich der Maximalwert für die Stromstärke:

$$\begin{aligned} I &= \frac{200}{\sqrt{15^2 + \left(2\pi \cdot 60 \cdot 0,125 - \frac{10^6}{2\pi \cdot 60 \cdot 200} \right)^2}} \\ &= \frac{200}{\sqrt{15^2 + 33,8^2}} = \frac{200}{37} = 5,4 \text{ Ampère,} \end{aligned}$$

die Spannung an den Enden des Widerstandes:

$$E = \sqrt{S^2 + I^2 R^2} = I \sqrt{(\omega L)^2 + R^2} = 5,4 \sqrt{47,1^2 + 15^2} = 266,7 \text{ Volt}$$

und die Spannung an den Enden des Kondensators:

$$E_C = \frac{I}{\omega L} = \frac{5,4}{13,3} = 0,4 \text{ Volt.}$$

108. Die Leistung eines Wechselstromes. Besitzt ein Wechselstrom die effektive Klemmenspannung e und die effektive Stromstärke i und befindet sich im Stromkreise weder ein Widerstand mit Selbstinduktion noch ein Kondensator, so ist die effektive Leistung in jeder Sekunde $A = e i$ Watt.

Ist jedoch diese Bedingung nicht erfüllt, so tritt zwischen e und i in jedem Augenblick eine Phasenverschiebung ein, die gleich φ sein möge, und die Leistung ist in diesem Falle

$$A = e i \cos \varphi.$$

Es ergibt sich dies durch nachstehende Überlegung. Erfolgen sowohl Spannung als Strom sinusartig und denken wir uns die Dauer einer Periode in sehr viele Zeitabschnitte zerlegt, von denen jeder gleich τ sein möge, so ist die Leistung in jedem Augenblicke τ gleich dem Produkte aus der jeweiligen Spannung und dem zugehörigen Strome mal dieser sehr kleinen Zeit τ .

Nehmen wir an, die Spannung sei in einem bestimmten Zeitabschnitte $E_1 = E \sin \alpha$ und der dazu gehörige Strom $I_1 = I \sin \beta$, wobei $\alpha - \beta = \varphi$ sei, dann sind die zwei konjugierten Werte

$$E_2 = E \sin (\alpha + 90) \text{ und } I_2 = I \sin (90 + \beta).$$

Die den beiden Phasen entsprechenden Arbeiten haben so dann die Werte:

$$E_1 I_1 \tau = E I \tau \sin \alpha \sin \beta \text{ und } E_2 I_2 \tau = E I \tau \cos \alpha \cos \beta,$$

deren Summe:

$$\begin{aligned} (E_1 I_1 + E_2 I_2) \tau &= E I \tau (\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta) \\ &= E I \tau \cos (\alpha - \beta) = E I \tau \cos \varphi \end{aligned}$$

ist; da dies für jedes α gilt und somit die in je zwei sehr kleinen Zeiteilchen τ geleistete Arbeit $A = E I \tau \cos \varphi$ ist, so ist der Effekt d. i. die in einer Sekunde geleistete Arbeit:

$$\text{Eff} = \frac{E I \tau \cos \varphi}{2 \tau} = \frac{E I \cos \varphi}{2} = e i \cos \varphi.$$

109. Wattmeter und Zerlegung des Stromes in Komponenten.

Besteht die feste Spule eines Dynamometers nur aus wenigen dicken Drahtwindungen, dagegen die bewegliche Spule aus mehreren dünnen Windungen, so kann man aus seiner Ablenkung direkt auf die Leistung eines durch das Instrument geleiteten Stromes schließen.

Man schaltet zu dem Zwecke die feste Spule als Ampèremeter in den Stromkreis und legt die Enden der beweglichen Spulen in zwei Punkten des Stromkreises an, deren Spannungsdifferenz in Betracht kommt, wodurch die bewegliche Spule zum Voltmeter gemacht wird.

So ist z. B. in Figur 113 der Anschluß eines Wattmeters an eine Bogenlampe gezeigt.

Beträgt die effektive Stromstärke i und besteht zwischen a und b die effektive Spannung e , so ist der durch die bewegliche Spule gehende Strom i_1 proportional dieser Spannung, also

$$i_1 = m e.$$

Wäre nun der Phasenverschiebungswinkel φ , so wäre der zu messende Effekt $= e i \cos \varphi$.

Da nun für ein nach Art des Siemens'schen Dynamometers eingerichtetes Wattmeter die Bedingungsgleichung

$$G i G' i_1 \cos \varphi = A i e \cos \varphi = C \alpha$$

gilt, wobei α der Torsionswinkel ist, durch welchen man die bewegliche Spule wieder in die Anfangslage zurückbringt, so ist

$$\text{Effekt} = i e \cos \varphi = D \alpha.$$

Kennt man nun für das betreffende Instrument die Konstante D , so gibt das Produkt $D \alpha$ sogleich den Effekt in Watt an.

Denkt man sich i in zwei Komponenten zerlegt, von denen die eine in die Richtung von e und die andere senkrecht darauf, also in die Richtung der Selbstinduktion S fällt, so ist erstere $i_n = i \cos \varphi$, und durch sie wird der gesamte

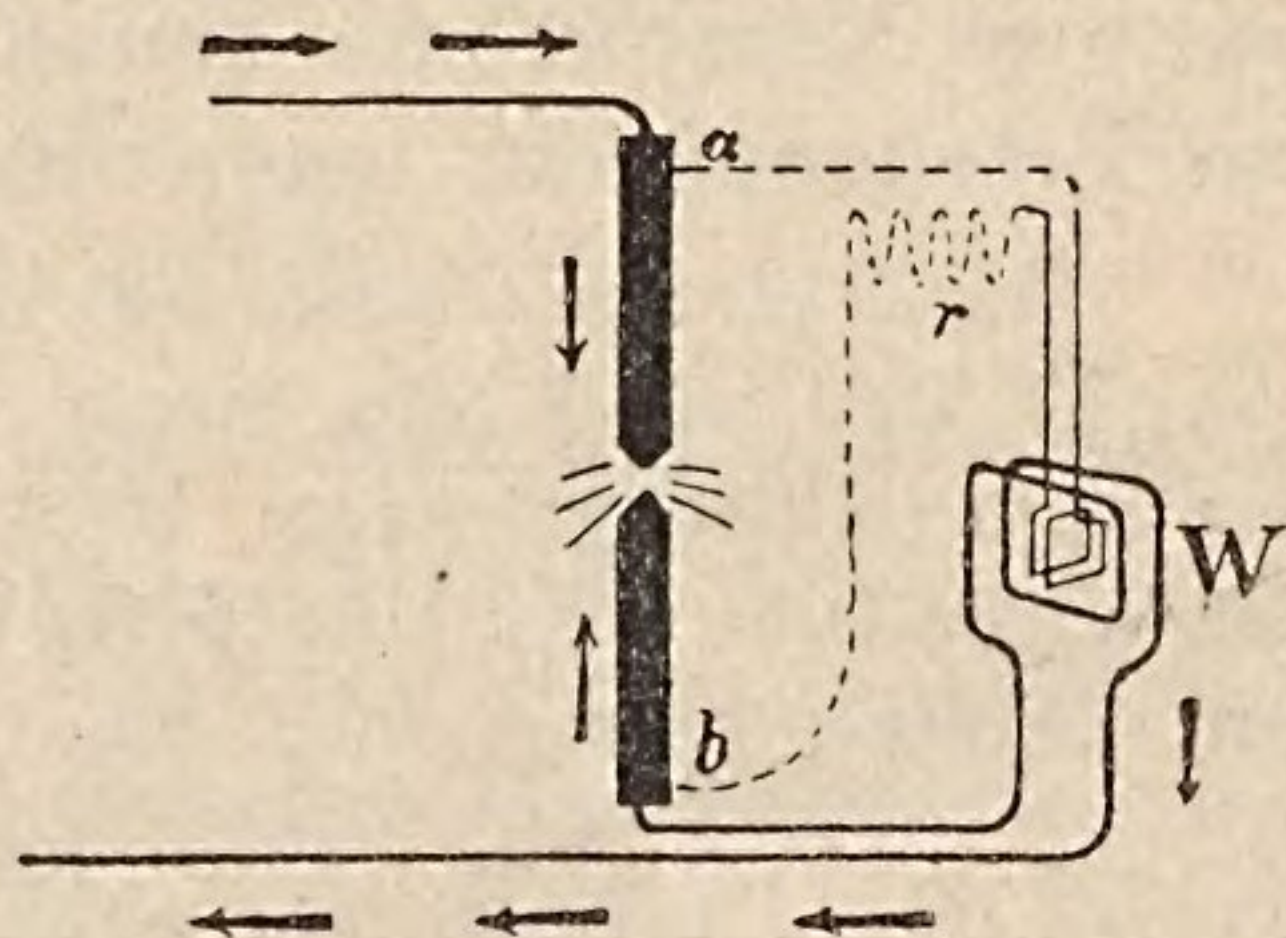


Fig. 113.

Effekt geleistet, weshalb sie die Nutzkomponente oder Wattkomponente des Stromes heißt. Ihre Arbeitsleistung wird zur Erzeugung Joule'scher Wärme, sowie zu den Hysteresisverlusten, die beim Ummagnetisieren des in der Induktionsspule etwa befindlichen Eisens stattfinden und zur Erzeugung etwaiger Wirbelströme verwendet.

Da die andere Komponente i_μ mit e einen rechten Winkel bildet, so ist die von ihr geleistete Arbeit

$$e i_\mu \cos 90 = 0.$$

Sie leistet also gar keine Arbeit und wird daher die wattlose Komponente genannt. Dieselbe wird ausschließlich zur Erzeugung der magnetischen Kraftlinien verwendet.

Durch eine Spule mit 100 Windungen und einer Klemmenspannung von 70 Volt wurde ein Strom von 12 Ampère geschickt. Da hierbei der in derselben geleistete Effekt zu 86 Watt beobachtet wurde und der Widerstand der Spule 5Ω , ferner die Tourenzahl der Maschine 60 pro Sekunde betrug, so rechnet sich die Nutzkomponente

$$i_n = \frac{86}{70} = 1,23 \text{ Ampère}$$

und die wattlose Komponente

$$i_\mu = \sqrt{12^2 - 1,23^2} = 11,9 \text{ Ampère.}$$

Wir sind auch im stande die Maximalzahl von Kraftlinien zu bestimmen, von denen der Kern durchzogen wird, da wir einen Zusammenhang zwischen der Selbstinduktion und dieser Zahl herstellen können.

Ist nämlich die Maximalzahl der Kraftlinien N , so ist die Änderung derselben in einer Periode $4 N$, mithin die in ξ Windungen in 60 Perioden erregte mittlere Selbstinduktion

$$S_m = \frac{4 N \xi 60}{10^8} \text{ Volt.}$$

Deshalb ist der Maximalwert der durch Selbstinduktion erregten Spannung

$$S = \frac{\pi}{2} S_m$$

und die effektive Spannung

$$s = \frac{S}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} S_m = \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \cdot \frac{4 N \xi 60}{10^8} \text{ Volt,}$$

$$\text{woraus } N = \frac{10^8 \cdot s'}{4,44 \xi \cdot 60}.$$

$$\text{Da nun } s = \sqrt{e^2 - e_r^2} = \sqrt{70^2 - (5 \cdot 12)^2} = 36 \text{ Volt},$$

$$\text{so ist } N = \frac{36 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 60 \cdot 100} = 135000.$$

Schließlich können wir auch noch den magnetischen Widerstand w der Spule berechnen. Wenn wir nämlich berücksichtigen, daß der Kräftestrom N gleich der magnetomotorischen Kraft $4 \pi \xi I$ dividiert durch den magnetischen Widerstand w ist, erhalten wir:

$$N = \frac{4 \pi i_\mu \sqrt{2} \cdot \xi}{10 \cdot w} = \frac{0,4 \cdot 3,14 \cdot 11,9 \cdot 1,4 \cdot 100}{w}.$$

$$\text{woraus } w = \frac{2093}{135000} = 0,015.$$

110. Drehstrom-Motoren. Die von Wechselstrom-Maschinen erzeugten Ströme besitzen gewöhnlich eine sehr hohe Spannung und können deshalb zum Zwecke von Kraftübertragungen ohne größeren Verlust von der stromerzeugenden Maschine nach dem Motor geleitet werden. Damit letztere Maschine aber in Bewegung erhalten wird, muß Sorge getragen werden, daß sie vor ihrer Belastung mit ersterer vollkommen synchron läuft; es muß sich die Stromrichtung in jeder Ankerspule sowohl im Generator als im Motor gleichzeitig mit den Polen der Elektromagnete umkehren, wenn der Anker stets von einer gleichgerichteten Kraft angetrieben werden soll. Außerdem ist zur Erregung der Elektromagnete für beide Maschinen eine besondere Erregermaschine mit Gleichstrom erforderlich. Diese Unbequemlichkeiten fallen nicht schwer ins Gewicht, wenn es sich um die Fortleitung einer großen Energiemenge von dem Orte einer Naturkraft nach einer Zentralen handelt. Sollen aber von hier aus kleinere Energiemengen von nur einigen Pferdekraften nach verschiedenen Plätzen geleitet werden, so eignet sich hierfür am besten ein Drehstrommotor.

Da hier nur beabsichtigt ist, das Prinzip desselben zu zeigen, wollen wir uns darauf beschränken, die Entstehung und Wirkung von zweiphasigen Wechselströmen kennen zu lernen. Denken wir uns zwei Paare gegenüberstehender Spulen

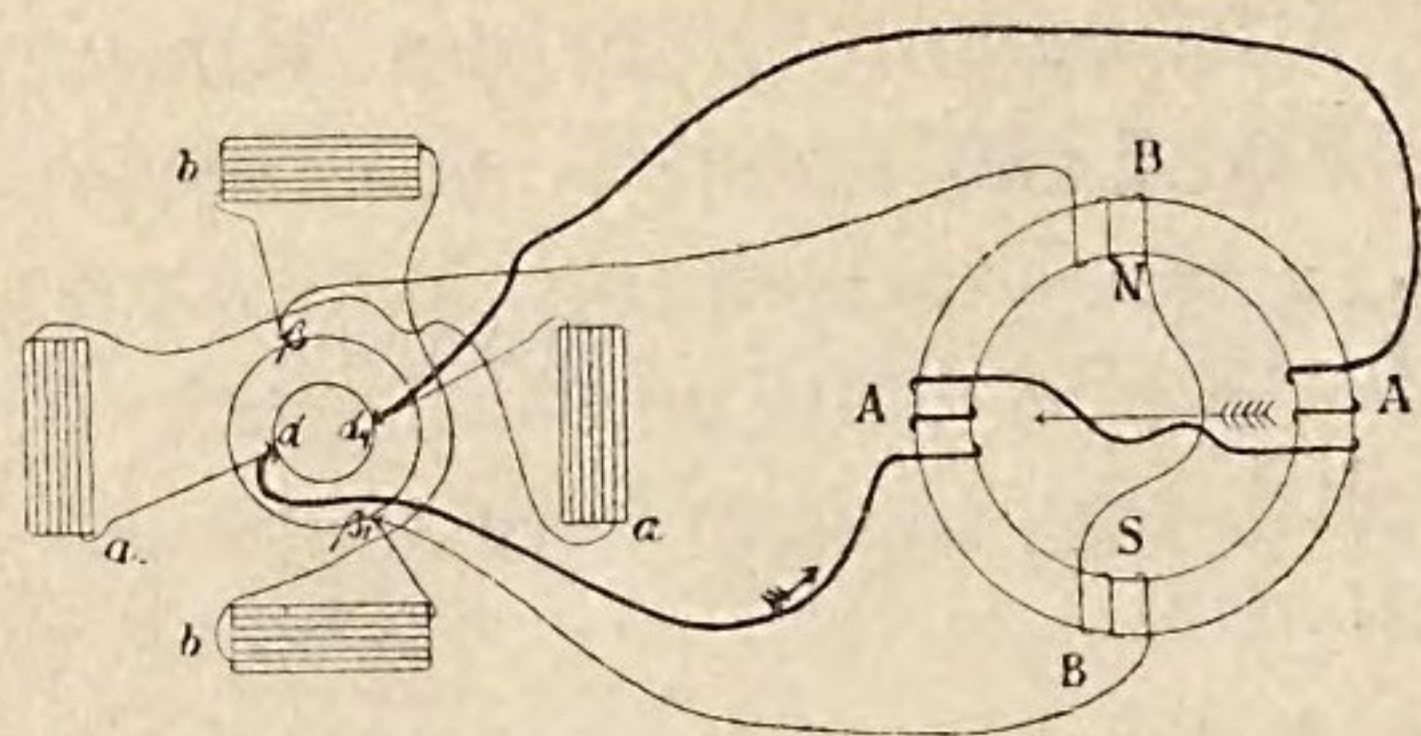


Fig. 114.

aa' und bb' , die um 90° gegeneinander verstellt sind, vor den Polen eines Hufeisenmagnetes rotieren, so werden in jedem gegenüberstehenden Rollenpaare Sinusströme induziert, deren Phasen um 90° voneinander verschieden sind

(Fig. 114). Führt man die Enden des Rollenpaares a zu zwei auf einem festen Ringe aus Eisen diametral gegenüber angebrachten Spulen A und die Enden des Spulenpaares b zu den rechtwinkelig hiezu angebrachten Spulen B , so werden

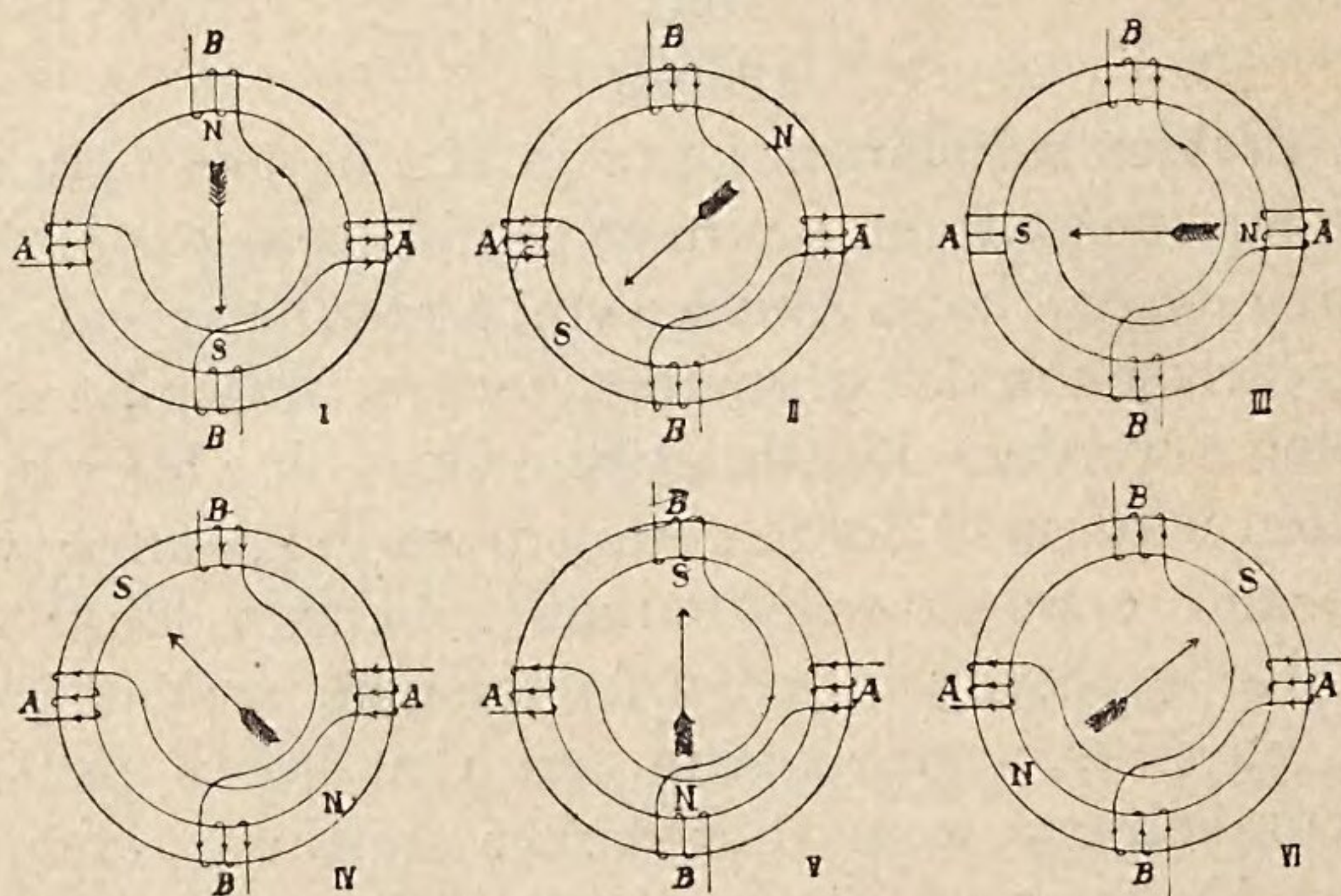


Fig. 115.

auch diese Spulen AB von den in a und b erzeugten Strömen durchflossen. Besitzt nun der in a erzeugte Strom gerade sein Maximum, so besitzt der in b induzierte die Stärke Null und es entstehen im Ringe die Pole N und S , wie sie in Fig. 115 I dargestellt sind. Dreht sich nun der Anker ab um 45° , so

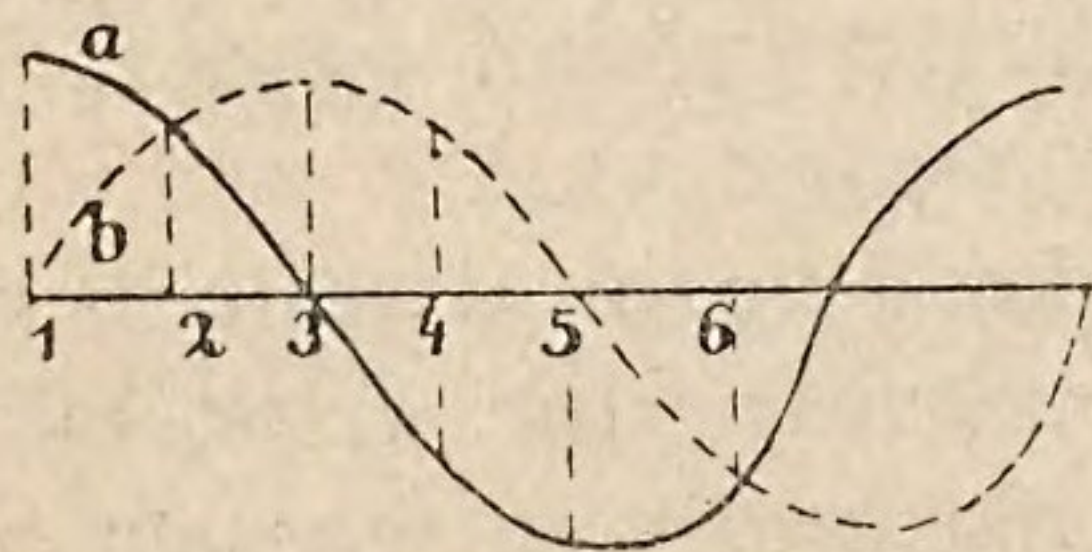


Fig. 116.

wird der erste Strom schwächer, der zweite wird dagegen ebenso stark, und in dem Ringe entstehen Pole, wie sie in II dargestellt sind. Einer weiteren Drehung folgen die Phasen 3, 4, 5, 6 Fig. 116 und diesen

entsprechen die Pole III, IV, V, VI, wie die Pole des Ringes in I u. II den Phasen 1 u. 2 der Figur 116 entsprochen haben.

Man sieht also, daß während einer Umdrehung des Ankers (*ab*) auch die Pole in (*AB*) eine volle Umdrehung machen, so daß eine drehbare Magnetnadel die in der Figur 115 angegebene Drehung vollführen wird.

Die um 90° verschiedenen Wechselströme, die in den Ring geleitet werden müssen, kann man auch von einer Gramme'schen Maschine abnehmen (vergleiche Fig. 108). Zu dem Zwecke bringt man auf der Axe auf beiden Seiten des Ringes je einen Kollektor an; verbindet man sodann auf einer Seite vier um 90° voneinander abstehende Drähte desselben mit je einem Schleifringe und führt je zwei gegenüberliegende zu den Enden der Spulenpaare *AB*, so werden in diese die gewünschten Wechselströme geleitet, wenn mittelst der auf der anderen Seite schleifenden Bürsten ein Gleichstrom zum Betriebe der Maschine in dieselbe geleitet wird.

Bringt man in das Innere des Motorringes anstatt einer Magnetnadel einen Kurzschlußanker, d. i. einen aus Eisenblechen bestehenden Cylinder, an dessen Peripherie eine Anzahl isolierter Kupferstäbe befestigt ist, so werden durch die Änderung der Kraftlinien in diesem Ströme induziert, welche diese Änderung der Kraftlinien zu verhindern suchen und Pole in dem Anker erzeugen, daß er im nämlichen Sinne rotiert, in welchem die Pole im Ringe sich fortbewegen. Wird dieser Motor, der leicht in Rotation zu versetzen ist, belastet, so vermag derselbe mechanische Arbeit zu leisten.

III. Transformatoren. Da die von Wechselstrommaschinen gelieferten Ströme eine sehr hohe effektive Spannung besitzen, so können sie für die meisten Zwecke nicht direkt benützt werden, weshalb man diese hochgespannten Ströme vor ihrer Verwendung erst in niedergespannte verwandelt. Da, wie früher erwähnt, bei Kraftübertragungen der Verlust bei der Ferneleitung um so kleiner ist, je höhere Spannung die fortgeleiteten Ströme besitzen, so bringt man die Ströme vor ihrer Fortleitung erst auf eine sehr hohe Spannung und verwandelt sie nach ihrer Ankunft am Verwendungsorte in Ströme von

solcher Spannung, wie sie der geforderten Arbeitsleistung entspricht.

Die Mittel zu dieser Umwandlung, die wir in den Transformatoren besitzen, verdanken wir im Prinzip gleichfalls Faraday. Derselbe brachte über einen Eisenring zwei getrennte Spulen und schickte durch eine derselben (Fig. 117) einen

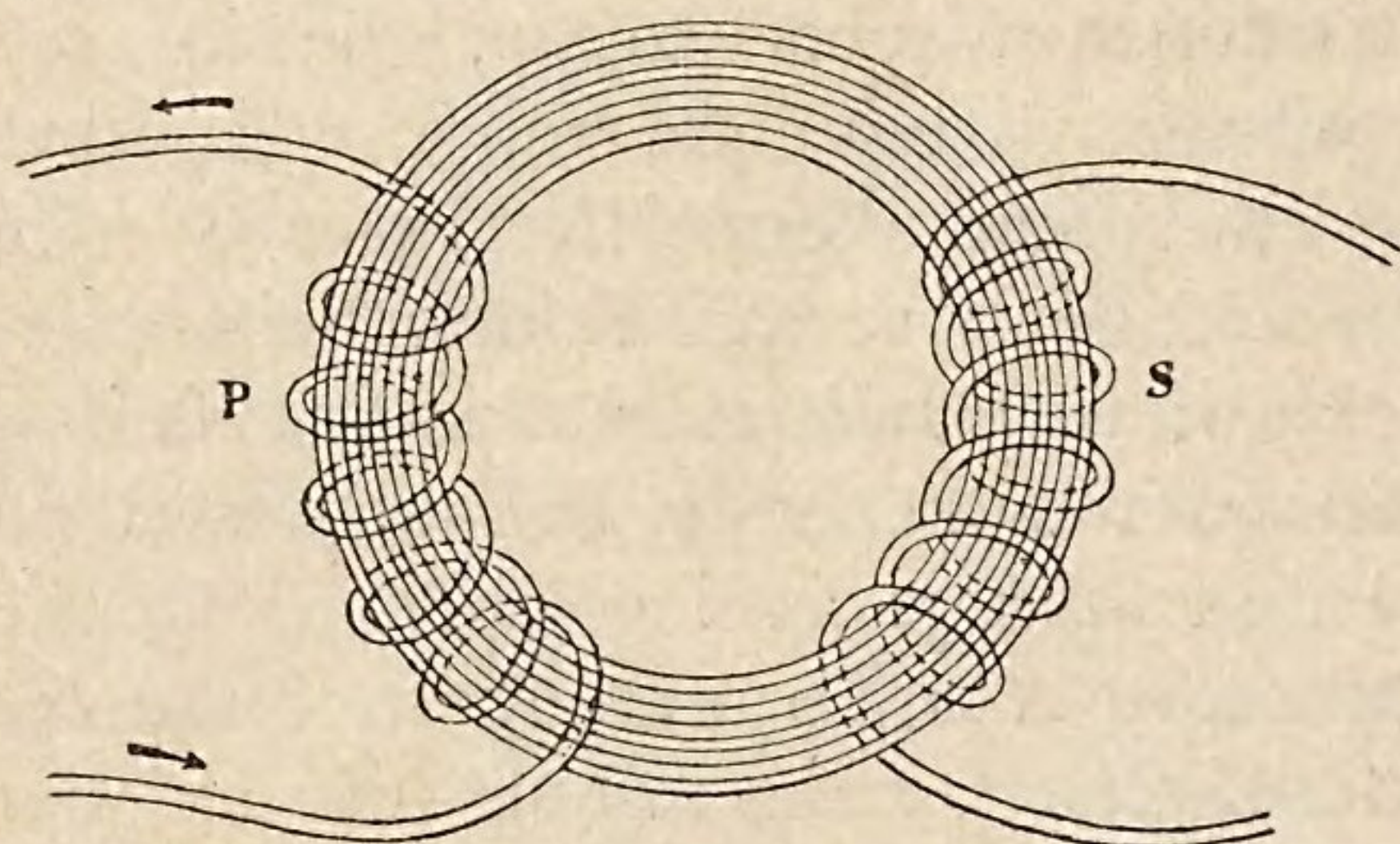


Fig. 117.

Wechselstrom I_1 . Derselbe erzeugt sodann Kraftlinien, welche den Eisenring durchziehen und durch die Änderung ihrer Anzahl werden auch in der zweiten Spule alternierende Ströme I_2 erzeugt, sobald deren Enden leitend verbunden werden.

Nimmt man an, daß sowohl in der primären als sekundären Spule die Ströme mit den Spannungen keinen Phasenunterschied besitzen würden und bezeichnet man die Spannungen mit E_1 und E_2 , so wäre nach dem Energieprinzip, wenn man von allen Verlusten im Ringe und den Spulen absieht,

$$E_1 I_1 = E_2 I_2.$$

Gelingt es also die sekundäre Spannung α mal kleiner zu machen als die primäre, so würde unter der obigen Voraussetzung gleichzeitig der sekundäre Strom α mal größer als der primäre.

In Wirklichkeit findet ein solcher Phasenunterschied statt. Ist derselbe φ_1 bzw. φ_2 , so bewirkt der Transformator unter den gleichen Voraussetzungen, daß:

$$E_1 I_1 \cos \varphi_1 = E_2 I_2 \cos \varphi_2$$

wird; er erfüllt also gleichwohl die Aufgabe, Ströme von hoher Spannung und geringer Stärke in solche von niedriger Spannung und größerer Stärke zu verwandeln, sobald man $E_1 > E_2$ zu gestalten vermag.

Nennen wir die beiden elektromotorischen Kräfte, welche durch Änderung des durch Zusammenwirken der beiden Ströme

I_1 und I_2 in dem Eisenringe erzeugten Kräftestromes in den beiden Spulen hervorgerufen werden, e_1 und e_2 , so muß von der Spannung E_1 eine Komponente $= e_1$ dazu verwendet werden, um e_1 zu überwinden, während e_2 als elektromotorische Kraft der sekundären Spule die Spannung E_2 verursacht. Diese beiden elektromotorischen Kräfte e_1 und e_2 haben ebenso wie der sie erzeugende Kräftestrom einen sinusartigen Gang; sie erreichen ihren größten Wert, wenn dieser seine stärkste Änderung besitzt, also sein Wert in der Nähe von 0 sich befindet und werden zu Null, wenn der resultierende Kräftestrom keine Änderung zeigt, also sich in der Nähe seines Maximums befindet. Man sieht also, daß e_1 und e_2 von dem Kräftestrom um 90° in der Phase verschieden sind.

Nennen wir die Maximalzahl der Kraftlinien N , so stehen Spannungen e nach Kap. 107 und 109 mit dieser in dem Zusammenhang:

$$e = \frac{4 N n p \xi}{10^8} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{1/2} = \frac{4,44 \cdot n p N \xi}{10^8} \text{ Volt,}$$

wenn $n p$ die Zahl der Perioden pro Sekunde und ξ die Anzahl der Windungen bedeutet, woraus sich ergibt, daß

$$e_1 : e_2 = \xi_1 : \xi_2.$$

Um also die primäre Spannung α mal größer zu machen als die sekundäre, hat man auf die primäre Spule α mal mehr Windungen aufzuwickeln, als auf die sekundäre.

Nebenstehendes Diagramm (Fig. 118), gibt nun ein klares Bild über den Zusammenhang der oben erwähnten Größen für einen Transformator, dem ein Strom I_2 bei der Klemmenspannung E_2 und einer Phasendifferenz φ_2 entnommen werden soll.

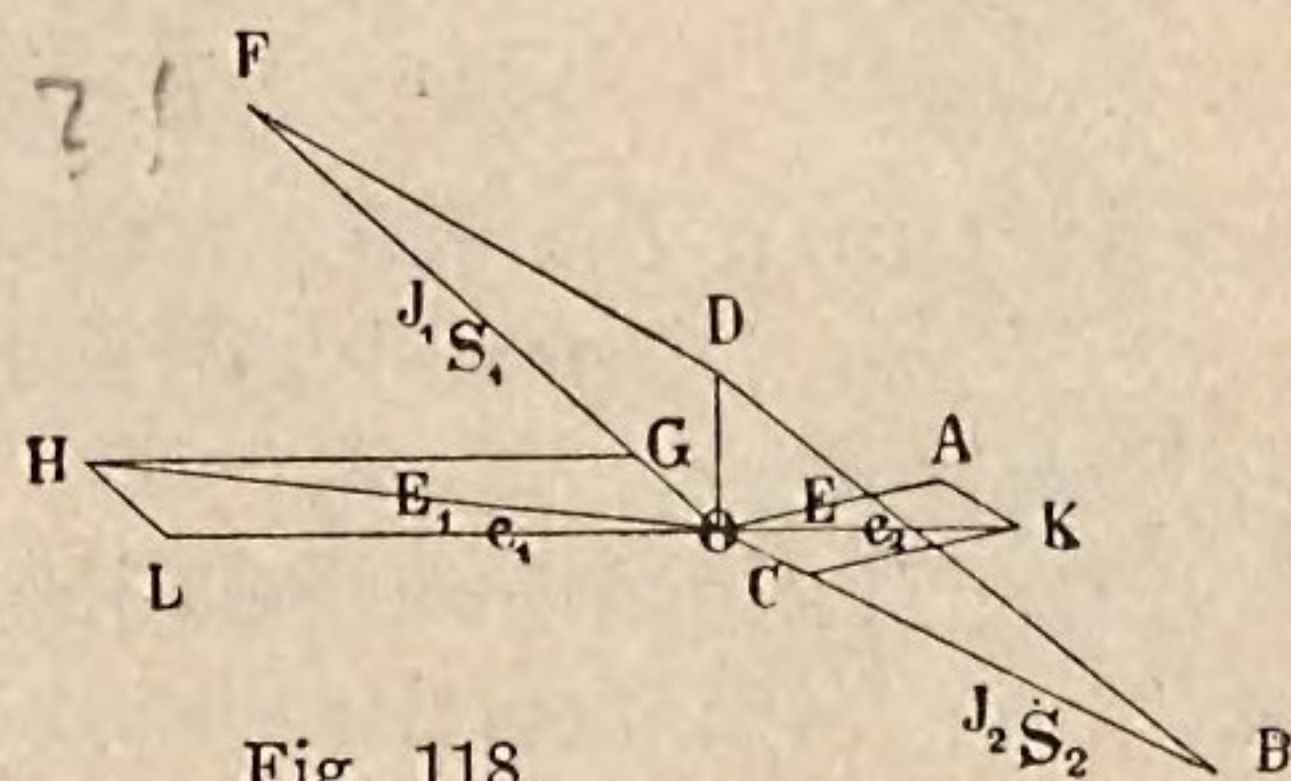


Fig. 118.

Vorher sei noch bemerkt, daß irgend ein Kräftestrom N , der einen stromdurchflossenen Eisenkern durchzieht, bestimmt ist durch die Gleichung

$$N = \frac{4 \pi \xi i}{w}$$

und deshalb bei gleichem magnetischen Widerstande der Größe und Richtung nach durch die Zahl der ihn veranlassenden Ampèrewindungen dargestellt werden kann. Es wird deshalb auch in dem Diagramm der resultierende Kräftestrom ausgedrückt als Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten die beiden erzeugenden Kräfteströme $I_1 \xi_1$ und $I_2 \xi_2$ sind.

Das Diagramm entsteht auf folgende Weise:

Man konstruiere die verlangte Klemmenspannung $E = E_2$ und trage unter dem Winkel φ_2 die um φ_2 zurückbleibende Stromstärke I_2 an und mache $OB = I_2 \xi_2$. Ist nun der Widerstand in der sekundären Spule w_2 , so ist die elektromotorische Kraft e_2 die Resultante von der Klemmenspannung E_2 und der absorbierten Kraft $I_2 w_2 = OC$. Nun konstruiere man senkrecht zu e_2 den resultierenden Kräftestrom

$$N = \frac{e_2 \cdot 10^8}{4,44 \cdot n p \xi_2}$$

in Ampèrewindungen ausgedrückt. Derselbe sei OD . Vervollständigt man nun das Parallelogramm DOB , so ist OF die Zahl der Ampèrewindungen für die primäre Spule und der in dieselbe zu leitende Strom ist $I_1 = \frac{OF}{\xi_1}$. Trägt man nun die in der primären Rolle absorbierte Spannung $I_1 w_1 = OG$ auf der Richtung von I_1 auf und konstruiert man senkrecht zu OD die primäre elektromotorische Kraft

$$e_1 = \frac{4,44 \cdot n p N \xi_1}{10^8} \text{ Volt,}$$

so erhält man die Klemmenspannung der primären Spule $E_1 = OH$ als Diagonale des Parallelogramms mit den Seiten $I_1 w_1$ und e_1 .

Der Transformations-Koeffizient oder das Güteverhältnis des Transformators ist

$$\eta = \frac{E_2 I_2 \cos \varphi_2}{E_1 I_1 \cos \varphi_1}.$$

Dasselbe beträgt bei guter Konstruktion und richtiger Belastung ca. 96%.

Aus dem Diagramm ist ersichtlich, daß bei Abnahme des sekundären Stromes bei gleicher Spannung auch der pri-

märe Strom abnimmt. Wird der sekundäre Strom gleich Null, so fällt $I_1 \xi_1$ mit OD zusammen und der Transformator absorbiert nur soviel Strom aus der Hauptleitung, als zur Erzeugung des Kräftestromes OD notwendig ist. Je mehr Strom aber der sekundären Leitung entnommen wird, desto mehr Strom verbraucht auch die primäre Spule.

Was nun die Form der Transformatoren betrifft, so werden sie so gebildet, daß man entweder ein System primärer und sekundärer Rollen über einen Eisenring in der Weise bringt, daß auf eine primäre eine sekundäre Spule folgt, oder daß man ein System isolierter Kupferdrähte für den primären Strom neben einem System solcher Drähte für den sekundären Strom kreisförmig aufwickelt und beide Systeme mit einem Mantel von Eisen umgibt. Erstere Transformatoren heißen Kern- oder Ringtransformatoren, letztere Manteltransformatoren.

112. Telephon und Mikrophon. In dem von Graham Bell erfundenen magnetischen Telephon (Fig. 119) spricht man durch einen Schalltrichter gegen eine dünne elastische Eisenplatte D , welche hiedurch in Vibrationen versetzt wird. Hinter dieser Platte befindet sich in kleiner Entfernung ein das Telephon der Länge nach durchdringender permanenter Magnet AA , um dessen der Eisenplatte zugewandtes Ende ein Solenoid CC gewickelt ist, dessen Drahtenden FF nach einem zweiten ebenso eingerichteten Instrumente führen. Wird die Eisenplatte dem Magneten genähert, so wird dieselbe stärker polarisiert und es durchdringt eine größere Zahl magnetischer Kraftlinien das Innere des Solenoids; entfernt sich dieselbe von dem Magnete, so wird ihre Magnetisierung verringert und die Zahl der Kraftlinien nimmt ab. Durch die Änderung der Kraftlinien werden nach den bekannten Gesetzen Ströme in dem Solenoid induziert und diese erzeugen in dem Empfangsinstrumente dieselben Kraftlinienänderungen wie die stromerzeugenden. Da hiedurch die Eisenplatte des sekundären Telephons zu

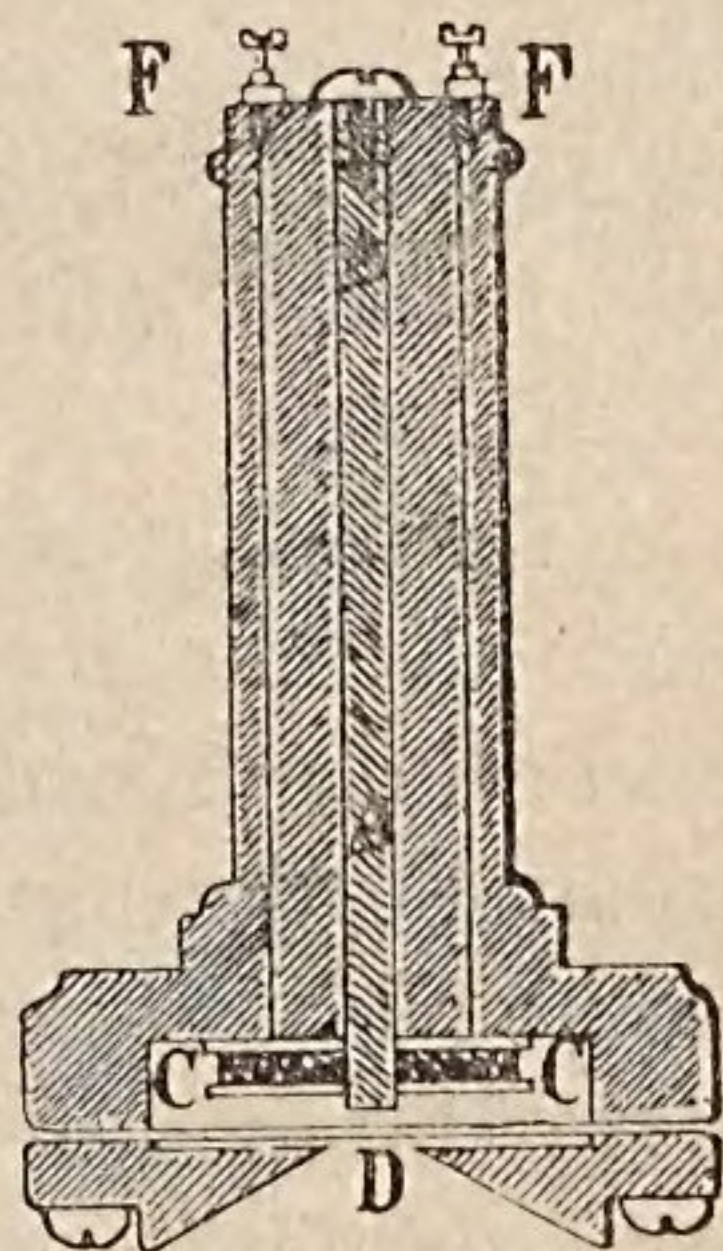


Fig. 119.

den gleichen Schwingungen wie die des primären Telephons veranlaßt werden und diese Schwingungen die Entstehung von Schallwellen zur Folge haben, die mit den von dem Sprecher erregten identisch sind, so hört ein an den Schalltrichter des Empfangsinstrumentes gebrachtes Ohr, was in den des Aufgabesinstrumentes gesprochen wird.

Da die Ströme, die von einem Telephon erzeugt werden, infolge der Joule'schen Wärme bei ihrer Fortleitung stark geschwächt werden, benützt man für lange Leitungen als Aufgabesinstrument ein Mikrophon (Fig. 120).

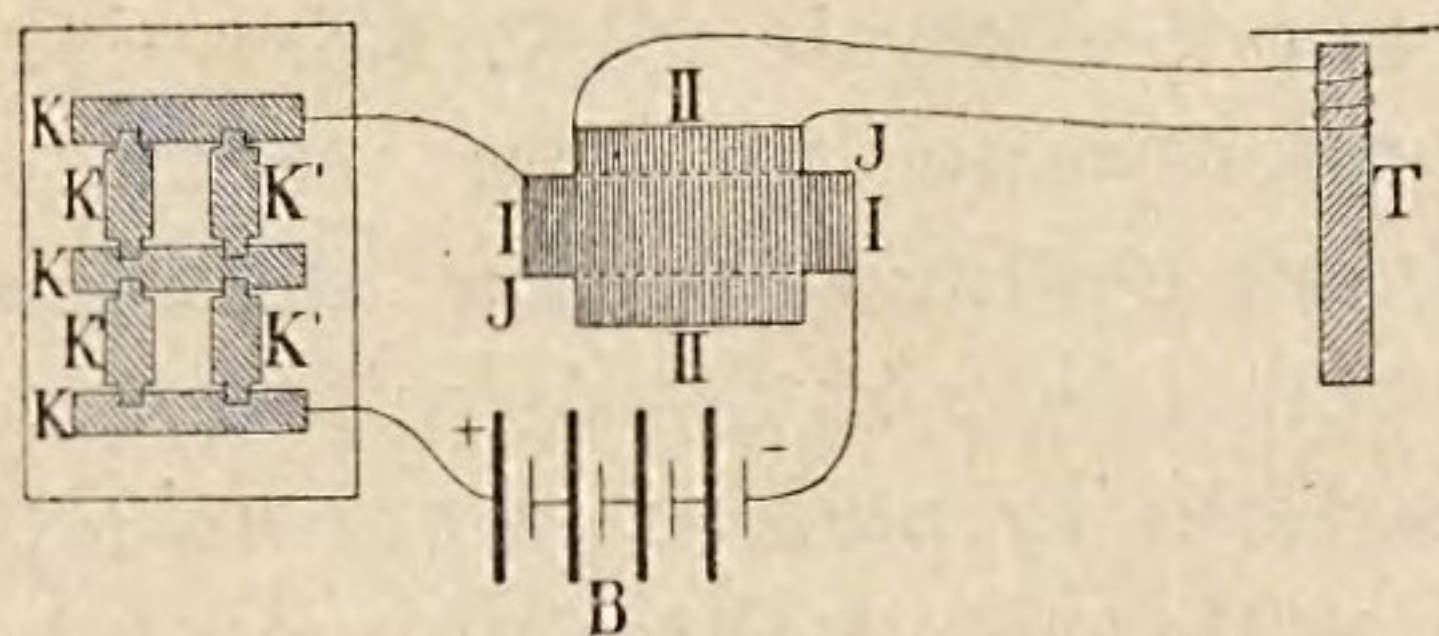


Fig. 120.

Das von Hughes erfundene besteht aus mehreren Kohlenstiften K , die mit ihren zugespitzten Enden lose zwischen zwei Kohlenplatten K' ruhen; letztere sind auf einem aus Fichtenholz gefertigten Resonanzboden befestigt. Diese Kohlenplatten sind mit einer kleinen Lokalbatterie B verbunden, in deren Stromkreis auch die primäre Rolle eines kleinen Transformators J mit kleinem Widerstande eingeschaltet ist. Die sekundäre Rolle mit größerem Widerstande wird sodann mit dem Hörtelephon T der Empfangsstation verbunden.

Wird nun gegen den Resonanzboden gesprochen, so wird dieser in Schwingungen versetzt und hiedurch wird der Widerstand an den Kontaktstellen des Kohlenstiftes geändert. Infolgedessen werden in der sekundären Rolle des Transformators Ströme von höherer Spannung induziert und diese versetzen, da sie durch die Fernleitung größere Verluste nicht erleiden, die Eisenplatte des Hörtelephons in Schwingungen, welche gleichfalls Schallwellen erzeugen, die mit den erregenden identisch sind.

Übersichtliche Zusammenstellung der praktischen Maße.

Einheit der Elektrizitätsmenge: 1 Coulomb = $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Einheiten = $\frac{1}{10}$ magnetische C.G.S.-Einheiten.

Einheit der Stromstärke: 1 Ampère = $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Einheiten = $\frac{1}{10}$ magnetische C.G.S.-Einheiten.

Einheit der elektromotorischen Kraft: 1 Volt = $\frac{1}{300}$ elektrostatische Einheiten = 10^8 magnetische Einheiten.

Einheit des Widerstandes: 1 Ohm = $\frac{1}{9} 10^{-11}$ elektrostatische Einheiten = 10^9 magnetische Einheiten.

Einheit der Kapazität: 1 Farad = $9 \cdot 10^{11}$ elektrostatische Einheiten = 10^{-9} magnetische Einheiten; 1 Mikروفarad = 10^{-6} Farad = $9 \cdot 10^5$ elektrostatische Einheiten = 10^{-15} magnetische Einheiten.

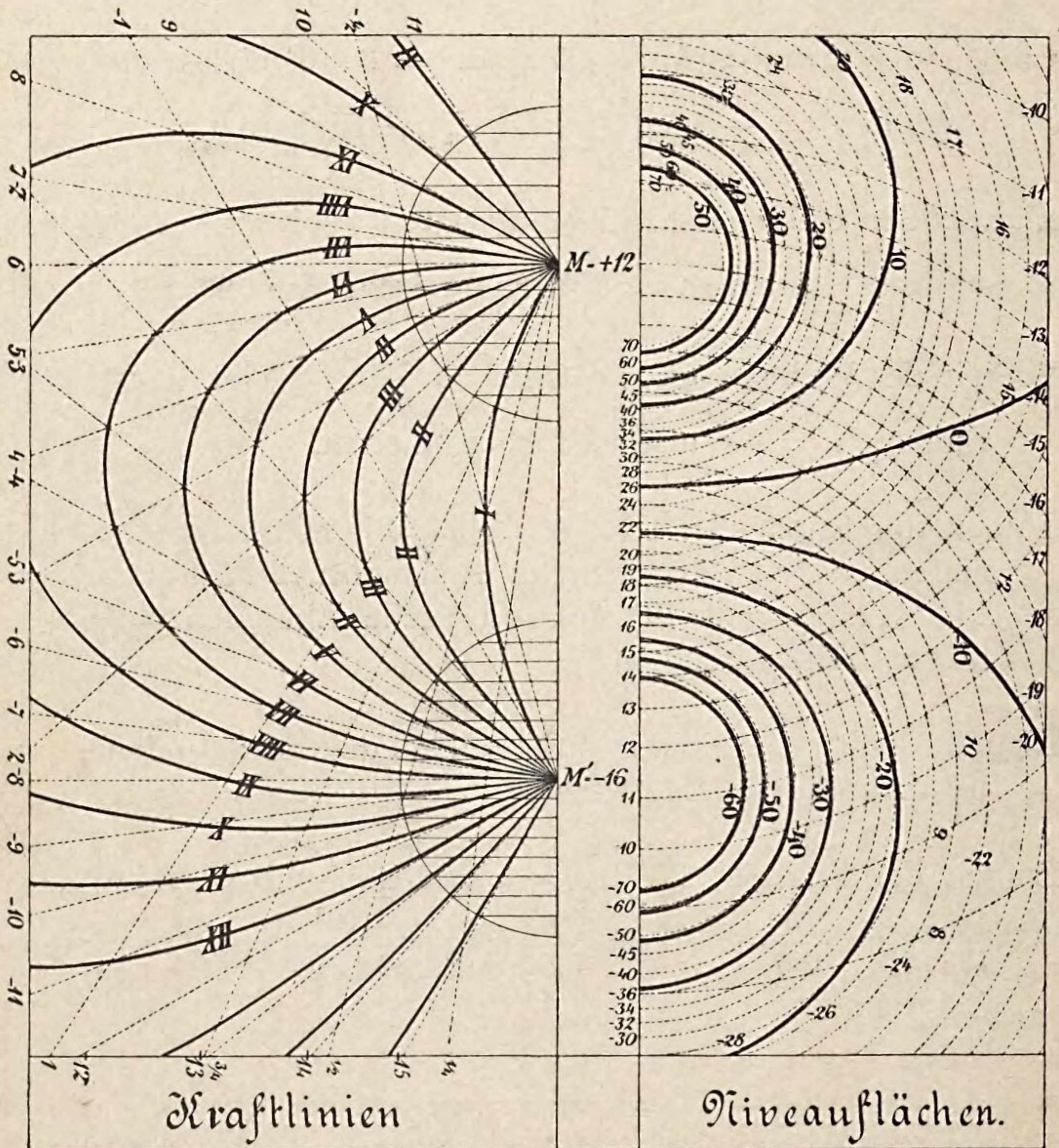
Einheit der gegenseitigen und Selbstinduktion: 1 Henry = 10^9 magnetische Einheiten.

Einheit der Energie: 1 Watt = 1 Volt-Coulomb = 10^7 Erg = $\frac{1}{736}$ HP = $\frac{75}{736}$ meterkg = $\frac{1}{9,81}$ mkg = $\frac{10^7}{42 \cdot 10^6}$ = 0,24 Gramm-Calorien.

Figurentafel

zu

Seite 21.



Sachregister.

Die Zahlen beziehen sich auf die Seiten.

A bsolute Einheit der Elektrizitäts- menge	9	C harakteristik elektrischer Maschinen	175
Absolute Einheit der Kapazität	33	Compoundmaschinen	174
„ „ „ Kraft	9	Coulomb	9
„ „ „ magnetischen		Coulomb'sches Gesetz	8, 64
Maße	64	Coulomb'scher Satz	22
Absolute Einheit des Potentials	27		
„ „ „ Stromes	82, 129	D ämpfung, magnetische	160
Akkumulator	101	Daniell'sches Element	99
Alternierende Ströme	181	Davys Lichtbogen	122
Amalgamierung der Zinkelektroden	101	Deklination, magnetische	76
Ampère	82	De la Rives schwimmender Kreis- strom	145
Ampères Magnetentheorie	146	Diamagnetismus	66
Ampèremeter	133	Dielektrizitätskonstante	56
Ampèrewindungen	135	—, Vergleichung derselben	118
Anion	90	Dielektrikum	56
Anker	139	Differential-Lampe	122
Anode	90	Drehstrom-Motoren	201
Arbeit eines Gleichstromes	96	Dynamoelektrisches Prinzip	167
— eines Wechselstromes	198	Dynamomaschinen	167
— magnetischer Kräfte	143	Dynamometer	190
Astatische Nadeln	132		
Atmosphärische Elektrizität	61	E ffektive Klemmenspannung	192
		— Stromstärke	192
B allistisches Galvanometer	154	Elektrisches Feld	14
Batterie, elektrische	44	Elektrisiermaschine	50
Biot-Savart'sches Gesetz	125	Elektrizität durch Induktion oder Influenz	4, 7
Blitz	62	— durch Reibung	1
Bogenlampe	122	Elektrizitätsmenge (Dimension)	9
Bunsen-Element	100	Elektrizitätstheorien	6
— -Tauchelement	89, 99		

Elektrochemische Äquivalente	92	Feld, homogenes	15
Elektroden	90	—, magnetisches	65
Elektrodynamometer	190	Feldstärke	15, 23
Elektrolyse	90	— einer elektrisch geladenen Ebene	25
Elektrometer, absolutes	31	— im Innern eines Solenoids	136
— Quadranten	32, 43	Fleming'sche Regel	142
Elektromotorische Kraft	11, 83	— für induzierte Ströme	150
—, Berechnung derselben in einer Zelle	98	Foucaults Induktionsströme	159
—, Einheit derselben im elektromagnetischen Maße	151	— Unterbrecher	163
—, Messung derselben	115	Funkenmikrometer	42
— induzierter Wechselströme	183	Galvani's Versuche	84
Elektrophor	49	Galvanische Polarisation	94
Elektroskop	3, 27	Galvanometer	84, 126, 131
Elektrostatischer Auftrieb	59	— -Konstante	132
— Druck	22	Galvanoplastik	91
Elemente, konstante	98	Gauß'scher Satz	19
—, galvanische	87, 89	Geißler'sche Röhren	165
Energie eines Konduktors	40	Gewitter	61
— eines magnetischen Blattes	141	Glaselektrizität	1
— eines Solenoids	144	Gleichstrommaschinen	168—173
— eines Stromes	83	Glühlampen	120
— elektrische	39	Gramme'scher Ring	168
— von Leydener Flaschen	41	Grove-Element	100
Entladung eines Bleiakкумуляtors	102	Gülchers Thermosäule	118
— eines Konduktors	42	Güteverhältnis einer Arbeitsanlage	179
— einer Flaschenbatterie	47	— eines Transformators	206
Erdmagnetismus	75, 78, 147	Harzelektrizität	1
Extraströme	160	Hauptstrommaschine	174
Faradays Gesetze der Elektrolyse	92	Hefner-Alteneck'sche Differentiallampe	122
— Induktionsgesetze	148	— Trommelinduktor	170
— Kraftlinien	17	Henry	157
— Scheibe	166	Hochgespannte Ströme	161
Favres kalorimetrische Messungen	97	Horizontale Intensität des Erdmagnetismus	78
Feld, elektrisches	14	Hysteresis	71

I nklinatlon	76	Korkzieherregel	124
Induktanz	189	Kraft, elektrische	8
Induktionsapparate	162	—, elektromotorische	11
Induktion, elektrische	4	Kraftlinien, elektrische	14
— eines Elektromagneten	138	—, Konstruktion derselben	21
—, gegenseitige	157	— eines Stromes	124
— in körperlichen Leitern	159	—, magnetische	65, 134, 137
— in Solenoiden	156	—, Änderung derselben	153
—, magnetische	65, 69	Kraftströhen	21
Induktionsströme	149	Kräftestrom	16
Influenzmaschinen	51—56	— eines Elektromagneten	137
Ionen	90	— eines solchen mit Anker	139
Joule'sche Wärme	119	Kraftübertragung	177
Isolatoren	3	Kreisstrom	127
K apazität	33	Kugelkondensator	35
—, Einheit derselben	34	Kurzschlußanker	203
— eines Akkumulators	103	L adung eines Bleiakкумуляtors	102
— einer elektrischen Batterie	45	— einer Leydener Flasche	35
— eines Kondensators	35—37	Laplace'sches Gesetz	126
—, Messung derselben	117	Leclanché-Element	100
—, spezifische induktive	58	Leiter	2
Kathode	90	Leitungsfähigkeit	108
Kathodenstrahlen	165	Leitungswiderstand	105, 111, 115
Kation	90	Lenz'sches Gesetz	149
Kerntransformatoren	207	Leydener Flasche	35
Kirchhoff'sche Sätze	113	Lösung von Metallen in Säuren	101
Klemmenspannung	107	M agnet, natürlicher	63
—, effektive	192	— permanenter	71
Klingel, elektrische	141	Magnetisches Blatt	80
Koeffizient der gegenseitigen		Magnetisches Feld	65
Induktion	137	Magnetische Induktion	65, 69
—, Bestimmung desselben	158	— Kraft eines geradlinigen Strom-	
— der Selbstinduktion	161	leiters	125
Kondensator	35	— Kraft eines Kreisstroms	127
— in der Leitung eines Wechsel-		— Krafteines magnetischen Blattes	80
stromes	194	— Kraftlinien	65

Magnetisches Moment	75, 78	Plattenkondensator	36
Magnetischer Widerstand	137	Polarisation eines Dielektrikums	59
Magnetisierung	67, 71	Polarisationsstrom	95
Magnetismus	63	Pole, galvanische	94
Magnetomotorische Kraft eines Kreis-		—, magnetische	75
stroms	135	Ponderomotorische Kraft elektrischer	
Manteltransformatoren	207	Ströme	146
Maschinen, dynamoelektrische	167	— Kraft eines Magnetfeldes	141
—, elektrostatische	49	Potential einer Kugel	30
—, magnetoelektrische	167	Potential, elektrisches	9, 26
Mehrphasige Wechselströme	203	— eines magnetischen Blattes	80
Mikrophon	208	— eines Kreisstromes	134
Mittelwert v. sinusartigen Größen	185	— im Innern eines Konduktors	29
Morse-Apparat	140	—, Einheit desselben	27
		—, Messung desselben	27, 30, 32
Nebenschluß	133	Potentialdifferenz zweier Metalle	86
Nebenschlußmaschinen	174	— zwischen Metall und Flüssigkeit	88
Niveauflächen	13		
—, Konstruktion derselben	22	Quadrantenelektrometer	31, 43
Nullmethode zur Bestimmung einer			
elektromotorischen Kraft	116	Reduktionsfaktor einer Tangenten-	
— zur Bestimmung eines Wider-		bussole	130
standes	113	Reluktanz	137
— zur Bestimmung der Kapazität		Rheostate	112
eines Kondensators	117	Ringtransformatoren	207
Nutzkomponente	200	Roite's Methode zur Bestimmung des	
		Koeffizienten der gegenseitigen	
Oersted'sche Versuche	125	Induktion	158
Ohm	105, 111	Röntgenstrahlen	166
Ohm'sches Gesetz	104	Rühmkorff's Induktorium	162
Paramagnetismus	66	Schlagweite	42
Peltiereffekt	118	Selbstinduktion	160
Permanenter Magnet	71	Selbstinduktionskoeffizient	161
Permeabilität	67	—, Bestimmung desselben von einer	
Phasenänderung infolge von Selbst-		Spule	194
induktion	188	Selbstinduktion bei Wechselströmen	
— infolge eines Kondensators	196		186

Serienmaschine	174	Transformatoren	203
Siemens dynamoelektrisches Prinzip	167	Trommelinduktor	170
— Maschine	167	V erteilung, elektrische	4
— Dynamometer	191	— der Elektrizität auf Leitern	7, 24
Silbervoltameter	93	Volt	27
Sinusartige Wechselströme	185	Voltameter	92
Smee'sche Zelle	89, 99	Voltas Elektrophor	49
Solenoid	135	Volta'sche Säule	87
Spannung	83	— Zellen	84
Spannungsreihe	86	Voltmeter	115, 133
Spiegelablesung	133	W ärmeleitung	104
Spitzenwirkung	24	Wärmeströmung	97
Stöpselrheostat	112	Wasserinfluenzmaschine	51
Stromeinheit	82, 126, 128	Wasservoltameter	93
Stromstärke	82, 126, 128	Watt	41
— Messung derselben	92, 130	Wattkomponente	200
—, effektive	192	Wattlose Komponente	200
— Messung derselben	191	Wattmeter	199
Stromstoß	154	Wechselströme	181
Susceptibilität	67	Wechselstrommaschine	182
T angentenbussole	129	Wheatston'sche Brücke	113
Telegraphie	82	Widerstand	105, 111—115
Telephon	207	—, innerer	107
Teslas Induktorium	164	—, magnetischer	137
Thermoströme	118	—, scheinbarer	189
Thomsons absolutes Elektrometer	31	Widerstandskasten	112
— Quadrantenelektrometer	32, 43	Wirbelströme	159
— Wasserinfluenzmaschine	51	Wirkungsgrad eines Akkumulators	104
Torsionswage	8	— einer elektrischen Maschine	179
Tragkraft eines Magneten	138		

Druckfehler-Berichtigung.

Seite 98 Zeile 2 lies: elektrochemisch statt chemisch.
„ 98 „ 5 „ 10^7 statt 107.
„ 100 „ 6 von unten lies: = statt —.
„ 106 „ 8 und 9 lies: befindlichen Widerständen.
„ 119 „ 8 „ 9 lies: 10^6 statt 106.

Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften.

*Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung
mit besonderer Berücksichtigung der Chemie.*

Von

Dr. W. Nernst,

und

Dr. A. Schönflies,

o. ö. Professor der phys. Chemie

a. o. Professor der Mathematik

an der Universität Göttingen.

Mit 61 Abbildungen. 21 Bg. gr. 8°. Preis brosch. Mk. 8.60, gebd. Mk. 10.—.

Der Zweck des Buches ist, Naturwissenschaftlern das Studium der höheren Mathematik zu erleichtern. Die Herren Autoren haben versucht, in knapper Form die für naturwissenschaftliche Rechnungen wichtigsten Kapitel der Infinitesimalrechnung zusammenzustellen und durch fortwährende Anwendung der mathematischen Lehrsätze auf naturwissenschaftliche Probleme dem Verständniss nach Möglichkeit entgegen zu kommen. Gerade die neuere Entwicklung der Chemie beginnt, sich die Methoden der höheren Mathematik nutzbar zu machen.

So bemerkt H. Jahn im Vorwort seiner »Elektrochemie«:

Auch die Chemiker müssen sich allmählich an den Gedanken gewöhnen, dass ihnen die theoretische Chemie ohne die Beherrschung der Elemente der höheren Analysis ein Buch mit sieben Siegel bleiben wird. Ein Differential- oder Integralzeichen muss aufhören, für den Chemiker eine unverständliche Hieroglyphe zu sein.

Die »Zeitschrift für Elektrochemie« schreibt u. a.: „es ist ein **Lehrbuch, wie man es besser sich kaum wünschen kann.**“

R. Lorenz schreibt in der »Zeitschrift für angewandte Chemie«:

Wohl selten habe ich das Erscheinen eines Buches mit so grosser Freude begrüsst, wie das des vorliegenden.

Das Buch zeichnet sich durch vorzüglichen Druck aus, die zahlreichen Figuren sind sauber und klar ausgeführt. Die Verlagsbuchhandlung hat offenbar keine Mühe gescheut, das treffliche Werk in ein gediegenes Gewand zu kleiden. Hierbei ist der Preis niedrig und für jeden Interessenten gering.

Wenn hiernach im allgemeinen das Werk allen empfohlen werden muss, denen der Fortschritt der Naturwissenschaft überhaupt am Herzen liegt, oder allen denen, die sich in denselben hineinfinden wollen oder sollten, so besitzt dieses Buch im besonderen für den Chemiker sicherlich eine aktuelle Bedeutung . .

Möchte das Buch eine recht grosse Verbreitung finden.

Die »Zeitschrift für math. u. naturwiss. Unterricht« äussert sich wie folgt: „**Das Werk sei den Studierenden der Naturwissenschaften, besonders auch den Chemikern, warm empfohlen.**“

131, 138, 161, 181, 186, 188, 191

194, 209



Schumann, Hans

Einführung in die neuere Elektrizitätslehre in elementar mathematischer
Behandlung für höhere Schulen sowie zum Studium für angehende
Elektrotechniker

München [u.a.] 1898

Phys.sp. 607 nh

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11882070-8